

# СО(математика)\_магістр фаховий\_2023

## Базовий рівень.

1. Одиницею групи  $(\mathbb{R}, +)$  є число
  - а. 1
  - б. 2
  - в. 3
  - г. інша відповідь
2. Підстановкою на множині  $X$  називається
  - а. бієктивне відображення  $s : X \rightarrow X$
  - б. ін'єктивне відображення  $s : X \rightarrow X$
  - в. сюр'єктивне відображення  $s : X \rightarrow X$
  - г. неперервне відображення  $s : X \rightarrow X$
3. Елементи  $a, b \in G$  називаються переставними, якщо
  - а.  $b = g^{-1}ag$  для деякого  $g \in G$
  - б.  $b = g^{-1}ag$  для всіх  $g \in G$
  - в.  $ab = ba$
  - г. інша відповідь
4. Оберненим до елемента  $-2$  групи  $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$  є елемент
  - а. 2
  - б.  $-2$
  - в.  $-\frac{1}{2}$
  - г.  $\frac{1}{2}$
5. Групою називається
  - а. моноїд, всі елементи якого є оборотними
  - б. напівгрупа з одиничним елементом
  - в. напівгрупа з комутативною операцією
  - г. напівгрупа з асоціативною операцією
6. Ціла частина  $[a]$  дійсного числа  $a = 1 + \sin(\pi/6)$  дорівнює
  - а. 0
  - б. 1
  - в. 2
  - г. інша відповідь
7. Натуральне число ділиться на 3 тоді і лише тоді коли
  - а. остання цифра ділиться на 3
  - б. різниця між сумою цифр, які стоять на непарних місцях, і сумою цифр, що стоять на парних місцях, ділиться на 3
  - в. сума його цифр ділиться на 3
  - г. інша відповідь

8. Число  $e$  є:

- а. алгебраїчним
- б. раціональним
- в. ірраціональним
- г. цілим

9. Операція віднімання  $- : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  на множині дійсних чисел є:

- а. бінарною
- б. комутативною
- в. асоціативною
- г. дистрибутивною

10. НСД натуральних чисел 28 і 42 дорівнює

- а. 14
- б. 7
- в. 84
- г. інша відповідь

11. Для знаходження НСД двох цілих чисел використовують

- а. алгоритм Евкліда
- б. решето Ератосфена
- в. метод Вільсона
- г. квадратичні лишки

12. Напівгрупа з одиничним елементом називається

- а. моноїдом
- б. групоїдом
- в. квазігрупою
- г. групою

13. Значення функції  $\tau(m)$  - це кількість невід'ємних цілих чисел,

- а. які є дільниками  $m$
- б. взаємно простих з  $m$
- в. простих і менших за  $m$
- г. простих і взаємно простих з  $m$

14. Одиницею групи  $(\mathbb{C} \setminus \{0\}, \cdot)$  є число

- а. -1
- б. 0
- в. 1
- г. інша відповідь

15. Значення функції Ейлера  $\varphi(m)$  - це кількість невід'ємних цілих чисел,

- а. менших за  $m$  і взаємно простих з  $m$
- б. взаємно простих з  $m$
- в. простих і менших за  $m$

- г. простих і взаємно простих з  $m$
16. Чому дорівнює НСД двох різних натуральних чисел  $a$  і  $b$ , якщо  $[a, b] = b$ ?
- а.  $b$
  - б.  $ab$
  - в.  $a$
  - г. інша відповідь
17. Відображення  $f : X \rightarrow Y$  називається сюр'єкцією, якщо
- а.  $f$  є неперервним
  - б.  $f$  є сталим
  - в.  $f(X) = Y$
  - г. інша відповідь
18. Натуральне число ділиться на 5 тоді і лише тоді коли
- а. остання цифра ділиться на 5
  - б. різниця між сумою цифр, які стоять на непарних місцях, і сумою цифр, що стоять на парних місцях, ділиться на 5
  - в. сума його цифр ділиться на 5
  - г. інша відповідь
19. Множина  $\mathbb{N}$  натуральних чисел
- а. є зліченною
  - б. є скінченною
  - в. має потужність континууму
  - г. є порожньою
20. Степінь полінома  $f(x) = -3x^{2023} + 2x - 5$  дорівнює
- а. -3
  - б. -5
  - в. 2
  - г. 2023
21. Кількість раціональних коренів рівняння  $x^3 + 4x = 0$  дорівнює
- а. 0
  - б. 2
  - в. 3
  - г. 1
22. Число 2023 за модулем 3 конгруентне числу:
- а. 1
  - б. 2
  - в. 2023
  - г. 0
23. Кількість класів-розв'язків конгруенції  $2x \equiv 3 \pmod{5}$  дорівнює

- а. 2023
- б. 2
- в. 5
- г. 1

24. Кількість натуральних дільників числа 12 дорівнює

- а. 1
- б. 2
- в. 12
- г. 6

25. Кількість класів-розв'язків конгруенції  $3x \equiv 2023 \pmod{6}$  дорівнює

- а. 2023
- б. 2
- в. 6
- г. 0

26. Сума натуральних дільників числа 12 дорівнює

- а. 1
- б. 2
- в. 12
- г. 28

27. Кількість класів-розв'язків конгруенції  $2x \equiv 6 \pmod{8}$  за модулем 8 дорівнює

- а. 8
- б. 0
- в. 6
- г. 2

28. Взаємно простими є числа

- а. 2 і 4
- б. 5 і 2023
- в. 6 і 15
- г. 9 і 27

29. Найбільший спільний дільник чисел 15 і 2023 дорівнює

- а. 1
- б. 2023
- в. 3
- г. 5

30. Кратність кореня  $x = 2$  рівняння  $x^3 - 4x^2 + 4x = 0$  дорівнює

- а. 0
- б. 1
- в. 3
- г. 2

31. Спряженим до комплексного числа  $2 + i$  є

- а.  $-2 + i$
- б.  $-2 - i$
- в.  $2$
- г.  $2 - i$

32. Модуль комплексного числа  $3 - 4i$  дорівнює

- а. 3
- б. 4
- в. 2023
- г. 5

33. Кількість комплексних коренів рівняння  $x^4 + 2x + 5 = 0$  дорівнює

- а. 0
- б. 1
- в. 2
- г. 4

34. Найменше спільне кратне чисел 7 і 2023 дорівнює

- а. 1
- б. 14161
- в. 7
- г. 2023

35. Кількість дійсних коренів рівняння  $x^3 - 5x^2 + 6x = 0$  дорівнює

- а. 0
- б. 1
- в. 2
- г. 3

36. Парно взаємно простими є числа

- а. 2, 4 і 5
- б. 6, 3 і 2023
- в. 5, 10 і 2023
- г. 2, 3 і 5

37. Канонічне рівняння еліпса записують у вигляді

- а.  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
- б.  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 0$
- в.  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$
- г.  $y^2 = 2px$

38. Канонічне рівняння гіперболи записують у вигляді

- а.  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
- б.  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 0$
- в.  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$
- г.  $y^2 = 2px$

39. Канонічне рівняння параболи записують у вигляді

- а.  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
- б.  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 0$
- в.  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$
- г.  $y^2 = 2px$

40. При яких значеннях  $\alpha$  і  $\beta$  вектори  $a(2; -1; \alpha)$  та  $b(\beta; 3; -2)$  будуть колінеарними?

- а.  $\alpha = -\frac{2}{3}, \beta = 6$
- б.  $\alpha = \frac{2}{3}, \beta = -6$
- в.  $\alpha = -6, \beta = \frac{2}{3}$
- г.  $\alpha = 6, \beta = -\frac{2}{3}$

41. Обчислити скалярний добуток векторів  $a \cdot b$ , якщо  $a = p - 3q, b = p + 2q, |p| = 3, |q| = 1, \widehat{(p, q)} = \frac{\pi}{2}$ :

- а. 3
- б. 2
- в. 0
- г. -1

42. Обчислити площу паралелограма, побудованого на векторах  $p$  і  $q$ , якщо  $|p| = 4, |q| = 1, \widehat{(p, q)} = \frac{\pi}{3}$ :

- а.  $2\sqrt{3}$
- б.  $\sqrt{3}$
- в. 2
- г. 4

43. Написати рівняння прямої, що проходить через точки  $A(-1; 3)$  та  $B(4; 5)$ :

- а.  $x + y - 2 = 0$
- б.  $x + y - 9 = 0$
- в.  $2x - 5y + 17 = 0$
- г.  $2x - 3y + 7 = 0$

44. Знайти косинус кута між векторами  $\vec{AB}$  і  $\vec{AC}$ , де  $A(3; -6; 9), B(0; -3; 6), C(9; -12; 15)$ :

- а. 1
- б. 0,5
- в. -1
- г. 0

45. Знайти точку  $K$ , симетричну до точки  $P(1; -2; 3)$  відносно площини  $YOZ$ :

- а.  $(-1; -2; 3)$
- б.  $(1; 2; 3)$
- в.  $(1; -2; -3)$
- г.  $(-1; 2; -3)$

46. Відстань між точками  $A(2; 4)$  та  $B(5; 8)$  дорівнює

- а. 2
- б. 3
- в. 4
- г. 5

47. Загальне рівняння прямої на площині - це рівняння виду  $Ax + By + C = 0$ , де

- а.  $A, B, C$  - довільні сталі, такі, що  $|A| + |B| \neq 0$
- б.  $A, B, C$  - довільні сталі
- в.  $A, B, C$  - довільні сталі, такі, що  $|A| + |B| + |C| \neq 0$
- г.  $A, B, C$  - довільні сталі, такі, що  $C \neq 0$

48. Точка  $A(2; 4)$  щодо кола  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$  розташована

- а. всередині кола
- б. поза колом
- в. на колі
- г. в центрі кола

49. Задано вершини трикутника  $ABC : A(-1; -2; 4) B(-4; -2; 0) C(3; -2; 1)$ . Яке з наступних тверджень істинне: кут при вершині  $B$

- а. гострий
- б. тупий
- в. прямий
- г. інша відповідь

50. Точка  $P(1; 0; 6)$  розташована відносно площини  $x + 6y + 4z - 25 = 0$

- а. вище від неї
- б. нижче від неї
- в. належить цій площині
- г. інша відповідь

51. Якщо  $\vec{a}(x_1; y_1; z_1), \vec{b}(x_2; y_2; z_2)$ , то скалярний добуток цих векторів можна обчислити за формулою

- а.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = (x_1 + y_1 + z_1)(x_2 + y_2 + z_2)$
- б.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1y_1z_1 + x_2y_2z_2$
- в.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$
- г.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = (x_1 + x_2)(y_1 + y_2)(z_1 + z_2)$

52. У загальному рівнянні  $Ax + By + C = 0$  прямої на площині  $(A; B)$  - це

- а. координати напрямного вектора прямої
- б. координати точки, через яку проходить пряма
- в. величини відрізків, які відтинає пряма на осях координат
- г. координати перпендикулярного (нормального) вектора

53. Яка з наступних ліній має єдину вісь симетрії?

- а. гіпербола
- б. парабола

- в. коло
- г. еліпс

54. Яка з наступних ліній не має фокусів?

- а. гіпербола
- б. парабола
- в. пряма
- г. еліпс

55. Яка з наступних ліній є обмеженою?

- а. гіпербола
- б. парабола
- в. пряма
- г. еліпс

56. Яка з наступних ліній має більше, ніж дві осі симетрії?

- а. гіпербола
- б. парабола
- в. коло
- г. еліпс

57. Прямі  $y = k_1x + b_1$  та  $y = k_2x + b_2$  перпендикулярні, якщо

- а.  $k_1k_2 = 1$
- б.  $k_1k_2 = -1$
- в.  $k_1 = k_2$
- г.  $k_1 = -k_2$

58. Вектори  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$  колінеарні тоді і тільки тоді, коли

- а.  $\vec{a} + \vec{b} = 0$
- б.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$
- в.  $\vec{a} - \vec{b} = 0$
- г.  $\vec{a} \times \vec{b} = 0$

59. Скалярним добутком двох векторів називається

- а. добуток їх довжин на синус кута між ними
- б. добуток їх довжин
- в. добуток їх довжин на косинус кута між ними
- г. косинус кута між ними

60. Рівняння прямої на площині, яка проходить через дві точки  $M_1(x_1, y_1)$  та  $M_2(x_2, y_2)$ , має такий вигляд:

- а.  $(x - x_1)(x_2 - x_1) = (y - y_1)(y_2 - y_1)$
- б.  $(x - x_1)(x_2 - x_1) + (y - y_1)(y_2 - y_1) = 0$
- в.  $\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1}$
- г.  $\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1} = 0$

61. Рівняння площини у відрізках на осях — це рівняння вигляду

- а.  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 0$
- б.  $Ax + By + Cz = D$
- в.  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$
- г.  $ax + by + cz = 1$

62. Площу трикутника з вершинами у точках  $M_1(x_1, y_1)$ ,  $M_2(x_2, y_2)$  та  $M_3(x_3, y_3)$  обчислюють за формулою

- а.  $S = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 \end{vmatrix}$
- б.  $S = \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 \end{vmatrix}$
- в.  $S = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 \end{vmatrix}$
- г.  $S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_2 - y_1) + (x_3 - x_1)(y_3 - y_1)|$

63. Стандартну відстань між точками  $A(x_1, y_1, z_1)$  та  $B(x_2, y_2, z_2)$  обчислюють за формулою

- а.  $|x_1 - x_2| + |y_1 - y_2| + |z_1 - z_2|$
- б.  $|x_1 - x_2 + y_1 - y_2 + z_1 - z_2|$
- в.  $|x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2|$
- г.  $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}$

64. Прямі  $y = k_1x + b_1$  та  $y = k_2x + b_2$  паралельні, якщо

- а.  $k_1k_2 = 1$
- б.  $k_1k_2 = -1$
- в.  $k_1 = k_2$
- г.  $k_1 = -k_2$

65. Ортогональні вектори – це вектори, які утворюють кут

- а.  $45^\circ$
- б.  $90^\circ$
- в.  $30^\circ$
- г.  $0^\circ$

66. Колінеарні вектори – це вектори, які утворюють кут

- а.  $90^\circ$
- б.  $60^\circ$
- в.  $0^\circ$  або  $180^\circ$
- г.  $120^\circ$

67. Стандартну відстань між точками  $A(x_1, y_1)$  та  $B(x_2, y_2)$  на площині обчислюють за формулою

- а.  $|x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$
- б.  $|x_1 - y_1| + |x_2 - y_2|$
- в.  $\sqrt{|x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|}$
- г.  $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

68. Прямі в просторі, які мають напрямні вектори  $\vec{s}_1 = (m_1, n_1, p_1)$  та  $\vec{s}_2 = (m_2, n_2, p_2)$ , паралельні, якщо

- а.  $m_1m_2 + n_1n_2 + p_1p_2 = 0$
- б.  $m_1m_2 + n_1n_2 + p_1p_2 \neq 0$
- в.  $\frac{m_1}{m_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{p_1}{p_2}$
- г.  $m_1m_2 = n_1n_2 = p_1p_2$

69. Прямі в просторі, які мають напрямні вектори  $\vec{s}_1 = (m_1, n_1, p_1)$  та  $\vec{s}_2 = (m_2, n_2, p_2)$ , перпендикулярні, якщо

- а.  $m_1m_2 + n_1n_2 + p_1p_2 = 0$
- б.  $m_1m_2 + n_1n_2 + p_1p_2 \neq 0$
- в.  $\frac{m_1}{m_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{p_1}{p_2}$
- г.  $m_1m_2 = n_1n_2 = p_1p_2$

70. Площина, рівняння якої  $ax + by + cz = 0$  ( $abc \neq 0$ ),

- а. паралельна тільки до осі  $Ox$
- б. паралельна тільки до осі  $Oy$
- в. паралельна тільки до осі  $Oz$
- г. проходить через початок координат

71. Орт — це вектор, довжина якого дорівнює

- а. 1
- б. 0
- в.  $\sqrt{n}$ , де  $n$  — вимірність простору
- г.  $n$ , де  $n$  — вимірність простору

72. Радіус кола  $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 9$  дорівнює

- а. 2
- б. 1
- в. 3
- г. 9

73. Скалярний добуток векторів  $\vec{a} = (2; 5)$  та  $\vec{b} = (2; 3)$  дорівнює

- а. 12
- б. 19
- в. 4
- г. 15

74. Серединою відрізка з кінцями у точках  $A(0; 4)$  та  $B(-2; 2)$  є точка

- а.  $M(2; 2)$
- б.  $M(-2; 6)$
- в.  $M(-1; 3)$
- г.  $M(-2; -2)$

75. Яка з точок належить площині  $2x + y + z - 4 = 0$ ?

- а.  $(2; 2; -2)$
- б.  $(-2; 6; 0)$
- в.  $(-1; 3; 1)$
- г.  $(0; 2; -2)$

76. Точка  $M$  ділить відрізок  $AB$  у відношенні 2:1. У якому відношенні ділить ця точка відрізок  $BA$  ?

- а. у тому ж
- б. 1:2
- в. 1:3
- г. 3:1

77. Три додатні числа утворюють арифметичну прогресію. Третє число більше від першого на 14. Якщо до третього числа додати перше, а інші два залишити без змін, то одержимо геометричну прогресію. Знайти добуток цих чисел.

- а. 2744
- б. 2058
- в. 686
- г. 8232

78. Сума чотирьох перших членів арифметичної прогресії дорівнює 56. Сума чотирьох останніх дорівнює 112. Знайти число членів прогресії, якщо перший її член дорівнює 11.

- а. 8
- б. 10
- в. 11
- г. 12

79. Знайти суму перших чотирьох членів нескінченно спадної геометричної прогресії, сума якої дорівнює 1,6, а другий член дорівнює  $-0,5$ .

- а.  $\frac{51}{32}$
- б.  $\frac{49}{32}$
- в.  $\frac{47}{32}$
- г.  $\frac{53}{32}$

80. Сума першого і останнього членів зростаючої геометричної прогресії дорівнює 66, а добуток другого і передостаннього членів дорівнює 128. Сума всіх членів дорівнює 126. Скільки членів має прогресія?

- а. 6
- б. 7
- в. 8
- г. 5

81. Подати у вигляді звичайного періодичний десятковий дріб  $0,(5)$ .

- а.  $\frac{5}{9}$
- б.  $\frac{1}{2}$
- в.  $\frac{50}{99}$
- г. інша відповідь

82. Сім'я складається з батька, матері і трьох дочок; усім разом 90 років. Різниця у віці дівчаток однакова; вік матері на 10 років більший за суму років дівчаток; різниця років батька і матері дорівнює віку середньої дочки. Знайти різницю квадратів років батька і матері.

- а. 544
- б. 483
- в. 420
- г. 560

83. Якщо двозначне число розділити на добуток його цифр, то в частці одержимо 3, а в залишку 9. Знайти різницю квадратів цифри десятків і цифри одиниць даного числа.

- а.  $-24$
- б. 0
- в. 27
- г. 5

84. Собівартість товару становить 150 грн. Відпускна ціна товару була збільшена на 20%. Після деякого періоду ціну зменшили на 10%. На скільки гривень кінцева ціна товару більша за його собівартість?

- а. 15 грн
- б. 27 грн
- в. 18 грн
- г. 12 грн

85. ЕОМ повинна розв'язати дві задачі. Перша складається з 9 млн. операцій типу А і 16 млн. операцій типу В та потребує 11 хв 40 с машинного часу. Друга задача містить вдвічі більше операцій типу А та вдвічі менше операцій типу В, на її розв'язок машина витрачає 13 хв 20 с. Знайти суму кількостей операцій типу А та типу В, які може виконати ЕОМ за секунду.

- а. 40 000 оп/с
- б. 500 000 оп/с
- в. 60 000 оп/с
- г. 70 000 оп/с

86. О 13 год в басейн почали вливати воду через одну трубу, щоб заповнити його до 16 год наступного дня. Через деякий час включили ще одну таку ж трубу для того, щоб наповнити басейн до 12 години. О котрій годині включили другу трубу?

- а. о 4 год
- б. о 5 год
- в. о 6 год
- г. інша відповідь

87. Із пунктів А і В, відстань між якими 150 км, назустріч один одному виїхали одночасно мотоцикліст і велосипедист. Через 2 год вони зустрілись і, не зупиняючись, продовжили рух. Мотоцикліст прибув у В на 3 години раніше, ніж велосипедист у А. На скільки швидкість велосипедиста менша, ніж швидкість мотоцикліста?

- а. 30 км/год
- б. 40 км/год
- в. 25 км/год

г. 35 км/год

88. При обертанні двох коліс, з'єднаних нескінченним ременем, менше з них робить у хвилину на 400 обертів більше, ніж друге. Більше колесо робить 5 обертів за проміжок часу на 1 с більший, ніж час 5-ти обертів меншого. Визначити суму кількостей обертів більшого та меншого коліс за хвилину.

- а. 200 об/хв
- б. 400 об/хв
- в. 600 об/хв
- г. 800 об/хв

89. Перетином множин  $A = \{1, 3, 5\}$  та  $B = \{0, 1, 2, 3\}$  є

- а.  $\emptyset$
- б.  $\{0, 1, 2, 3, 5\}$
- в.  $\{1, 3\}$
- г.  $\{0, 2, 5\}$

90. Об'єднанням  $A \cup B$  множин  $A = \{1, 3, 5\}$  та  $B = \{0, 1, 2, 3\}$  є

- а.  $\emptyset$
- б.  $\{0, 1, 2, 3, 5\}$
- в.  $\{1, 3\}$
- г.  $\{0, 2, 5\}$

91. Різницею  $A \setminus B$  множин  $A = \{1, 3, 5\}$  та  $B = \{0, 1, 2, 3\}$  є

- а.  $\emptyset$
- б.  $\{5\}$
- в.  $\{1, 3\}$
- г.  $\{0, 2\}$

92. Різницею  $B \setminus A$  множин  $A = \{1, 3, 5\}$  та  $B = \{0, 1, 2, 3\}$  є

- а.  $\emptyset$
- б.  $\{5\}$
- в.  $\{1, 3\}$
- г.  $\{0, 2, \}$

93. Відношення називають відношенням еквівалентності, якщо воно має властивості

- а. рефлексивності, симетричності, транзитивності
- б. рефлексивності, антисиметричності, транзитивності
- в. антисиметричності, транзитивності
- г. інша відповідь

94. Бінарне відношення  $R \subseteq M \times M$  називають рефлексивним, якщо

- а.  $\exists a \in M : (a, a) \in R$
- б.  $\forall a, b \in M : (a, b) \in R \Rightarrow (b, a) \in R$
- в.  $\forall a, b \in M : (a, b) \in R$
- г.  $\forall a \in M : (a, a) \in R$

95. Бінарне відношення  $R \subseteq M \times M$  називають симетричним, якщо

- а.  $\exists a \in M : (a, a) \in R$
- б.  $\forall a, b \in M : (a, b) \in R \Rightarrow (b, a) \in R$
- в.  $\forall a, b \in M : (a, b) \in R$
- г.  $\forall a \in M : (a, a) \in R$

96. Для двох множин принцип включення-виключення базується на рівності

- а.  $|A \cap B| = |A| + |B| - |A \cup B|$
- б.  $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$
- в.  $n - |A \cup B|$
- г. інша відповідь

97. Число  $m$ -сполучень (комбінацій)  $n$ -елементної множини дорівнює

- а.  $\frac{m!}{n!(n-m)!}$
- б.  $\frac{n!}{m!(n-m)!}$
- в.  $\frac{(n+m)!}{n!m!}$
- г. інша відповідь

98. Обчисліть кількість усіх комбінацій (сполучень) з 10 по 8

- а.  $\frac{10!}{8!}$
- б.  $\frac{10!}{2!}$
- в.  $\frac{10!}{8!2!}$
- г.  $\frac{10!}{6!}$

99. Обчисліть кількість усіх розміщень (перестановок) з 5 по 3

- а. 60
- б. 30
- в. 120
- г. 15

100. Число перестановок елементів  $n$ -елементної множини дорівнює

- а.  $2^n$
- б.  $n!$
- в.  $\frac{n(n-1)}{2}$
- г. інша відповідь

101. Обчисліть кількість усіх комбінацій (сполучень) з 6 по 2

- а. 10
- б. 25
- в. 15
- г. 35

102. Обчисліть кількість усіх розміщень (перестановок) з 5 по 2

- а.  $\frac{3!}{2!}$
- б.  $\frac{5!}{2!}$

в.  $\frac{5!}{3!2!}$

г.  $\frac{5!}{3!}$

103. Число  $m$ -перестановок (розміщень)  $n$ -елементної множини дорівнює

а.  $\frac{n!}{n!(n-m)!}$

б.  $\frac{n!}{(n-m)!}$

в.  $\frac{m!}{(n-m)!}$

г. інша відповідь

104. Закон ідемпотентності для операції об'єднання множин виражається рівністю

а.  $A \cup \bar{A} = U$

б.  $A \setminus A = \emptyset$

в.  $A \cup \emptyset = A$

г.  $A \cup A = A$

105. Яка з рівностей виражає закон де Моргана?

а.  $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$

б.  $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cup \bar{B}$

в.  $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$

г. інша відповідь

106. Серед наведених тотожностей знайдіть тотожність, яка виражає закон поглинання:

а.  $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$

б.  $A \cup B = B \cup A$

в.  $A \cup (A \cap B) = A$

г.  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

107. Серед наведених нижче кривих оберіть криву зі сталою кривиною:

а. пряма

б. парабола

в. еліпс

г. інша відповідь

108. Наступна крива є простою, але не елементарною:

а. парабола

б. гіпербола

в. коло

г. інша відповідь

109. Крива зі своєю дотичною має дотик

а. першого порядку

б. другого порядку

в. нульового порядку

г. інша відповідь

110. Кривина кривої тотожно рівна нулеві, якщо

- а. крива плоска
- б. крива належить класу  $C^3$
- в. ця крива є прямою
- г. інша відповідь

111. Елементарна крива - це

- а. коло
- б. гомеоморфний образ прямої
- в. будь-яка лінійно зв'язна множина
- г. інша відповідь

112. Крива називається гладкою, якщо

- а. у кожній її точці існує дотична
- б. вона є гомеоморфним образом прямої
- в. вона замкнена
- г. інша відповідь

113. Кривина кривої — це

- а. кількісна міра відхилення кривої від дотичної
- б. кількісна міра відхилення кривої від стичної площини
- в. величина кута між векторами дотичної і головної нормалі (в радіанах)
- г. інша відповідь

114. Скрут кривої — це

- а. кількісна міра відхилення кривої від дотичної
- б. кількісна міра відхилення кривої від стичної площини
- в. величина кута між векторами дотичної і головної нормалі (в радіанах)
- г. інша відповідь

115. Еволюта плоскої кривої — це

- а. геометричне місце центрів кривини цієї кривої
- б. множина всіх особливих точок кривої
- в. друга похідна її радіус-вектора
- г. інша відповідь

116. Яке з диференціальних рівнянь не є лінійним:

- а.  $y' - \frac{2}{x+1}y = (x+1)^3$
- б.  $y' - \frac{2}{x}y = e^x$
- в.  $y' - \frac{2}{x}y = \frac{2}{y}$
- г.  $y' - \frac{2}{x+1}y = (x+1)^3y$

117. Диференціальне рівняння  $y'^2 + y^2 = 0$  має дійсних розв'язків:

- а. Безліч
- б. Жодного
- в. Чотири
- г. Один

118. Яку заміну використовують для зменшення порядку диференціального рівняння вигляду  $F(x, y', y'') = 0$ :

- а.  $y' = z(y)$
- б.  $y' = yz(x)$
- в.  $y' = z(x)$
- г.  $y'' = z(x)$

119. Яке з нижченаведених диференціальних рівнянь не є лінійним:

- а.  $x^2 y'' + 5xy' + 3y = \sin x$
- б.  $y'' + 3y' - 5 = 0$
- в.  $yy'' + 3y' + 2 = 0$
- г.  $y'' + y' = xe^{\ln y}$

120. Яке з диференціальних рівнянь не є однорідним:

- а.  $(xy - y^2)dx - (x^2 - 2xy)dy = 0$
- б.  $y' = \frac{xy - y^2}{x^2 + 2xy}$
- в.  $xy' = y + 1$
- г.  $xy' = y + x$

121. Розв'язати систему рівнянь  $\begin{cases} y + 5 = x^2, \\ x^2 + y^2 = 25. \end{cases}$

- а. (0; 5)
- б. (0; 5); (-3; -4)
- в. (3; 4); (-3; -4)
- г. інша відповідь

122. Знайти найбільше значення виразу  $x - 2y$ , де  $(x; y)$  — розв'язки системи рівнянь

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2(xy + 2), \\ x + y = 6. \end{cases}$$

- а. -6
- б. 0
- в. 4
- г. 10

123. Розв'язати систему рівнянь  $\begin{cases} x^2 + x + y = 6, \\ y - x = 3. \end{cases}$

- а. (-3; 0)
- б. (0; 3)
- в. (-3; 0); (3; 0)
- г. (-3; 0); (1; 4)

124. Розв'язати систему рівнянь  $\begin{cases} x^2 - 3y = -5, \\ 7x + 3y = 23. \end{cases}$

- а.  $(-9; 28\frac{2}{3}); (2; 3)$
- б.  $(-9; 25\frac{2}{3})$

- в. (2; 3)
- г. (-9; 3)

125. Розв'язати систему рівнянь 
$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 13, \\ x - y = 1. \end{cases}$$

- а. (6; 7)
- б. (-6; 7)
- в. (-6; -7)
- г. інша відповідь

126. При якому значенні  $x$  добуток  $a_{13}a_{21}a_{34}a_{4x}$  входить у визначник четвертого порядку?

- а. 2
- б. 1
- в. 3
- г. 4

127. При якому значенні  $x$  добуток  $a_{13}a_{21}a_{34}a_{4x}a_{55}$  входить у визначник п'ятого порядку?

- а. 2
- б. 1
- в. 3
- г. 4

128. При якому значенні  $x$  добуток  $a_{14}a_{2x}a_{35}a_{42}a_{53}a_{61}$  входить у визначник шостого порядку?

- а. 2
- б. 6
- в. 3
- г. 5

129. При якому значенні  $x$  добуток  $a_{15}a_{23}a_{34}a_{4x}a_{56}a_{61}$  входить у визначник шостого порядку?

- а. 2
- б. 6
- в. 3
- г. 5

130. Який з нижченаведених добутоків входить у визначник четвертого порядку?

- а.  $a_{13}a_{21}a_{32}a_{44}$
- б.  $a_{12}a_{23}a_{32}a_{41}$
- в.  $a_{13}a_{22}a_{31}a_{42}$
- г.  $a_{11}a_{22}a_{31}a_{43}$

131. Який з добутоків не входить у визначник п'ятого порядку?

- а.  $a_{13}a_{22}a_{31}a_{44}a_{55}$
- б.  $a_{15}a_{23}a_{34}a_{41}a_{52}$
- в.  $a_{13}a_{25}a_{31}a_{45}a_{54}$
- г.  $a_{11}a_{25}a_{34}a_{43}a_{52}$

132. Добутки  $a_{12}a_{23}a_{31}$  і  $a_{11}a_{23}a_{32}$  входять у визначник третього порядку із знаками відповідно

- а.  $+ i +$
- б.  $+ i -$
- в.  $- i +$
- г.  $- i -$

133. Добуток  $a_{13}a_{22}a_{31}a_{44}$  входять у визначник четвертого порядку із знаком

- а.  $+$
- б.  $-$
- в. даний добуток не входить у визначник четвертого порядку
- г. інша відповідь

134. Вкажіть формулу визначника матриці  $A(a_{ij})$ ,  $i, j = 1, 2$  другого порядку

- а.  $\det A = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$
- б.  $\det A = a_{11}a_{22} + a_{12}a_{21}$
- в.  $\det A = a_{11}a_{12} - a_{21}a_{22}$
- г.  $\det A = a_{11}a_{21} - a_{12}a_{22}$

135. Скільки доданків входить в формулу визначника матриці третього порядку (якщо визначник виражений тільки через елементи матриці):

- а. 3
- б. 4
- в. 6
- г. 9

136. Матриця  $A$  має розміри  $5 \times 4$ . Яку з операцій неможливо виконати?

- а. транспонувати  $A$
- б. перемножити  $A$  на  $A^T$
- в. перемножити  $A^T$  на  $A$
- г. перемножити  $A$  на  $A$

137. Якщо всі елементи визначника третього порядку дорівнюють числу  $m$ , то такий визначник дорівнюватиме

- а.  $m^3$
- б.  $m^9$
- в.  $m$
- г. 0

138. Якщо визначник матриці містить два однакові рядки то він

- а. кратний розміру матриці
- б. є парним числом
- в. є додатнім числом
- г. дорівнює 0

139. Якщо визначник матриці містить два однакові стовпці то він

- а. кратний розміру матриці
- б. є парним числом

- в. є додатнім числом
  - г. дорівнює 0
140. Якщо визначник матриці містить два пропорційні стовпці то він
- а. кратний розміру матриці
  - б. є парним числом
  - в. є додатнім числом
  - г. дорівнює 0
141. Якщо визначник матриці містить два пропорційні рядки то він
- а. кратний розміру матриці
  - б. є парним числом
  - в. є додатнім числом
  - г. дорівнює 0
142. Якщо у визначнику матриці один рядок є сумою всіх інших то він
- а. кратний розміру матриці
  - б. є від'ємним числом
  - в. є додатнім числом
  - г. дорівнює 0
143. Якщо у визначнику матриці один стовпець є лінійною комбінацією інших стовпців то він
- а. кратний розміру матриці
  - б. є від'ємним числом
  - в. є додатнім числом
  - г. дорівнює 0
144. Якщо у визначнику матриці один рядок є різницею двох інших то він
- а. кратний розміру матриці
  - б. є від'ємним числом
  - в. є додатнім числом
  - г. дорівнює 0
145. Методом Гауса можна знайти розв'язок
- а. тільки лінійної системи рівнянь, в якій кількість невідомих дорівнює кількості рівнянь і  $\det A \neq 0$
  - б. довільної лінійної системи рівнянь
  - в. тільки лінійної системи рівнянь, в якій кількість невідомих дорівнює кількості рівнянь
  - г. тільки лінійної однорідної системи рівнянь
146. Дві матриці можна додати, якщо вони
- а. невироджені
  - б. квадратні
  - в. однакового розміру
  - г. діагональні
147. Система лінійних рівнянь сумісна, якщо ранг її розширеної матриці

- a. рівний рангу матриці коефіцієнтів
  - б. більший за ранг матриці коефіцієнтів
  - в. менший від рангу матриці коефіцієнтів
  - г. рівний кількості невідомих
148. Сумісна система лінійних рівнянь визначена, якщо ранг її розширеної матриці
- a. рівний кількості невідомих
  - б. рівний рангу матриці коефіцієнтів
  - в. більший за ранг матриці коефіцієнтів
  - г. менший від рангу матриці коефіцієнтів
149. Методом Крамера можна знайти розв'язок
- a. лінійної системи рівнянь, в якій кількість невідомих дорівнює кількості рівнянь і визначник матриці коефіцієнтів відмінний від нуля
  - б. довільної лінійної системи рівнянь
  - в. лінійної системи рівнянь, в якій кількість невідомих дорівнює кількості рівнянь
  - г. лінійної однорідної системи рівнянь
150. Матричним методом можна знайти розв'язок
- a. лінійної системи рівнянь, в якій кількість невідомих дорівнює кількості рівнянь і визначник матриці коефіцієнтів відмінний від нуля
  - б. довільної лінійної системи рівнянь
  - в. лінійної системи рівнянь, в якій кількість невідомих дорівнює кількості рівнянь
  - г. лінійної однорідної системи рівнянь
151. Метод Крамера не можна застосувати до системи лінійних рівнянь, в якій кількість невідомих дорівнює кількості рівнянь і визначник матриці складеної з коефіцієнтів біля невідомих дорівнює
- a. 0
  - б. 1
  - в. 2
  - г. 1000
152. Якщо систему лінійних рівнянь можна розв'язати методом Крамера, то її можна розв'язати
- a. методом Гауса та матричним методом
  - б. методом Гауса, але не завжди матричним методом
  - в. матричним методом, але не завжди методом Гауса
  - г. тільки методом Крамера
153. Матрицю можна помножити на число, якщо вона є
- a. тільки квадратною
  - б. довільною
  - в. тільки матрицею-стовпцем
  - г. тільки матрицею-рядком
154. Система лінійних рівнянь називається однорідною, якщо
- a. вона не має жодного розв'язку
  - б. вона має єдиний розв'язок
  - в. вона має більше ніж один розв'язок

- г. всі вільні члени дорівнюють нулю
155. Як зміниться визначник матриці, якщо в ньому поміняти два рядки місцями?
- а. не зміниться
  - б. змінить тільки знак
  - в. дорівнюватиме нулю
  - г. збільшиться в два рази
156. Як зміниться визначник матриці, якщо в ньому поміняти два стовпці місцями?
- а. не зміниться
  - б. змінить тільки знак
  - в. дорівнюватиме нулю
  - г. збільшиться в два рази
157. Як зміниться визначник матриці, якщо її транспонувати?
- а. не зміниться
  - б. змінить тільки знак
  - в. дорівнюватиме нулю
  - г. збільшиться в два рази
158. Визначник будь-якої квадратної матриці дорівнює нулю, якщо
- а. всі елементи деякого рядка рівні нулю
  - б. всі діагональні елементи матриці рівні нулю
  - в. кількість елементів, які рівні нулю більша за порядок матриці
  - г. кількість елементів, які рівні нулю дорівнює порядку матриці
159. Визначник квадратної матриці дорівнює нулю, якщо
- а. всі елементи деякого стовпця рівні нулю
  - б. всі діагональні елементи матриці рівні нулю
  - в. кількість елементів, які рівні нулю більша за порядок матриці
  - г. кількість елементів, які рівні нулю дорівнює порядку матриці
160. Визначник квадратної матриці не можна розкласти за
- а. діагональними елементами
  - б. за одним рядком
  - в. за двома рядками
  - г. за одним стовпцем
161. Формула  $p \wedge \bar{p}$  логіки висловлень є
- а. тавтологією
  - б. суперечністю
  - в. виконуваною
  - г. проблемною
162. Формула  $p \rightarrow q$  логіки висловлень рівносильна формулі
- а.  $\bar{q} \rightarrow \bar{p}$
  - б.  $\bar{p} \rightarrow \bar{q}$

в.  $\bar{p} \rightarrow q$

г.  $p \rightarrow \bar{q}$

163. Формула  $p \vee p$  логіки висловлень є

- а. тавтологією
- б. суперечністю
- в. виконуваною
- г. проблемною

164. Формула  $p \wedge 0$  логіки висловлень рівносильна формулі

- а. 0
- б.  $p$
- в. 1
- г.  $\bar{p}$

165. Операція "еквіваленція" позначається через

- а.  $\vee$
- б.  $\wedge$
- в.  $\leftrightarrow$
- г.  $\rightarrow$

166. Формула  $p \wedge 1$  логіки висловлень рівносильна формулі

- а. 0
- б.  $p$
- в. 1
- г.  $\bar{p}$

167. Операція "диз'юнкція" позначається через

- а.  $\vee$
- б.  $\wedge$
- в.  $\leftrightarrow$
- г.  $\rightarrow$

168. Формула  $p \vee \bar{p}$  логіки висловлень є

- а. тавтологією
- б. суперечністю
- в. нейтральною
- г. проблемною

169. Логічним наслідком з формули  $p \vee \bar{p}$  є

- а.  $\bar{p}$
- б.  $p$
- в. 0
- г. 1

170. Операція "кон'юнкція" позначається через

- а.  $\vee$
- б.  $\wedge$
- в.  $\leftrightarrow$
- г.  $\rightarrow$

171. Формула  $p \vee 1$  логіки висловлень рівносильна формулі

- а. 0
- б.  $p$
- в. 1
- г.  $\bar{p}$

172. Формула  $p \vee 0$  логіки висловлень рівносильна формулі

- а. 0
- б.  $p$
- в. 1
- г.  $\bar{p}$

173. Булевих функцій від трьох змінних є

- а. 1
- б.  $2^3$
- в.  $2^8$
- г. безліч

174. Скільки існує тавтологій, які не є виконуваними формулами логіки висловлень?

- а. 0
- б. 1
- в. 2
- г. безліч

175. Обчислити  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+a^2}}$ :

- а.  $\ln|x + \sqrt{x^2+a^2}| + C$
- б.  $\operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$
- в.  $\operatorname{arcsin} \frac{x}{a} + C$
- г.  $\operatorname{arccos} \frac{x}{a} + C$

176. Обчислити  $\int \frac{dx}{\cos^2 x}$ :

- а.  $\operatorname{tg} x + C$
- б.  $-\operatorname{tg} x + C$
- в.  $-\operatorname{ctg} x + C$
- г.  $\frac{1}{\sin^2 x} + C$

177. Обчислити  $\int \exp(3x+1)dx$ :

- а.  $\frac{1}{3} \exp(3x+1) + C$
- б.  $3 \exp(3x+1) + C$
- в.  $\exp(3x+1) + C$
- г.  $\exp(3x) + C$

178. Обчислити  $\int \frac{dx}{x} dx$ :

а.  $\ln|x| + C$

б.  $\frac{x^2}{2} + C$

в.  $-\frac{x^2}{2} + C$

г.  $\frac{1}{x^2} + C + C$

179. Обчислити  $\int \frac{dx}{x^2+a^2} dx$ :

а.  $\frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$

б.  $\operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$

в.  $-\operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$

г.  $\operatorname{arcsin} \frac{x}{a} + C + C$

180. Обчислити границю  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{2x}$ :

а.  $\frac{5}{2}$

б.  $\frac{5}{3}$

в.  $\frac{4}{3}$

г.  $\frac{4}{5}$

181. Обчислити границю  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{x}$ :

а. 3

б. 4

в. 2

г. 2,5

182. Обчислити границю  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x^2-x}$ :

а. 2

б. 1

в. 3

г. 4

183. Обчислити границю  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 5x}$ :

а. 0,4

б. 0,2

в. 0,3

г. 0,7

184. Обчислити границю  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\operatorname{tg} 7x}$ :

а.  $\frac{3}{7}$

б.  $\frac{3}{5}$

в.  $\frac{3}{5}$

г.  $\frac{5}{3}$

185. Обчислити границю  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-3x)}{x}$ :

- а.  $-3$
- б.  $-4$
- в.  $-2$
- г.  $-1$

186. Обчислити похідну  $y'_x$ , якщо  $y = \frac{x}{\sin x + \cos x}$ :

- а.  $\frac{\sin x + \cos x + x(\sin x - \cos x)}{1 + \sin 2x}$
- б.  $\frac{\sin x + \cos x}{1 + \sin 2x}$
- в.  $\frac{\sin x - \cos x + x(\sin x + \cos x)}{1 + \sin 2x}$
- г.  $\frac{\sin x - \cos x}{1 + \sin 2x}$

187. Обчислити похідну  $y'_x$ , якщо  $y = \sqrt{1 + 2\operatorname{tg}x}$ :

- а.  $\frac{1}{\sqrt{1+2\operatorname{tg}x} \cos^2 x}$
- б.  $-\frac{1}{\sqrt{1+2\operatorname{tg}x} \sin^2 x}$
- в.  $\frac{2}{\sqrt{1+2\operatorname{tg}x} \cos^2 x}$
- г.  $-\frac{2}{\sqrt{1+2\operatorname{tg}x} \sin^2 x}$

188. Область визначення функції  $y = \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt[3]{-x}}$  визначена умовою

- а.  $x > 0$
- б.  $x \geq 0$
- в.  $x = 0$
- г.  $x < 0$

189. Обчислити границю:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin mx}{\cos nx}$ .

- а.  $0$
- б.  $\frac{m}{n}$
- в.  $\frac{n}{m}$
- г.  $1$

190.  $\int \frac{1}{\sin^2 5x} dx =$

- а.  $-\frac{1}{5} \operatorname{ctg} 5x + C$
- б.  $\frac{1}{5} \operatorname{ctg} 5x + C$
- в.  $-5 \operatorname{ctg} 5x + C$
- г.  $\frac{1}{5} \operatorname{tg} 5x + C$

191.  $\int \frac{dx}{1-x^2} =$

- а.  $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{1+x}{1-x} \right| + C$
- б.  $\ln \left| \frac{1+x}{1-x} \right| + C$
- в.  $\frac{1}{6} \ln \left| \frac{1+x}{1-x} \right| + C$
- г.  $\frac{1}{4} \ln \left| \frac{1-x}{1+x} \right| + C$

192. Знайти похідну функції  $y(x) = \arcsin(\cos x)$ :

- а.  $-\frac{\sin x}{\sqrt{1-\cos^2 x}}$

- б.  $\frac{\sin x}{\sqrt{1-\cos^2 x}}$   
 в.  $-\frac{\sin x}{\sqrt{1+\cos^2 x}}$   
 г.  $\frac{\sin x}{\sqrt{1+\cos^2 x}}$

193. Обчислити площу фігури, обмеженої лініями  $y = 2x^2$ ,  $y = 0$ ,  $x = 3$ :

- а. 18  
 б. 27  
 в.  $2/3$   
 г. 10

194. Нехай  $y = f(x)$  — парна функція, а  $y = g(x)$  — непарна функція. Вкажіть, яка з функцій є парною:

- а.  $y = f(x) - g(|x|)$   
 б.  $y = f(x)g(x)$   
 в.  $y = f(x) + g(x)$   
 г.  $y = f(x) - g(x)$

195. Функція  $y = 3x^3 + 2x^2 - 2$  на інтервалі  $(0; 2)$

- а. монотонно зростає  
 б. має максимум  
 в. має мінімум  
 г. монотонно спадає

196. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n+2}(\sqrt{n+3} - \sqrt{n-4})$ :

- а.  $\frac{7}{2}$   
 б.  $-\frac{1}{2}$   
 в.  $-\infty$   
 г.  $+\infty$

197. Яка функція є парною?

- а.  $f(x) = x^2 + \ln|x|$   
 б.  $f(x) = x^4 - \sin x$   
 в.  $f(x) = \operatorname{tg}(2x + 1)$   
 г.  $f(x) = \cos x - \sin^3 x$

198. Знайти область визначення функції  $y = \frac{x+2}{2x-5}$ :

- а.  $(-\infty; 2, 5) \cup (2, 5; +\infty)$   
 б.  $(-\infty; +\infty)$   
 в.  $(-\infty; 5) \cup (5; +\infty)$   
 г.  $(0; +\infty)$

199. Знайти множину значень функції  $y = x^2$ ,  $x \in [-3, 2)$ :

- а.  $y \in [0; 9]$   
 б.  $y \in [4; 9]$   
 в.  $y \in [0; 9)$

г.  $y \in (4; 9]$

200. Для функції  $y = \lg \frac{x}{2}$  знайти обернену:

а.  $x = 2 \cdot 10^y, y \in (-\infty; +\infty)$

б.  $x = 10^y, y \in (-\infty; +\infty)$

в.  $x = 10^{2y}, y \in (-\infty; +\infty)$

г.  $x = 2 \cdot 10^y, y \in (0; +\infty)$

201. Обчислити інтеграл  $\int_2^6 \sqrt{x-2} dx$ :

а.  $\frac{16}{3}$

б.  $\frac{8}{3}$

в.  $-\frac{16}{3}$

г. 16

202. Знайти площу, обмежену параболою  $y = 4x - x^2$  і віссю абсцис:

а.  $s = \frac{32}{3}$

б.  $s = \frac{32}{5}$

в.  $s = 32$

г.  $s = \frac{31}{3}$

203. Написати рівняння дотичної до параболи  $y = \sqrt{x}$  у точці  $A(4, 2)$ :

а.  $x - 4y + 4 = 0$

б.  $x + 4y + 4 = 0$

в.  $x - 4y - 4 = 0$

г.  $-x - 4y + 4 = 0$

204. Сума раціональних чисел не може бути числом

а. ірраціональним

б. дійсним

в. 0

г. раціональним

205. Якщо  $f''(x) < 0$  на інтервалі  $(a, b)$ , то графік функції  $y = f(x)$  на цьому інтервалі

а. опуклий вгору

б. опуклий вниз

в. має перегин

г. має максимум

206. Графік функції  $y = f(2x)$  можна побудувати, якщо щодо графіка функції  $y = f(x)$  здійснити

а. стиск у 2 рази вздовж осі  $Ox$

б. стиск у 2 рази вздовж осі  $Oy$

в. розтяг у 2 рази вздовж осі  $Ox$

г. розтяг у 2 рази вздовж осі  $Oy$

207.  $\int_a^b u(x) dv(x) =$

а.  $u(x)v(x) \Big|_a^b - \int_a^b v(x) du(x)$

б.  $u(x)v(x) \Big|_a^b + \int_a^b v(x) du(x)$

в.  $u(x)v(x) - \int_a^b v(x) du(x)$

г.  $u(x)v(x) \Big|_a^b$

208. Функція  $f(x)$  неперервна в точці  $x_0$ , якщо

а.  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$

б.  $\exists \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$

в.  $\lim_{x \rightarrow x_0-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0+0} f(x)$

г. функція визначена в точці  $x_0$

209. Якщо функція  $y = f(x)$  диференційовна в точці  $x_0$ , і має в точці  $x_0$  екстремум, то

а.  $f'(x_0) = 0$

б.  $f'(x_0) = 1$

в.  $f'(x_0) \neq 0$

г.  $f'(x_0) > 0$

210. Графік функції  $y = f\left(\frac{1}{2}x\right)$  можна побудувати, якщо щодо графіка функції  $y = f(x)$  здійснити

а. розтяг у 2 рази вздовж осі  $Ox$

б. стиск у 2 рази вздовж осі  $Oy$

в. стиск у 2 рази вздовж осі  $Ox$

г. розтяг у 2 рази вздовж осі  $Oy$

211. Графік функції  $y = \frac{1}{2}f(x)$  можна побудувати, якщо щодо графіка функції  $y = f(x)$  здійснити

а. стиск у 2 рази вздовж осі  $Oy$

б. розтяг у 2 рази вздовж осі  $Ox$

в. стиск у 2 рази вздовж осі  $Ox$

г. розтяг у 2 рази вздовж осі  $Oy$

212. Графік функції  $y = f(x + 1)$  можна побудувати, якщо щодо графіка функції  $y = f(x)$  здійснити

а. перенос на 1 вліво вздовж осі  $Ox$

б. перенос на 1 вправо вздовж осі  $Ox$

в. перенос на 1 вгору вздовж осі  $Oy$

г. перенос на 1 вниз вздовж осі  $Oy$

213. Графік функції  $y = f(x) + 1$  можна побудувати, якщо щодо графіка функції  $y = f(x)$  здійснити

- а. перенос на 1 вгору вздовж осі  $Oy$
- б. перенос на 1 вправо вздовж осі  $Ox$
- в. перенос на 1 вліво вздовж осі  $Ox$
- г. перенос на 1 вниз вздовж осі  $Oy$

214. Для множин натуральних, цілих та раціональних чисел виконуються включення

- а.  $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$
- б.  $\mathbb{N} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{Z}$
- в.  $\mathbb{Q} \subset \mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$
- г.  $\mathbb{Z} \subset \mathbb{N} \subset \mathbb{Q}$

215. Множина дійсних чисел

- а. містить єдиний нуль
- б. не містить одиничного елемента
- в. містить обернений елемент до будь-якого дійсного числа
- г. не містить нульового елемента

216. Обчислити суму коренів рівняння  $\sqrt{(x-1)^2} = \frac{1}{2}$ .

- а.  $\frac{3}{2}$
- б. 2
- в.  $\frac{1}{2}$
- г. 0

217. Знайти кількість цілих розв'язків нерівності  $\sqrt{x-2} \leq 1$ .

- а. 0
- б. 1
- в. 2
- г. безліч

218. Розв'язати нерівність  $(6-x)\sqrt{x} \leq 0$ .

- а.  $(-\infty; 0] \cup [6; +\infty)$
- б.  $[0; 6]$
- в.  $[6; +\infty)$
- г. інша відповідь

219. Знайти кількість цілих розв'язків нерівності  $x - x^2 > 0$ .

- а. безліч
- б. 0
- в. 2
- г. 1

220. Розв'язати нерівність  $\frac{2}{x} \leq 1$ .

- а.  $[2; +\infty)$
- б.  $(0; 2]$
- в.  $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$
- г. інша відповідь

221. Розв'язати нерівність  $\frac{3-x}{x} \leq 0$ .

- а.  $(0; 3)$
- б.  $(0; 3]$
- в.  $(-\infty; 0) \cup [3; +\infty)$
- г.  $[3; +\infty)$

222. Розв'язати рівняння  $\sqrt{x-5} = \sqrt{-2-x}$ .

- а.  $-3,5$
- б.  $\emptyset$
- в.  $1,5$
- г.  $-1,5$

223. Розв'язати рівняння  $\sqrt{5-x} = 2x$ .

- а.  $1$
- б.  $1; -\frac{5}{4}$
- в.  $\emptyset$
- г.  $-\frac{5}{4}$

224. Розв'язати нерівність  $|x+2| \geq x$ .

- а.  $(-\infty; -1]$
- б.  $[-1; +\infty)$
- в.  $\emptyset$
- г. інша відповідь

225. Знайти довжину проміжку, на якому справджується нерівність  $\sqrt{x+1} \leq 2$ .

- а.  $0$
- б.  $1$
- в.  $2$
- г.  $4$

226. Знайти абсолютну величину різниці коренів рівняння  $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1} = \frac{8}{15}$ .

- а.  $4,25$
- б.  $3,75$
- в.  $2,75$
- г.  $0$

227. Обчислити добуток коренів рівняння  $\left| \frac{x+1}{x-1} \right| + \left| \frac{x-1}{x+1} \right| = \frac{10}{3}$ .

- а.  $-4$
- б.  $4$
- в.  $0$
- г. інша відповідь

228. Обчислити суму коренів рівняння  $||3-2x| - 1| = 2$ .

- а.  $3$
- б.  $6$
- в.  $-6$

г. 0

229. Обчислити суму коренів рівняння  $\sqrt{x^2 + 8x} = x^2 + 8x - 6$ .

а. -16

б. 8

в. -8

г. 16

230. Обчислити середнє арифметичне коренів рівняння  $\sqrt{x^2 - 5x + 6} + \sqrt{5x - x^2 - 6} = 0$ .

а. 3

б. 2,5

в. 3,5

г. 5

231. Обчислити добуток коренів рівняння  $\frac{1}{x(x+2)} - \frac{1}{(x+1)^2} = \frac{1}{12}$ .

а. 6

б. -2

в. 1

г. -3

232. Знайти кількість цілих коренів рівняння  $|x - 2| + |x + 3| = 5$ .

а. 2

б. 6

в. безліч

г. 5

233. Обчислити суму коренів рівняння  $x^2 - 4|x + 4| = 28$ .

а.  $-4 + 4\sqrt{3}$

б. 0

в. -6

г.  $-4 - 4\sqrt{3}$

234. Обчислити суму коренів рівняння  $\sqrt{10 - x} + \sqrt{x - 5} = \sqrt{x}$ .

а. 5

б. 11

в. 14

г. 15

235. Обчислити суму коренів рівняння  $|x - 1| + x = |x + 2|$ .

а. 1

б. 0

в. -1

г. 2

236. Обчислити добуток коренів рівняння  $(x^2 + x + 3)(x^2 + x + 8) = 50$ .

а. -2

б.  $-26$

в.  $2$

г.  $26$

237. Обчислити суму коренів рівняння  $\frac{3}{1+x+x^2} = 3 - x - x^2$ .

а.  $-3$

б.  $-2$

в.  $-1$

г.  $1$

238. Обчислити суму коренів рівняння  $\frac{8}{|x+1|-2} = |x+1|$ .

а.  $-5$

б.  $0$

в.  $2$

г.  $-2$

239. Обчислити  $|x_1| + |x_2|$ , де  $x_1, x_2$  - корені рівняння  $\sqrt{2x^2 - 3x + 2} = 4 - x$ .

а.  $8$

б.  $5$

в.  $9$

г.  $14$

240. Обчислити суму коренів рівняння  $\frac{x^3-8}{x-2} = 6x + 1$ .

а.  $3$

б.  $4$

в.  $5$

г.  $6$

241. Обчислити суму коренів рівняння  $x^2 + |x+1| = 1 - 2x$ .

а.  $-4$

б.  $-2$

в.  $-5$

г.  $-1$

242. На проміжку  $[-5; 5)$  знайти кількість цілих розв'язків нерівності  $\frac{(x-3)(x+2)}{x^2-1} < 1$ .

а.  $10$

б.  $9$

в.  $6$

г.  $1$

243. Знайти кількість цілих розв'язків нерівності  $(x^2 - 4x + 4)^2 + 36 \leq 13(x - 2)^2$ .

а.  $5$

б.  $2$

в.  $4$

г.  $7$

244. Обчислити значення виразу  $2x^2 - 9$ , де  $x$  - найбільший розв'язок нерівності  $\sqrt{x^2 - 7} \geq x + 2$ .

- а.  $6\frac{1}{8}$
- б. 5
- в. -1
- г. -9

245. Розв'язати нерівність  $2 - \frac{x-3}{x-2} \geq \frac{x-2}{x-1}$ .

- а.  $(1; \frac{3}{2}] \cup (2; +\infty)$
- б.  $[-\frac{3}{2}; 1) \cup (2; +\infty)$
- в.  $(-\frac{3}{2}; 1) \cup (2; +\infty)$
- г.  $(1; \frac{3}{2}) \cup (2; +\infty)$

246. Знайти кількість цілих розв'язків нерівності  $x^2 - 8|x| + 12 \leq 0$ .

- а. 5
- б. 6
- в. 10
- г. безліч

247. Розв'язати нерівність  $\frac{1}{x-1} + \frac{2}{x+1} < \frac{3}{x}$ .

- а.  $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$
- б.  $(-1; 3)$
- в.  $(0; +\infty)$
- г. інша відповідь

248. Скільки цілих чисел є розв'язками нерівності  $4 - x \geq \sqrt{4x - x^2}$ ?

- а. 5
- б. 4
- в. 3
- г. безліч

249. Розв'язати нерівність  $\frac{\sqrt{x+4}}{1-x} < 1$ .

- а.  $[-4; \frac{3-\sqrt{21}}{2}) \cup (1; +\infty)$
- б.  $[-4; -1) \cup (1; +\infty)$
- в.  $(0; 1) \cup (1; +\infty)$
- г.  $(\frac{3-\sqrt{21}}{2}; 1) \cup (1; +\infty)$

250. Скільки цілих невід'ємних чисел є розв'язками нерівності  $4x + 5 > \frac{5x^2+4}{x}$ ?

- а. 0
- б. 2
- в. 4
- г. безліч

251. Скільки цілих розв'язків має нерівність  $\frac{2x-1}{x-2} \leq \frac{x+2}{x}$ ?

- а. безліч

- б. 1
- в. 2
- г. 3

252. Скільки цілих чисел є розв'язками нерівності  $x + 5 > \sqrt{(2x + 1)^2}$ ?

- а. безліч
- б. 6
- в. 5
- г. 1

253. Розв'язати нерівність  $\left| \frac{2x+5}{4x+1} \right| < 1$ .

- а.  $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$
- б.  $(-\infty; -\frac{1}{4}) \cup (2; +\infty)$
- в.  $(-\frac{1}{4}; 2)$
- г.  $(2; +\infty)$

254. Визначити кількість розв'язків рівняння  $\frac{6}{x^2-3} + \frac{3}{2x^2-15} = 1$  на проміжку  $[-3,45; 2,45]$ .

- а. 0
- б. 1
- в. 2
- г. 3

255. Скільки коренів має рівняння  $\frac{1}{x} = x^2 + 3x + 3$ .

- а. 0
- б. 1
- в. 2
- г. 3

256. Сумою двох випадкових подій є подія, яка полягає в тому, що:

- а. відбулися обидві події
- б. відбулася тільки одна з двох подій
- в. відбулася хоча б одна з двох подій
- г. не відбулася одна з подій

257. Добутком двох випадкових подій є подія, яка полягає в тому, що:

- а. відбулися обидві події
- б. відбулася тільки одна з двох подій
- в. відбулася хоча б одна з двох подій
- г. не відбулася одна з подій

258. Протилежною до суми двох подій є подія, яка полягає в тому, що:

- а. не відбулася хоча б одна із подій
- б. не відбулися обидві події
- в. одна подія відбулася, а інша ні
- г. відбулася хоча б одна із подій

259. Протилежною до добутку двох подій є подія, яка полягає в тому, що:

- а. відбулася хоча б одна із подій
- б. не відбулися обидві події
- в. одна подія відбулася, а інша ні
- г. не відбулася хоча б одна із подій

260. Ймовірність суми двох подій  $A$  і  $B$  обчислюється за формулою:

- а.  $P(A + B) = P(A) + P(B)$
- б.  $P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B)$
- в.  $P(A + B) = P(A) + P(B) + P(A \cdot B)$
- г.  $P(A + B) = P(A) + P(B) + P(\overline{A \cdot B})$

261. Ймовірність добутку несумісних подій дорівнює:

- а. добутку ймовірностей цих подій
- б. сумі ймовірностей цих подій
- в. нулю
- г. одиниці

262. Ймовірність добутку незалежних подій дорівнює:

- а. добутку ймовірностей цих подій
- б. сумі ймовірностей цих подій
- в. нулю
- г. одиниці

263. За формулою повної ймовірності ймовірність події  $A$  дорівнює (де  $\{H_k : 1 \leq k \leq n\}$  - повна група подій):

- а.  $\sum_{k=1}^n P(A/H_k)$
- б.  $\sum_{k=1}^n P(H_k/A)$
- в.  $\sum_{k=1}^n P(H_k) \cdot P(A/H_k)$
- г.  $\sum_{k=1}^n P(H_k) \cdot P(H_k/A)$

264. Формула Байєса має вигляд (де  $\{H_k : 1 \leq k \leq n\}$  - повна група подій):

- а.  $P(A/H_i) = \frac{\sum_{k=1}^n P(H_k/A) \cdot P(H_k)}{P(H_i/A) \cdot P(H_i)}$
- б.  $P(A/H_i) = \frac{\sum_{k=1}^n P(A/H_k) \cdot P(H_k)}{P(A/H_i) \cdot P(H_i)}$
- в.  $P(H_i/A) = \frac{P(H_i/A) \cdot P(H_i)}{\sum_{k=1}^n P(H_k/A) \cdot P(H_k)}$
- г.  $P(H_i/A) = \frac{P(A/H_i) \cdot P(H_i)}{\sum_{k=1}^n P(A/H_k) \cdot P(H_k)}$

265. Функцією розподілу випадкової величини  $\xi$  є функція:

- а.  $F(x) = P(\xi \geq x)$
- б.  $F(x) = P(0 < \xi \leq x)$
- в.  $F(x) = P(\xi > x)$
- г.  $F(x) = P(\xi < x)$

266. Щільність розподілу випадкової величини — це функція  $f(x)$ , для якої ( $F$  - функція розподілу):

- а.  $F(x) = \int_x^{+\infty} f(t)dt$

б.  $F(x) = \int f(x)dx + C$

в.  $F(x) = \int_0^x f(t)dt$

г.  $F(x) = \int_{-\infty}^x f(t)dt$

267. Математичним сподіванням дискретної випадкової величини з розподілом  $(x_i; p_i)$  є:

а.  $\frac{1}{n} \sum_i x_i$

б.  $\sum_i x_i \cdot p_i$

в.  $\sum_i x_i \cdot p_i^2$

г.  $\sum_i x_i^2 \cdot p_i$

268. Математичне сподівання неперервної випадкової величини з щільністю розподілу  $f(x)$  дорівнює:

а.  $\int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)dx$

б.  $\int_0^{+\infty} x f(x)dx$

в.  $\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)dx$

г.  $\int_0^{+\infty} x^2 f(x)dx$

269. Серед  $N$  екзаменаційних білетів є  $n$  "щасливих". Студенти підходять за білетами один за одним. У кого більша ймовірність взяти "щасливий" білет - у того, хто підійшов першим, чи в того, хто підійшов другим?

а. У того, хто підійшов першим

б. У того, хто підійшов другим

в. Однакові для обох студентів

г. Неможливо визначити

270. В колі проведена хорда  $AB$  довжиною 4 і через точку  $B$  проведено дотичну. Знайти радіус кола, якщо відстань від точки  $A$  до цієї дотичної рівна 1.

а. 5

б. 6

в. 7

г. 8

271. Бісектриса одного із кутів прямокутника ділить його сторону пополам. Знайти периметр прямокутника, якщо його більша сторона рівна 20.

а. 60

б. 200

в. 40

г. 80

272. Коло дотикається двох суміжніх сторін квадрата і ділить кожну із двох інших сторін на відрізки 2 і 23. Знайти радіус кола.

а. 25

б. 17

в. 37

г. 46

273. У рівнобічну трапецію з бічною стороною 17 та основою 2 вписано коло. Знайти його радіус.

- а. 8
- б. 4
- в. 8,5
- г. 4,5

274. На діагоналі  $AC$  паралелограма  $ABCD$  взято точку  $K$  так, що  $AK : KC = 1 : 3$ . Через точки  $B$  і  $K$  проведено пряму, яка претинає сторону  $AD$  у точці  $L$ . Знайти відношення  $AL : LD$ .

- а. 3 : 5
- б. 3 : 4
- в. 2 : 3
- г. 1 : 2

275. Знайти площу прямокутного трикутника, якщо радіуси вписаного та описаного кіл рівні 1 і 4.

- а. 18
- б. 20
- в. 24
- г. інша відповідь

276. У трикутнику із сторонами 10, 10 і 16 знайти довжину найменшої висоти.

- а. 6
- б. 10
- в.  $\sqrt{156}$
- г. 8

277. Медіана, проведена до гіпотенузи прямокутного трикутника, рівна 10, а один із катетів 16. Знайти довжину другого катета.

- а. 6
- б. 12
- в. 26
- г. 10

278. Знайти значення виразу  $x + y$ , де  $(x; y)$  — розв'язок системи рівнянь

$$\begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{2}{y} = -7, \\ \frac{4}{x} + \frac{5}{y} = -14. \end{cases}$$

- а. 0,5
- б. 2,5
- в. -1,5
- г. -0,5

279. Знайти значення виразу  $x - y$ , де  $(x; y)$  — розв'язок системи рівнянь

$$\begin{cases} \frac{2}{x-y} + \frac{6}{x+y} = 1, \\ \frac{4}{x-y} - \frac{9}{x+y} = 0. \end{cases}$$

- а. -1

- б. 4
- в. 1
- г. 5

280. Знайти значення виразу  $xy$ , де  $(x; y)$  — розв'язок системи рівнянь

$$\begin{cases} \frac{x-2}{y+2} = -1, \\ 3x^2 + 2y^2 = 20. \end{cases}$$

- а.  $-2$
- б.  $-4$
- в.  $3$
- г.  $0$

281. Знайти найбільше значення виразу  $5(y - x)$ , де  $(x; y)$  — розв'язки системи рівнянь

$$\begin{cases} |x - 2y| = 2, \\ 3x - y = 1. \end{cases}$$

- а.  $-5$
- б.  $0$
- в.  $3$
- г. інша відповідь

282. Знайти довжину проміжку, який є розв'язком системи нерівностей

$$\begin{cases} \frac{2x+3}{3} - \frac{x+1}{2} \leq 2 - \frac{x-1}{6}, \\ 3 - x \leq 1. \end{cases}$$

- а.  $3$
- б.  $-2$
- в.  $5$
- г.  $1$

283. Розв'язати систему нерівностей  $\begin{cases} \frac{x}{8} - \frac{5x-4}{12} < \frac{x-2}{6} - \frac{x+1}{3} - \frac{3x}{4} + 6 \\ x - \frac{x-1}{2} - \frac{x+2}{3} > \frac{x-3}{4}. \end{cases}$

- а.  $(-\infty; 0)$
- б.  $(1; +\infty)$
- в.  $(-\infty; 7)$
- г.  $(-\infty; +\infty)$

284. Знайти суму найбільшого і найменшого цілих розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} x^2 - x - 20 \leq 0, \\ x - 4 < -4 - x. \end{cases}$$

- а.  $2$
- б.  $-5$
- в.  $-3$
- г.  $4$

285. Знайти найбільший цілий розв'язок системи нерівностей  $\begin{cases} x(x + 5) > 6, \\ 1 - \frac{x}{3} > 0, 1 - 0, 25x. \end{cases}$

- а.  $-9$
- б.  $0$
- в.  $15$
- г.  $10$

286. Знайти різницю найбільшого і найменшого розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} x^2 + 2x > 0, \\ -2 \leq x + 1 \leq 2. \end{cases}$$

- а.  $2$
- б.  $4$
- в.  $-1$
- г.  $0$

287. Знайти різницю найбільшого і найменшого цілих розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} x^2 - 3x - 18 < 0, \\ \frac{x}{1-x} < 0. \end{cases}$$

- а.  $-2$
- б.  $1$
- в.  $7$
- г.  $11$

288.  $\sqrt[4]{-16}$  на множині комплексних чисел приймає значення

- а.  $\sqrt{2} + i\sqrt{2}, \sqrt{2} - i\sqrt{2}, -\sqrt{2} + i\sqrt{2}, -\sqrt{2} - i\sqrt{2}$
- б.  $2i, -2i$
- в.  $-2, 2, 2i, -2i$
- г. не існує

289.  $z = |z|e^{i\varphi}$  є

- а. показникова форма комплексного числа
- б. алгебраїчна форма комплексного числа
- в. тригонометрична форма комплексного числа
- г. форма, що вимагає додаткових перетворень

290. При множенні комплексних чисел у показниковій формі: 1) аргументи множаться; 2) модулі множаться; 3) аргументи додаються; 4) модулі додаються. Із наведених тверджень вірними є:

- а. 2 і 3
- б. 1 і 4
- в. 1 і 2
- г. 3 і 4

291. Перша зліва відмінна від нуля цифра числа, представленого у десятковій формі, і всі наступні за нею цифри називаються:

- а. значущими
- б. значущими у вузькому сенсі
- в. значущими у широкому сенсі
- г. вірними

292. Значуща цифра числа називається вірною у вузькому сенсі, якщо абсолютна похибка цього числа не перевищує:

- а. одиниці розряду, в якому міститься ця цифра
- б. половини одиниці розряду цифри, що міститься справа від даної цифри
- в. половини одиниці розряду, в якому міститься ця цифра
- г. половини одиниці розряду цифри, що міститься зліва від даної цифри

293. Значуща цифра числа називається вірною у широкому сенсі, якщо абсолютна похибка цього числа не перевищує:

- а. одиниці розряду, в якому міститься ця цифра
- б. половини одиниці розряду, в якому міститься ця цифра
- в. одиниці розряду цифри, що міститься справа від даної цифри
- г. половини одиниці розряду цифри, що міститься зліва від даної цифри

294. Похибку завжди заокруглюють:

- а. до тисячних частин
- б. в більшу сторону
- в. в меншу сторону
- г. згідно з правилами заокруглення чисел

295. Абсолютна похибка різниці двох наближених чисел  $37,4$  і  $36,2$ , кожне з яких має три вірних у вузькому сенсі значущих цифри, рівна:

- а.  $0,05$
- б.  $0,005$
- в.  $0,001$
- г.  $0,1$

296. Абсолютна похибка різниці двох наближених чисел  $7,5$  і  $2,8$ , кожне з яких має дві вірні у вузькому сенсі значущі цифри, рівна:

- а.  $0,1$
- б.  $0,01$
- в.  $0,001$
- г.  $0,05$

297. Абсолютна похибка суми двох наближених чисел  $52,4$  і  $12,7$ , кожне з яких має три вірних у вузькому сенсі значущих цифри, рівна:

- а.  $0,05$
- б.  $0,005$
- в.  $0,1$
- г.  $0,01$

298. Точність наближеного числа залежить від кількості:

- а. значущих цифр
- б. ненульових цифр
- в. вірних цифр
- г. цифр після коми

299. Відносна похибка частки двох відмінних від нуля наближених чисел  $x_1, x_2$  визначається наступним співвідношенням:

а.  $\delta \geq \delta_{x_1} + \delta_{x_2}$

б.  $\delta \leq \delta_{x_1} + \delta_{x_2}$

в.  $\delta = \delta_{x_1} + \delta_{x_2}$

г.  $\delta = \frac{\delta_{x_1}}{\delta_{x_2}}$

300. Гранична відносна похибка частки двох відмінних від нуля наближених чисел  $x_1, x_2$  визначається наступним співвідношенням:

а.  $\delta u = \delta_{x_1} = \delta_{x_2}$

б.  $\delta u = \frac{1}{\delta_{x_1} + \delta_{x_2}}$

в.  $\delta u = \frac{\delta_{x_1}}{\delta_{x_2}}$

г.  $\delta u = \delta_{x_1} + \delta_{x_2}$

## Основний рівень

1. Елемент  $s$  напівгрупи  $S$  з одиницею  $e$  називається оборотним, якщо для деякого  $x \in S$

а.  $se = x$

б.  $s^{-1}s = x$

в.  $sx = xs = e$

г. інша відповідь

2. Модулем комплексного числа  $z = x + iy$ , де  $x, y \in \mathbb{R}$ , називається число

а.  $\sqrt{x^2 + y^2}$

б.  $x^2 + y^2$

в.  $\sqrt{(x + y)^2}$

г.  $|x| + |y|$

3. Скільки елементів містить симетрична група  $S_n$ ?

а.  $n!$

б.  $n$

в.  $\frac{n!}{2}$

г. інша відповідь

4. Яке з чисел є характеристикою деякого поля?

а. 7

б. 8

в. 9

г. 10

5. Попарно неізоморфних груп порядку 4 існує рівно

а. 0

б. 1

в. 2

г. 4

6. Записом комплексного числа  $z = -\cos \varphi - i \sin \varphi$  в тригонометричній формі є

а.  $z = \cos(\pi + \varphi) + i \sin(\pi + \varphi)$

б.  $z = \cos(-\varphi) + i \sin(-\varphi)$

в.  $z = \cos(\pi - \varphi) + i \sin(\pi - \varphi)$

г.  $z = \cos(\frac{\pi}{2} + \varphi) + i \sin(\frac{\pi}{2} + \varphi)$

7. Число  $\alpha$  є  $k$ -кратним коренем многочлена  $f(x)$ , якщо

а.  $f(\alpha) = f'(\alpha) = \dots = f^{(k-1)}(\alpha) = 0, f^{(k)}(\alpha) \neq 0$

б.  $f(\alpha) = f'(\alpha) = \dots = f^{(k)}(\alpha) = 0$

в.  $f(\alpha) = f'(\alpha) = \dots = f^{(k-1)}(\alpha) = 0$

г.  $f(\alpha) = f'(\alpha) = \dots = f^{(k)}(\alpha) = 0, f^{(k+1)}(\alpha) \neq 0$

8. Для того, щоб два многочлени мали спільний корінь, необхідно і достатньо, щоб

а. їхній результат дорівнював нулю

б. один з них був дільником іншого

в. вони мали рівні дискримінанти

г. вони ділились один на одного

9. Скільки існує абелевих груп, які містять неабелеву підгрупу?

а. 0

б. 1

в. 5

г. безліч

10. Порядок циклу  $(1423)$  симетричної групи  $S_4$  дорівнює

а. 1

б. 2

в. 3

г. 4

11. Яка з наступних груп є нескінченною абелевою?

а.  $A_3$

б.  $\mathbb{R}$

в.  $V_4$

г.  $D_3$

12. Скільки розв'язків має конгруенція  $2x \equiv -1 \pmod{5}$ ?

а. 2

б. 1

в. 0

г. 5

13. Яка з наступних структур є групою?

а.  $(\mathbb{R}, +)$

б.  $(\mathbb{R}, \cdot)$

в.  $(\mathbb{R}, -)$

г.  $(\mathbb{R}, /)$

14. Скільки є цілих чисел, конгруентних з 1 за модулем 5?

а. безліч

б. 1

в. 5

г. 0

15. Конгруенція  $6x \equiv 18 \pmod{12}$  має за модулем 12

а. 6 класів-розв'язків

б. 0 класів-розв'язків

в. 12 класів-розв'язків

г. 1 клас-розв'язок

16. Підгрупи якого порядку містить циклічна група порядку 7?

а. 1 і 7

б. 1, 3, 4, 7

в. 3, 4

г. інша відповідь

17. Теорема Вільсона стверджує, що

а.  $(p - 1)! + 1 \equiv 0 \pmod{p}$

б.  $(p - 1)! - 1 \equiv 0 \pmod{p}$

в.  $(p - 1)! \equiv 0 \pmod{p}$

г. інша відповідь

18. Чому дорівнює кількість натуральних чисел, які не перевищують натурального числа  $N$  і діляться на просте  $p$ ?

а.  $\left[ \frac{N}{p} \right]$

б.  $\left[ \frac{N}{p} \right] + 1$

в.  $\frac{N}{p}$

г. інша відповідь

19. Яка з конгруенцій правильна?

а.  $-7 \equiv 8 \pmod{5}$

б.  $-7 \equiv 8 \pmod{4}$

в.  $-1 \equiv 1 \pmod{3}$

г.  $-3 \equiv 3 \pmod{2013}$

20. Скільки елементів містить знакозмінна група  $A_n$ ?

а.  $n!$

б.  $n$

в.  $\frac{n!}{2}$

г. інша відповідь

21. Яка з наступних груп є циклічною?

- а.  $(\mathbb{Z}, +)$
- б.  $S_3$
- в.  $(\mathbb{R}, +)$
- г.  $Q_8$

22. Порядок групи  $S_5$  дорівнює

- а. 24
- б. 12
- в. 4
- г. інша відповідь

23. Скільки існує циклічних груп, які містять нециклічну підгрупу?

- а. 0
- б. 1
- в. 5
- г. безліч

24. Для того, щоб напівгрупа була групою, необхідно і достатньо, щоб вона була

- а. квазігрупою
- б. групоїдом
- в. моноїдом
- г. біноїдом

25. Послідовність знаменників підхідних дробів ірраціонального числа

- а. спадає
- б. зростає
- в. обмежена згори
- г. інша відповідь

26. Теорему про нескінченність множини простих чисел називають теоремою

- а. Евкліда
- б. Діріхле
- в. Ейлера
- г. Вільсона

27. Числа  $a$  і  $b$  є конгруентними за модулем  $m$ , якщо

- а.  $m|(a + b)$
- б.  $m|(a - b)$
- в.  $m|a, m|b$
- г. інша відповідь

28. Остача від ділення 117 на 11 в кільці цілих чисел дорівнює

- а. 0
- б. 3
- в. 7
- г. 4

29. Кількість чисел в зведеній системі лишків за модулем  $m$  дорівнює

- а.  $m$
- б.  $\varphi(m)$
- в.  $\tau(m)$
- г. інша відповідь

30. Яка з множин утворює повну систему лишків за модулем 4?

- а.  $\{-1, 4, -2, -3\}$
- б.  $\{1, 4, -2, -3\}$
- в.  $\{-1, -4, 2, 3\}$
- г.  $\{1, 4, 2, -3\}$

31. Розв'яжіть в простих числах рівняння  $\varphi(p^2) = 20$ , де  $\varphi$  - функція Ейлера.

- а.  $-4$
- б.  $2\sqrt{5}$
- в.  $3$
- г.  $5$

32. Розв'язати конгруенцію  $3x \equiv 13 \pmod{7}$ :

- а.  $x \equiv 3 \pmod{7}$
- б.  $x \equiv 2 \pmod{7}$
- в.  $x \equiv 4 \pmod{7}$
- г.  $\emptyset$

33. Значення функції  $\tau(n)$  для  $n = 392$  дорівнює

- а. 5
- б. 6
- в. 12
- г. інша відповідь

34. Значення ланцюгового дроби  $[2; 1; 2]$  дорівнює

- а. 5
- б. 3
- в.  $\frac{7}{2}$
- г.  $\frac{8}{3}$

35. Канонічний розклад числа  $7!$  має вигляд

- а.  $2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$
- б.  $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$
- в.  $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$
- г. інша відповідь

36. Елемент  $e$  напівгрупи  $S$  називається правою одиницею, якщо для будь-якого  $s \in S$

- а.  $se = s$
- б.  $s^{-1}s = e$

- в.  $es = s$
- г. інша відповідь

37. Для груп  $(G, \circ)$  і  $(H, *)$  гомоморфізм  $\varphi : G \rightarrow H$  називається ізоморфізмом, якщо він є

- а. ін'єктивним
- б. сюр'єктивним
- в. бієктивним
- г. інша відповідь

38. Кільце  $\mathbb{Z}/(m)$  містить дільники нуля, якщо

- а.  $m = 5$
- б.  $m = 2$
- в.  $m = 3$
- г.  $m = 4$

39. Порядок групи  $D_3$  дорівнює

- а. 3
- б. 6
- в. 4
- г. інша відповідь

40. Група називається абелевою, якщо задана на ній бінарна операція є

- а. комутативною
- б. асоціативною
- в. дистрибутивною
- г. неперервною

41. Порядок циклу  $(12)$  симетричної групи  $S_3$  дорівнює

- а. 1
- б. 2
- в. 3
- г. 6

42. Яка з наступних груп є неабелевою?

- а.  $\mathbb{Z}$
- б.  $\mathbb{R}$
- в.  $V_4$
- г.  $D_3$

43. Одиницею групи  $(\mathbb{Z}, +)$  є число

- а. -1
- б. 0
- в. 1
- г. інша відповідь

44. Яка з наступних структур є моноїдом, але не є групою?

- а.  $(\mathbb{Z}, +)$   
 б.  $(\mathbb{Z}, \cdot)$   
 в.  $(\mathbb{Z}, -)$   
 г.  $(\mathbb{Z}, /)$
45. Яка з підгруп не є нормальною в симетричній групі  $S_3 = \{(1), (12), (13), (23), (123), (132)\}$  ?
- а.  $S_3$   
 б.  $\{(1)\}$   
 в.  $\{(1), (23)\}$   
 г.  $\{(1), (123), (132)\}$
46. Добуток циклів  $(123)(13)$  дорівнює
- а.  $(13)$   
 б.  $(23)$   
 в.  $(123)$   
 г.  $(132)$
47. Яка з підмножин не є ідеалом кільця  $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$
- а.  $\mathbb{Z}$   
 б.  $\{0\}$   
 в.  $3\mathbb{Z}$   
 г.  $\mathbb{N}$
48. Елемент  $e$  напівгрупи  $S$  називається одиницею, якщо для будь-якого  $s \in S$
- а.  $se = s$   
 б.  $s^{-1}s = e$   
 в.  $es = s$   
 г.  $es = se = s$
49. Для груп  $(G, \circ)$  і  $(H, *)$  гомоморфізм  $\varphi : G \rightarrow H$  називається вкладенням (мономорфізмом), якщо він є
- а. ін'єктивним  
 б. сюр'єктивним  
 в. бієктивним  
 г. інша відповідь
50. Комутатор  $[a, b]$  елементів  $a, b$  групи  $G$  дорівнює
- а.  $b^{-1}ab$   
 б.  $a^{-1}b^{-1}ab$   
 в.  $ab$   
 г. інша відповідь
51. Скільки існує попарно неізоморфних груп порядку 5?
- а. 1  
 б. 2

в. 3

г. 5

52. Оберненим до елемента 3 групи  $(\mathbb{Z}, +)$  є елемент

а.  $\frac{1}{3}$

б. 0

в. -3

г. інша відповідь

53. Порядок групи  $Q_8$  дорівнює

а. 4

б. 16

в. 8

г. інша відповідь

54. Порядок групи  $S_4$  дорівнює

а. 24

б. 12

в. 4

г. інша відповідь

55. Порядок циклу  $(1234)$  симетричної групи  $S_4$  дорівнює

а. 1

б. 2

в. 3

г. 4

56. Яка з наступних груп є абелевою?

а.  $\mathbb{Z}$

б.  $Q_8$

в.  $A_4$

г.  $D_3$

57. Яка з наступних структур не є напівгрупою?

а.  $(\mathbb{Z}, +)$

б.  $(\mathbb{Z}, \cdot)$

в.  $(\mathbb{Z}, -)$

г.  $(\mathbb{R}, +)$

58. Яка з підгруп не є нормальною в групі  $(\mathbb{R}, +)$ ?

а.  $\mathbb{R}$

б.  $\{0\}$

в.  $\mathbb{Z}$

г. такої підгрупи не існує

59. Добуток циклів  $(12)(132)$  дорівнює

- а. (13)
- б. (12)
- в. (123)
- г. (132)

60. Яка з підмножин є ідеалом кільця  $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ ?

- а.  $Q$
- б.  $\mathbb{R}$
- в.  $\mathbb{Z}$
- г.  $\mathbb{N}$

61. Порядок знакозмінної групи  $A_4$  дорівнює

- а. 4
- б. 6
- в. 24
- г. 12

62. Серед підстановок, заданих циклами, парною є

- а. (12)
- б. (13)
- в. (23)
- г. (123)

63. Група симетрій ромба є

- а. циклічною
- б. простою
- в. нескінченною
- г. абелевою

64. Кількість підгруп циклічної групи  $C_6$  дорівнює

- а. 2
- б. 3
- в. 6
- г. 4

65. Порядок циклу (123) дорівнює

- а. 1
- б. 2
- в. 3
- г. 123

66. Кількість нециклічних груп простого порядку дорівнює

- а. 0
- б. 1
- в. 2
- г.  $\omega$

67. Скільки елементів порядку 3 містить кожна група порядку 2020?

- а. 2019
- б. 5
- в. 1
- г. 0

68. Кількість різних нормальних підгруп в симетричній групі  $S_3$  дорівнює

- а. 1
- б. 2
- в. 6
- г. 3

69. Простою є група

- а.  $C_4$
- б.  $C_5$
- в.  $C_6$
- г.  $S_3$

70. У групі порядку 12 підгрупа індекса 2 має порядок

- а. 1
- б. 2
- в. 12
- г. 6

71. Яка група містить підгрупу, яка не є нормальною в ній?

- а.  $C_6$
- б.  $C_8$
- в.  $Q_8$
- г.  $S_3$

72. Нульовим елементом кільця  $(\mathbb{R}, +, \cdot)$  є число

- а. 1
- б. 2
- в. 2019
- г. 0

73. Характеристика кільця  $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$  дорівнює

- а. 0
- б. 2
- в. 2019
- г. 4

74. Ідемпотентами кільця  $(\mathbb{R}, +, \cdot)$  є

- а. 1, 2 і 3
- б. всі елементи кільця
- в. -1 і 1

г. 0 і 1

75. Цілісним є кільце

а.  $\mathbb{Z}_4$

б.  $\mathbb{Z}_5$

в.  $\mathbb{Z}_6$

г.  $\mathbb{Z}_{2019}$

76. Характеристика кільця  $(\mathbb{R}, +, \cdot)$  дорівнює

а. 1

б. 5

в. 2019

г. 0

77. Оборотними елементами кільця  $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$  є

а. 1, 2 і 3

б. всі елементи кільця

в. 0 і 1

г. -1 і 1

78. Простим елементом кільця  $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$  є

а. -5

б. 4

в. -6

г. 2019

79. Асоційованими елементами в кільці  $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$  є

а. 1, 2 і 3

б. всі елементи кільця

в. 0 і 1

г. -2020 і 2020

80. Елемент 2 кільця цілих гаусових чисел  $\mathbb{Z}[i]$  є

а. дільником нуля

б. оборотним

в. простим

г. складеним

81. Площина, рівняння якої  $ax + cz + d = 0$  ( $acd \neq 0$ ), паралельна

а. тільки до осі  $OX$

б. тільки до осі  $OY$

в. тільки до осі  $OZ$

г. до площини  $XOY$

82. Встановити вид чотирикутника  $ABCD$  з вершинами у точках  $A(0; 0)$ ,  $B(1; 3)$ ,  $C(4; 4)$ ,  $D(3; 1)$ :

- а. ромб
- б. прямокутник
- в. квадрат
- г. трапеція

83. Конічна поверхня - це поверхня, утворена прямими, які

- а. проходять через задану точку і перетинають задану лінію
- б. проходять через задану точку
- в. паралельні заданій прямій і перетинають задану лінію
- г. паралельні заданій прямій

84. Рівняння  $9x^2 - 4y^2 - 4z^2 = 0$  задає в просторі

- а. еліпсоїд
- б. конічну поверхню
- в. циліндричну поверхню
- г. однопорожнинний гіперболоїд

85. Рівняння  $9x^2 + 4y^2 + 4z^2 = 36$  задає в просторі

- а. еліпсоїд
- б. конічну поверхню
- в. циліндричну поверхню
- г. однопорожнинний гіперболоїд

86. Рівняння  $9x^2 - 4z^2 = 36$  задає в просторі

- а. еліпсоїд
- б. конічну поверхню
- в. циліндричну поверхню
- г. однопорожнинний гіперболоїд

87. Рівняння  $9x^2 + 4y^2 - 4z = 0$  задає в просторі

- а. еліпсоїд
- б. конічну поверхню
- в. циліндричну поверхню
- г. еліптичний параболоїд

88. Середини сторін трикутника лежать у точках  $M_1(-1; 5)$ ,  $M_2(3; 4)$ ,  $M_3(8; -4)$ . Скласти рівняння сторони трикутника, яка проходить через точку  $M_1$ :

- а.  $5x + 8y + 35 = 0$
- б.  $8x + 5y - 17 = 0$
- в.  $8x + 5y + 25 = 0$
- г.  $5x + 8y - 19 = 0$

89. Прямолінійні твірні поверхні другого порядку - це прямі, які

- а. перетинають поверхню в одній точці
- б. перетинають поверхню в двох точках
- в. дотикаються до поверхні
- г. інша відповідь

90. Лінія першого порядку на площині — це

- а. довільна замкнена лінія без самоперетинів
- б. довільна замкнена лінія
- в. пряма
- г. коло

91. Нерівність  $ax + by + c \leq 0$  визначає на площині

- а. пряму
- б. відрізок
- в. круг
- г. півплощину

92. Вектори  $\vec{a} = x_1\vec{i} + y_1\vec{j} + z_1\vec{k}$ ,  $\vec{b} = x_2\vec{i} + y_2\vec{j} + z_2\vec{k}$  ортогональні, якщо

- а.  $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2}$
- б.  $x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2 = 0$
- в.  $\frac{x_1}{x_2} + \frac{y_1}{y_2} + \frac{z_1}{z_2} = 0$
- г.  $(x_1 + y_1 + z_1)(x_2 + y_2 + z_2) = 0$

93. Вектори  $\vec{a} = x_1\vec{i} + y_1\vec{j} + z_1\vec{k}$ ,  $\vec{b} = x_2\vec{i} + y_2\vec{j} + z_2\vec{k}$  колінеарні, якщо

- а.  $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2}$
- б.  $x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2 = 0$
- в.  $\frac{x_1}{x_2} + \frac{y_1}{y_2} + \frac{z_1}{z_2} = 0$
- г.  $(x_1 + y_1 + z_1)(x_2 + y_2 + z_2) = 0$

94. Рівняння асимптот гіперболи  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  має вигляд

- а.  $x = \pm \frac{a}{\varepsilon}$
- б.  $y = \pm \varepsilon x$
- в.  $y = \pm \frac{a}{b}x$
- г.  $y = \pm \frac{b}{a}x$

95. Рівняння прямої у відрізках на осях — це рівняння вигляду

- а.  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 0$
- б.  $Ax + By = C$
- в.  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$
- г.  $ax + by = 1$

96. Рівняння площини, яка проходить через три точки  $M_1(x_1, y_1, z_1)$ ,  $M_2(x_2, y_2, z_2)$ ,  $M_3(x_3, y_3, z_3)$ , записується у вигляді

- а. 
$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 1$$
- б. 
$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{aligned}
 & \text{в. } \begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 1 \\
 & \text{г. } xx_1 + yy_2 + zz_3 = 0
 \end{aligned}$$

97. Відстань від точки  $A(x_0, y_0)$  до прямої  $ax + by + c = 0$  можна обчислити за допомогою формули

$$\begin{aligned}
 & \text{а. } \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \\
 & \text{б. } |ax_0 + by_0 + c| \\
 & \text{в. } \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{|a| + |b|}} \\
 & \text{г. } \frac{|ax_0 + by_0|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}
 \end{aligned}$$

98. Кут між прямими  $y = k_1x + b_1$  та  $y = k_2x + b_2$  дорівнює

$$\begin{aligned}
 & \text{а. } \operatorname{arcctg} \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2} \right| \\
 & \text{б. } \operatorname{arctg} \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2} \right| \\
 & \text{в. } \operatorname{tg} \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2} \right| \\
 & \text{г. } \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2} \right|
 \end{aligned}$$

99. Поверхня, утворена прямими, які проходять через задану точку і перетинають задану лінію, називається

- а. конічною
- б. сферичною
- в. циліндричною
- г. параметричною

100. Нехай  $\vec{a}$  — довільний вектор. Які з наведених нижче рівностей 1)  $\vec{a} \cdot \vec{a} = 0$ , 2)  $|\vec{a} \times \vec{a}| = |\vec{a}|^2$ , 3)  $\vec{a} \times \vec{a} = \vec{0}$ , 4)  $|\vec{a} \cdot \vec{a}| = |\vec{a}|^2$  істинні?

- а. 1 і 3
- б. 2 і 4
- в. 3 і 4
- г. 1 і 2

101. Прямі  $A_1x + B_1y + C_1 = 0$  та  $A_2x + B_2y + C_2 = 0$  паралельні, якщо

$$\begin{aligned}
 & \text{а. } A_1A_2 + B_1B_2 = 0 \\
 & \text{б. } A_1B_1 + A_2B_2 = 0 \\
 & \text{в. } \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} \\
 & \text{г. } \frac{A_1}{A_2} = \frac{C_1}{C_2}
 \end{aligned}$$

102. Еліпсом називається геометричне місце точок площини, для яких

- а. відстань до заданої точки дорівнює відстані до заданої прямої
- б. сума відстаней до двох фіксованих точок є величина стала
- в. добуток відстаней до двох фіксованих точок є величина стала
- г. модуль різниці відстаней до двох фіксованих точок є величина стала

103. Гіперболою називається геометричне місце точок площини, для яких
- відстань до заданої точки дорівнює відстані до заданої прямої
  - сума відстаней до двох фіксованих точок є величина стала
  - добуток відстаней до двох фіксованих точок є величина стала
  - модуль різниці відстаней до двох фіксованих точок є величина стала
104. Параболою називається геометричне місце точок площини, для яких
- відстань до заданої точки дорівнює відстані до заданої прямої
  - сума відстаней до двох фіксованих точок є величина стала
  - добуток відстаней до двох фіксованих точок є величина стала
  - модуль різниці відстаней до двох фіксованих точок є величина стала
105. Які з наведених нижче рівностей є правильними ( $\vec{a}$  та  $\vec{b}$  — вектори,  $\lambda$  — число)? 1)  $\operatorname{pr}_{\vec{b}}\vec{a} = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{b}|}$ , 2)  $\operatorname{pr}_{\vec{b}}\vec{a} = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|}$ , 3)  $|\lambda\vec{a}| = \lambda|\vec{a}|$ , 4)  $|\lambda\vec{a}| = |\lambda| \cdot |\vec{a}|$
- 1 і 4
  - 2 і 3
  - 1 і 3
  - 2 і 4
106. Поверхня першого порядку — це
- довільна замкнена поверхня
  - круг
  - площина
  - сфера
107. Площина, задана рівнянням  $by + cz + d = 0$  ( $bcd \neq 0$ ), паралельна
- тільки до осі  $Ox$
  - тільки до осі  $Oy$
  - тільки до осі  $Oz$
  - до площини  $xOy$
108. Площина, задана рівнянням  $ax + cz + d = 0$  ( $acd \neq 0$ ), паралельна
- тільки до осі  $Ox$
  - тільки до осі  $Oy$
  - тільки до осі  $Oz$
  - до площини  $xOy$
109. Більше, ніж два головні діаметри має
- еліпс
  - коло
  - парабола
  - гіпербола
110. Для прямої з рівнянням  $Ax + By + C = 0$  пара чисел  $(A, B)$  — це
- координати напрямного вектора прямої

- б. координати точки, через яку проходить пряма
- в. величини відрізків, які відтинає пряма на осях координат
- г. координати перпендикулярного (нормального) вектора

111. Для прямої з рівнянням  $Ax + By + C = 0$  пара чисел  $(-B, A)$  — це

- а. координати напрямного вектора прямої
- б. координати точки, через яку проходить пряма
- в. величини відрізків, які відтинає пряма на осях координат
- г. координати перпендикулярного (нормального) вектора

112. Яка з наступних ліній не має центра симетрії?

- а. гіпербола
- б. парабола
- в. коло
- г. еліпс

113. Канонічне рівняння прямої в просторі має вигляд

- а.  $m(x - x_0) = n(y - y_0) = p(z - z_0)$
- б.  $\frac{x-x_0}{m} - \frac{y-y_0}{n} - \frac{z-z_0}{p} = 0$
- в.  $\frac{x-x_0}{m} + \frac{y-y_0}{n} + \frac{z-z_0}{p} = 0$
- г.  $\frac{x-x_0}{m} = \frac{y-y_0}{n} = \frac{z-z_0}{p}$

114. Рівняння площини в просторі, яка проходить через дану точку, має вигляд

- а.  $m(x - x_0) + n(y - y_0) + p(z - z_0) = 0$
- б.  $\frac{x-x_0}{m} - \frac{y-y_0}{n} - \frac{z-z_0}{p} = 0$
- в.  $\frac{x-x_0}{m} + \frac{y-y_0}{n} + \frac{z-z_0}{p} = 0$
- г.  $\frac{x-x_0}{m} = \frac{y-y_0}{n} = \frac{z-z_0}{p}$

115. Відстань від точки  $A(x_0, y_0, z_0)$  до площини  $ax + by + cz + d = 0$  можна обчислити за допомогою формули

- а.  $\frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$
- б.  $|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|$
- в.  $\frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{|a| + |b| + |c|}}$
- г.  $\frac{|ax_0 + by_0 + cz_0|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + d^2}}$

116. Еліпсоїд — це поверхня, канонічне рівняння якої в прямокутній декартовій системі координат має наступний вигляд:

- а.  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$
- б.  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -10$
- в.  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$
- г.  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$

117. Однопорожнинний гіперболоїд — це поверхня, канонічне рівняння якої в прямокутній декартовій системі координат має наступний вигляд:

- а.  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$
- б.  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -10$
- в.  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$
- г.  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$

118. Двоповерхнинний гіперболоїд — це поверхня, канонічне рівняння якої в прямокутній декартовій системі координат має наступний вигляд:

- а.  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$
- б.  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$
- в.  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$
- г.  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$

119. Ексцентриситетом еліпса  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  (позначено  $c^2 = a^2 - b^2$ ) називається число:

- а.  $\frac{b}{a}$
- б.  $\frac{a}{c}$
- в.  $\frac{c}{b}$
- г.  $\frac{c}{a}$

120. Ексцентриситетом гіперболи  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  (позначено  $c^2 = a^2 + b^2$ ) називається число:

- а.  $\frac{b}{a}$
- б.  $\frac{a}{c}$
- в.  $\frac{c}{b}$
- г.  $\frac{c}{a}$

121. Нехай  $\varepsilon$  — ексцентриситет лінії другого порядку. Які з наведених нижче тверджень є правильними: 1) для еліпса  $\varepsilon > 1$ , 2) для гіперболи  $\varepsilon > 1$ , 3) для параболи  $\varepsilon > 1$ , 4) для еліпса  $\varepsilon < 1$ ?

- а. 2 і 3
- б. 1 і 4
- в. 2 і 4
- г. 1 і 2

122. Знайти довжину проекції вектора  $\vec{a} = (2; -1; -2)$  на вектор  $\vec{b}$ , якщо кут між цими векторами рівний  $\frac{\pi}{3}$ :

- а. 4,5
- б. 1,5
- в.  $1,5\sqrt{3}$
- г.  $-0,5\sqrt{3}$

123. Знайти відстань між прямими  $5x - 12y - 17 = 0$  і  $5x - 12y + 9 = 0$ :

- а. 8
- б. 2
- в. 5
- г. 13

124. Центром еліпса  $\frac{(x-2)^2}{16} + \frac{(y+1)^2}{9} = 1$  є точка
- (4; 3)
  - (2; -1)
  - (-2; 1)
  - (0; 0)
125. Центром гіперболи  $\frac{(x+2)^2}{4} - \frac{(y-1)^2}{25} = 1$  є точка
- (4; 3)
  - (2; -1)
  - (-2; 1)
  - (0; 0)
126. Задано вектори  $\vec{a} = (1; 0)$  та  $\vec{b} = (-2; 1)$ . Знайти вектор  $\vec{c}$ , який є розв'язком рівняння  $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c} = 0$ :
- $\vec{c} = (3; -1)$
  - $\vec{c} = (-3; 1)$
  - $\vec{c} = (-1; 1)$
  - $\vec{c} = (1; -1)$
127. Пряма  $4x - 2y - 7 = 0$  утворює з додатним напрямком осі  $Ox$  кут, тангенс якого дорівнює
- 2
  - 7
  - $-\frac{7}{2}$
  - $\frac{1}{2}$
128. Серед прямих  $y = 2x - 5$ ,  $y = \frac{1}{2}x - 7$ ,  $y = -\frac{1}{2}x + 8$  та  $y = 2x + 7$  перпендикулярними є ті, що задані рівняннями
- першим і другим
  - першим і третім
  - другим і третім
  - першим та четвертим
129. Знайти площу квадрата  $ABCD$ , якщо  $A(3; 5)$ ,  $B(0; 1)$ :
- 5
  - 10
  - 15
  - 25
130. Відрізок з кінцями у точках  $A(2; 4)$  та  $B(6; 12)$  видно з початку координат під
- тупим кутом
  - прямим кутом
  - гострим кутом
  - кутом  $0^\circ$
131. В базисі  $B = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$  вектор  $\vec{e}_1$  має координати

- а.  $(0; 0; 0)$
  - б.  $(1; 0; 0)$
  - в.  $(0; 1; 0)$
  - г.  $(0; 1; 1)$
132. Знайти відстань від точки  $A(1; 4)$  до прямої  $3x + y - 7 = 0$ :
- а. 2
  - б. 1
  - в. 5
  - г. 0
133. В базисі  $B = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2\}$  вектор  $\vec{e}_2$  має координати
- а.  $(0; 0)$
  - б.  $(1; 0)$
  - в.  $(0; 1)$
  - г.  $(1; 1)$
134. Радіус кола, заданого рівнянням  $x^2 + y^2 - 2y = 3$ , дорівнює
- а. 2
  - б. 1
  - в. 9
  - г. 3
135. Ексцентриситет параболи  $y^2 = 8x$  дорівнює
- а. 1
  - б. 2
  - в. 4
  - г. 5
136. Прямі  $x + y - 2 = 0$  та  $2x + 3y - 5 = 0$  перетинаються в точці
- а.  $(4; 3)$
  - б.  $(2; -1)$
  - в.  $(-2; 1)$
  - г.  $(1; 1)$
137. Серед прямих  $y = 2x - 5$ ,  $y = \frac{1}{2}x - 7$ ,  $y = -\frac{1}{2}x + 8$  та  $y = 2x + 7$  паралельними є ті, що задані рівняннями
- а. першим і другим
  - б. першим і третім
  - в. другим і третім
  - г. першим та четвертим
138. Відрізок з кінцями у точках  $A(2; 4)$  та  $B(3; -1)$  видно з початку координат під
- а. тупим кутом
  - б. прямим кутом
  - в. гострим кутом

г. кутом  $0^\circ$

139. Сума дійсної та уявної півосей гіперболи  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$  дорівнює

- а. 25
- б. 7
- в. 14
- г. 1

140. Сума великої та малої півосей еліпса  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$  дорівнює

- а. 13
- б. 7
- в. 5
- г. 1

141. Спростити вираз  $\frac{a+b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} : \left( \frac{a+b}{\sqrt{ab}} + \frac{b}{a-\sqrt{ab}} - \frac{a}{\sqrt{ab}+b} \right)$ .

- а. 1
- б. 0
- в.  $\sqrt{\frac{a}{b}}$
- г. інша відповідь

142. Спростити вираз  $\frac{2a^{-\frac{1}{3}}}{a^{\frac{2}{3}}-3a^{-\frac{1}{3}}} - \frac{a^{\frac{2}{3}}}{a^{\frac{5}{3}}-a^{\frac{2}{3}}} - \frac{a+1}{a^2-4a+3}$ .

- а.  $a^{\frac{1}{3}}$
- б.  $a^{-\frac{1}{3}}$
- в.  $a$
- г. 0

143. Виконати дії  $\left( (\sqrt[4]{p} - \sqrt[4]{q})^{-2} + (\sqrt[4]{p} + \sqrt[4]{q})^{-2} \right) : \frac{\sqrt{p}+\sqrt{q}}{p-q}$

- а.  $\frac{2(\sqrt{p}+\sqrt{q})}{\sqrt{p}-\sqrt{q}}$
- б.  $\frac{\sqrt{p}-\sqrt{q}}{\sqrt{p}+\sqrt{q}}$
- в.  $\frac{p}{\sqrt{p}-\sqrt{q}}$
- г.  $\frac{\sqrt{q}}{p-q}$

144. Спростити вираз  $\frac{2a(a+2b+\sqrt{a^2+4ab})}{(a+\sqrt{a^2+4ab}) \cdot (a+4b+\sqrt{a^2+4ab})}$ .

- а.  $\sqrt{\frac{a}{a+4b}}$
- б.  $\frac{a}{a+4b}$
- в.  $\sqrt{\frac{2a}{a+4b}}$
- г.  $\frac{2a}{a+4b}$

145. Спростити вираз  $\left( \frac{2-n}{n-1} + 4\frac{m-1}{m-2} \right) : \left( n^2\frac{m-1}{n-1} + m^2\frac{2-n}{m-2} \right)$

- а.  $\frac{1}{m+n}$
- б.  $m+n$
- в.  $m-n$

г. інша відповідь

146. Спростити вираз  $\left( \frac{\left(1+a^{-\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{6}}}{\left(a^{\frac{1}{2}}+a\right)^{-\frac{1}{3}}} - \frac{\left(a^{\frac{1}{2}}-1\right)^{\frac{1}{3}}}{\left(1-a^{-\frac{1}{2}}\right)^{-\frac{1}{6}}} \right) \cdot \frac{\frac{1}{3}a^{\frac{1}{12}}}{\sqrt{a}+\sqrt{a-1}}$ .

а.  $-\frac{\sqrt{a}}{6}$

б.  $-\frac{\sqrt[4]{a}}{6}$

в.  $\frac{\sqrt{a}}{6}$

г. інша відповідь

147. Спростити вираз  $\left( \frac{\sqrt{a^3}+\sqrt{b^3}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} - \sqrt{ab} \right) \cdot \frac{1}{a-b} + \frac{2\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$

а.  $-1$

б.  $a$

в.  $0, 1$

г. інша відповідь

148. Виконати дії  $\frac{\left(m^2-\frac{1}{n^2}\right)^m \left(n+\frac{1}{m}\right)^{n-m}}{\left(n^2-\frac{1}{m^2}\right)^n \left(m-\frac{1}{n}\right)^{m-n}}$

а.  $\left(\frac{m}{n}\right)^m$

б.  $\left(\frac{m}{n}\right)^n$

в.  $\frac{m}{n}$

г.  $\left(\frac{m}{n}\right)^{m+n}$

149. Виконати дії  $\left( \frac{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} - \sqrt{ab} \right) \cdot \left( \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a-b} \right)^2$

а.  $\sqrt{ab}$

б.  $1$

в.  $\sqrt{a}$

г.  $\sqrt{b}$

150. Виконати дії  $\frac{2x^{-\frac{1}{3}}}{x^{\frac{2}{3}}-3x^{-\frac{1}{3}}} - \frac{x^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{2}{3}}-x^{\frac{2}{3}}} - \frac{x+1}{x^2-4x+3}$

а.  $x + 1$

б.  $0$

в.  $1$

г. інша відповідь

151. Спростити вираз  $\left( \sqrt{\frac{(1-n)\sqrt[3]{1+n}}{n}} \cdot \sqrt[3]{\frac{3n^2}{4-8n+4n^2}} \right)^{-1} : \sqrt[3]{\left( \frac{3n\sqrt{n}}{2\sqrt{1-n^2}} \right)^{-1}}$ .

а.  $\sqrt[3]{\frac{2n}{1+n}}$

б.  $\sqrt{\frac{2n}{1+n}}$

в.  $\sqrt[3]{\frac{1+n}{2n}}$

г.  $1$

152. Виконати дії  $\frac{(\sqrt{x+2}) \cdot (\frac{2}{\sqrt{x}} - 1) - (\sqrt{x-2}) (\frac{2}{\sqrt{x}} + 1)}{(2 - \sqrt{x+2}) : (\sqrt{\frac{2}{x} + 1} - \frac{2}{\sqrt{x}})}$

- а.  $\frac{x-4}{x}$
- б.  $\frac{2(x-4)}{x+1}$
- в.  $\frac{2(x-4)}{x}$
- г.  $\frac{2(x-4)}{x^2}$

153. Спростити вираз  $\left( \left( \frac{x^2}{y^3} + \frac{1}{x} \right) : \left( \frac{x}{y^2} - \frac{1}{y} + \frac{1}{x} \right) \right) : \frac{(x-y)^2 + 4xy}{1 + \frac{y}{x}}$

- а.  $\frac{1}{x}$
- б.  $\frac{1}{xy}$
- в.  $\frac{1}{y}$
- г.  $\frac{1}{x^2}$

154. Спростити вираз  $\left( a + \frac{\sqrt{b^3}}{\sqrt{a}} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot \left( \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{a}} + \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} \right)^{\frac{-2}{3}}$  і обчислити його значення при  $a = 11$  і  $b = 3$ .

- а. 2
- б. -2
- в. 4
- г. -4

155. Спростити вираз  $\left( \frac{\frac{x^3-1}{x+1} \cdot \frac{x}{x^3+1}}{\frac{(x+1)^2-x}{(x-1)^2+x} \cdot \left(1 - \frac{1}{x}\right)} \right)^{-\frac{1}{2}}$  при  $x \in (-1, 0)$ .

- а.  $-\frac{x+1}{x}$
- б.  $\frac{x+1}{x}$
- в.  $\frac{x}{x+1}$
- г.  $-\frac{x}{x+1}$

156. Спростити вираз  $\left( \frac{(a\sqrt{a+2})}{\sqrt{a-2}} - \frac{2\sqrt{a-2}}{\sqrt{a+2}} - \frac{4a}{\sqrt{a^2-4}} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{\sqrt[4]{a^2-4}}{2a-4}$  при  $a > 2$ .

- а. 1
- б. -1
- в.  $-\frac{1}{2}$
- г.  $\frac{1}{2}$

157. Обчислити значення виразу  $\frac{\sqrt{(a+x)(x+b)} + \sqrt{(a-x)(x-b)}}{\sqrt{(a+x)(x+b)} - \sqrt{(a-x)(x-b)}}$ , де  $x = \sqrt{ab}$  при  $a = 1024, b = 256$ .

- а.  $\frac{1}{2}$
- б. 2
- в. 4
- г. 256

158. При  $a = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ,  $b = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$  обчислити  $\left( a^{\frac{-3}{2}} \cdot b \cdot (a \cdot b^{-1})^{\frac{-1}{2}} \cdot a^{\frac{2}{3}} \right)^3$

- а. 1
- б. 0, 1
- в.  $-0, 1$
- г. інша відповідь

159. Обчислити значення виразу при  $a = 100$ .  $\frac{1}{a(a+1)} + \frac{1}{(a+1)(a+2)} + \frac{1}{(a+2)(a+3)} + \dots + \frac{1}{(a+99)(a+100)}$ .

- а.  $\frac{101}{102}$
- б.  $\frac{1}{200}$
- в.  $\frac{1}{2}$
- г.  $\frac{99}{1000}$

160. Спростити вираз  $\frac{a^2 - a - 2 + (a-1)\sqrt{a^2 - 4}}{a^2 + a - 2 + (a+1)\sqrt{a^2 - 4}}$  при  $a \geq 2$ .

- а.  $\sqrt{\frac{a+2}{a-2}}$
- б.  $\sqrt{\frac{a-2}{a+2}}$
- в.  $\sqrt{\frac{a^2-4}{a^2+4}}$
- г.  $\frac{a-2}{a+2}$

161. Спростити вираз  $\frac{a^2 + 2a - 3 + (a+1)\sqrt{a^2 - 9}}{a^2 - 2a - 3 + (a-1)\sqrt{a^2 - 9}}$  при  $a > 3$ .

- а.  $\sqrt{\frac{a+3}{a-3}}$
- б.  $\sqrt{\frac{a-3}{a+3}}$
- в.  $\frac{a-3}{a+3}$
- г.  $\frac{a+3}{a-3}$

162. Спростити вираз  $\left(\sqrt{ab} - \frac{ab}{a+\sqrt{ab}}\right) : \frac{2\sqrt{ab}-2b}{a-b}$ , знаючи, що  $a > 0$ ,  $b > 0$ ,  $a \neq b$ .

- а. 1
- б.  $\sqrt{\frac{b}{a}}$
- в.  $\sqrt{ab}$
- г. інша відповідь

163. Спростити вираз  $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$ , якщо  $a + b + c = 0$ .

- а.  $a^2 + b^2 + c^2$
- б. 0
- в.  $b + ac + bc$
- г. 1

164. Спростити вираз  $\frac{(10-a)(10-b)}{(c-a)(c-b)} + \frac{(10-b)(10-c)}{(a-b)(a-c)} + \frac{(10-a)(10-c)}{(b-a)(b-c)}$ .

- а.  $abc$
- б. 1
- в.  $a + b + c$
- г. 10

165. Спростити вираз  $\left(\frac{x}{xy+y^2} + \frac{x-y}{x^2-xy}\right) : \left(\frac{y^2}{x^3-xy^2} + \frac{1}{x-y}\right)$  і обчислити його значення, якщо  $x = \frac{13}{15}$  і  $y = \frac{2}{3}$ .
- $\frac{1}{10}$
  - $\frac{2}{5}$
  - $\frac{2}{10}$
  - інша відповідь
166. Спростити вираз  $\frac{a}{\sqrt{ab+b}} - \frac{b}{a-\sqrt{ab}} - \frac{a+b}{\sqrt{ab}}$  і обчислити його значення при  $a = 3$  і  $b = 7$ .
- 3, 5
  - 2
  - 3
  - інша відповідь
167. Спростити вираз  $\left(\frac{\sqrt{a}+3\sqrt{b}}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2} + \frac{\sqrt{a}-3\sqrt{b}}{a-b}\right) : \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{2}$  і обчислити його значення при  $a = 7$  і  $b = 5$ .
- 10
  - 12
  - 11
  - інша відповідь
168. Для заданих множин  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{3, 4, 5\}$ ,  $C = \{2, 4\}$  визначити  $(B \setminus A) \cup (C \setminus A)$ :
- $\{1, 2, 4\}$
  - $\{5\}$
  - $\{2, 4\}$
  - $\{1, 2, 3\}$
169. Для заданих множин  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{3, 4, 5\}$ ,  $C = \{2, 4\}$  визначити  $(A \triangle B) \cap C$ :
- $\{2\}$
  - $\{1, 2, 5\}$
  - $\{1, 2, 4\}$
  - $\{4\}$
170. Для заданих множин  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{3, 4, 5\}$ ,  $C = \{2, 4\}$  визначити  $(A \setminus C) \triangle B$ :
- $\{2\}$
  - $\{1, 4, 5\}$
  - $\{1, 2, 4\}$
  - $\{4\}$
171. Для заданих множин  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{3, 4, 5\}$ ,  $C = \{2, 4\}$  визначити  $(A \setminus B) \triangle C$ :
- $\{1, 2\}$
  - $\{2, 4, 5\}$
  - $\{1, 2, 4\}$
  - $\{1, 4\}$

172. Вираз  $A \setminus (B \cap C)$  рівносильний

- а.  $A \setminus C \cap B \setminus C$
- б.  $A \cap B \cap C$
- в.  $A \setminus C \cap B \setminus A$
- г.  $A \setminus B \cup A \setminus C$

173. Вираз  $\overline{A \cap B \cup C}$  рівносильний

- а.  $(\overline{A \cup B}) \cap \overline{C}$
- б.  $\overline{A} \cap \overline{B} \cup \overline{C}$
- в.  $\overline{A \cup B} \cap \overline{C}$
- г.  $\overline{A} \cup (\overline{B} \cup \overline{C})$

174. Вираз  $\overline{A \cup \overline{B} \cup C}$  рівносильний

- а.  $(\overline{A} \cap \overline{B}) \cap \overline{C}$
- б.  $\overline{A} \cup B \cup \overline{C}$
- в.  $\overline{A} \cap B \cap \overline{C}$
- г.  $\overline{A \cup B} \cap \overline{C}$

175. Вираз  $(A \cup B) \setminus C$  рівносильний

- а.  $A \setminus C \cup B \setminus C$
- б.  $U$
- в.  $A \setminus C \cap B \setminus C$
- г.  $(A \cap C) \setminus B$

176. Для заданих множин  $A = \{1, 2\}$  і  $B = \{2, 3, 4\}$  визначити:  $(B \cap A) \times A$ :

- а.  $(1, 1), (1, 2), (3, 1), (4, 2)$
- б.  $(2, 1), (2, 2)$
- в.  $(1, 2), (2, 2)$
- г.  $(3, 1), (3, 2), (4, 1), (4, 2)$

177. Для заданих множин  $A = \{1, 2\}$  і  $B = \{2, 3, 4\}$  визначити:  $A \times (A \setminus B)$ :

- а.  $(1, 1), (2, 1)$
- б.  $(2, 1), (2, 2)$
- в.  $(1, 2), (2, 2)$
- г.  $(1, 1), (2, 2), (1, 3), (2, 4)$

178. Для заданих множин  $A = \{1, 2\}$  і  $B = \{2, 3, 4\}$  декартовий добуток  $(B \setminus A) \times A$  складається з елементів:

- а.  $(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4)$
- б.  $(2, 1), (3, 1), (4, 1)$
- в.  $(1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4)$
- г.  $(3, 1), (3, 2), (4, 1), (4, 2)$

179. Для заданих множин  $A = \{1, 2\}$  і  $B = \{2, 3, 4\}$  декартовий добуток  $B \times (A \setminus B)$  складається з елементів:

- а.  $(2, 3), (2, 4), (3, 3), (3, 4)$
- б.  $(1, 2), (1, 3), (1, 4)$
- в.  $(1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4)$
- г.  $(2, 1), (3, 1), (4, 1)$

180. На множині  $M = \{1, 2, 3\}$  задано відношення  $R = \{(1, 2), (2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\}$ .

Йому відповідає матриця

- а.  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$
- б.  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
- в.  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
- г.  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

181. На множині  $M = \{1, 2, 3\}$  задано відношення  $R = \{(1, 1), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 3)\}$ .

Йому відповідає матриця

- а.  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
- б.  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
- в.  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
- г.  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

182. На множині  $M = \{1, 2, 3\}$  задано відношення  $R = \{(1, 1), (1, 3), (2, 3), (3, 1), (3, 3)\}$ .

Йому відповідає матриця

- а.  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
- б.  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
- в.  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$$\text{г. } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

183. На множині  $M = \{1, 2, 3\}$  задано відношення  $R = \{(1, 1), (1, 2), (2, 2), (3, 1), (3, 3)\}$ . Йому відповідає матриця

$$\begin{array}{l} \text{а. } \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \text{б. } \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \text{в. } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \text{г. } \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$

184. Указати, які з властивостей має відношення  $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (1, 2), (2, 3), (2, 1), (3, 2), (1, 3), (3, 1)\}$  визначене на множині  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ :

- а. рефлексивності, симетричності, транзитивності
- б. рефлексивності, антисиметричності, транзитивності
- в. антирефлексивності, антисиметричності, транзитивності
- г. інша відповідь

185. Указати, які з властивостей має відношення  $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (1, 2), (1, 3), (1, 4)\}$  визначене на множині  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ :

- а. рефлексивності, симетричності, транзитивності
- б. рефлексивності, антисиметричності, транзитивності
- в. антирефлексивності, антисиметричності, транзитивності
- г. інша відповідь

186. Указати, які з властивостей має відношення  $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (2, 3), (2, 4), (3, 2), (4, 2), (3, 4)\}$  визначене на множині  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ :

- а. рефлексивності, транзитивності
- б. рефлексивності, антисиметричності, транзитивності
- в. рефлексивності
- г. інша відповідь

187. Указати, які з властивостей має відношення  $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (1, 2), (2, 1), (3, 4), (4, 3)\}$  визначене на множині  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ :

- а. рефлексивності, симетричності, транзитивності
- б. антирефлексивності, симетричності, транзитивності

- в. симетричності
- г. інша відповідь

188. Скільки п'ятизначних чисел, які закінчуються цифрою 0, можна утворити з цифр  $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ , якщо кожен цифру використовувати лише 1 раз?

- а.  $5!$
- б.  $4!$
- в.  $5! - 5$
- г.  $5! - 4!$

189. Скільки є чотиризначних чисел, які діляться на 5?

- а.  $4!$
- б. 2000
- в. 1800
- г. 900

190. Скільки різних слів можна утворити, переставляючи літери слова "ЛОНДОН"?

- а.  $\frac{4!}{2!2!}$
- б.  $\frac{6!}{2!2!}$
- в.  $6!$
- г. інша відповідь

191. Кількість всіх підмножин, які містять більше одного елемента, множини, що складається із 10 елементів, дорівнює

- а.  $2^{10}$
- б.  $2^{10} - 1$
- в.  $2^{10} - 11$
- г.  $2^{10} - 10$

192. Скільки п'ятизначних чисел, можна утворити з цифр  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ , якщо кожен цифру використовувати лише 1 раз?

- а.  $5!$
- б.  $4!$
- в.  $5! - 5$
- г.  $5! - 4!$

193. Скільки п'ятизначних чисел можна утворити з цифр  $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ , якщо цифри можуть повторюватись?

- а.  $5^4$
- б.  $4!$
- в.  $4 \cdot 5^4$
- г.  $5! - 4!$

194. Кожну клітинку таблиці  $3 \times 4$  потрібно зафарбувати у білий або чорний колір. Скількома способами можна це зробити?

- а.  $12^2$
- б.  $2 \cdot 12$

в.  $2^{12}$

г. 12

195. Скільки різних слів можна утворити, переставляючи літери слова "ОСЛО"

а.  $4!$

б.  $\frac{4!}{2!}$

в.  $\frac{4!}{2!2!}$

г. інша відповідь

196. Яка точка належить кривій  $\vec{r} = (t - \sin(t), 1 - \cos(t), \sin(t))$ ?

а.  $(1, 0, 0)$

б.  $(0, 0, 0)$

в.  $(\pi/2, 1, 1)$

г. інша відповідь

197. Точка  $A(-2, 9, 18)$  лежить на кривій  $\vec{r} = (4 - 2t, t^2, \frac{2}{3}t^3)$ . Яке значення параметра  $t$  відповідає цій точці?

а. 1

б. 3

в. 9

г. інша відповідь

198. Дотична до лінії  $\vec{r} = (t, t^2, \frac{3}{2}t)$  в точці  $t = 1$  проходить у напрямі вектора

а.  $(1, 0, \frac{3}{2})$

б.  $(1, 2, \frac{3}{2})$

в.  $(1, 1, \frac{3}{2})$

г. інша відповідь

199. На поверхні з другою квадратичною формою  $II = vdu^2 + dv^2$  точка  $P(u = 0, v = 0)$  є точкою

а. еліптичного типу

б. гіперболічного типу

в. параболічного типу

г. інша відповідь

200. Загальна крива — це образ простої кривої при

а. локально-топологічному відображенні

б. топологічному відображенні

в. неперервному відображенні

г. інша відповідь

201. Яка точка належить кривій  $\vec{r} = (2 \cos t, 2 \sin t, 3t)$ ?

а.  $(2, 0, 0)$

б.  $(2, 2, 3)$

в.  $(0, 2, 0)$

г. інша відповідь

202. Дотична до лінії  $\vec{r} = (t, t^2, e^t)$  в точці  $t = 0$  проходить у напрямі вектора
- $(1, 0, 1)$
  - $(0, 0, 1)$
  - $(1, 2, e)$
  - інша відповідь
203. На поверхні з другою квадратичною формою  $II = du^2 + (u - 1)dv^2$  точка  $P(u = 0, v = 1)$  є точкою
- еліптичного типу
  - гіперболічного типу
  - параболічного типу
  - інша відповідь
204. Модуль вектора першої похідної по натуральному параметру  $\vec{r} = \vec{r}(s)$  — величина
- стала
  - змінна
  - від'ємна
  - інша відповідь
205. Яка точка належить кривій  $\vec{r} = (1 - \sin t, \cos t, 2t)$ ?
- $(1, 1, \pi/2)$
  - $(0, 0, 2)$
  - $(1, 0, 0)$
  - інша відповідь
206. Точка  $A(1, 0, \pi + 1)$  лежить на кривій  $\vec{r} = (\sin t, \cos t, 2t + 1)$ . Яке значення параметра  $t$  відповідає цій точці?
- 0
  - $\pi/2$
  - $\pi$
  - інша відповідь
207. Дотична до лінії  $\vec{r} = (3t - t^3, 3t^2, 3t + t^3)$  в точці  $t = 0$  проходить у напрямі вектора
- $(0, 6, 6)$
  - $(0, 1, 1)$
  - $(0, 0, 0)$
  - інша відповідь
208. На поверхні з другою квадратичною формою  $II = (v + 1)du^2 + dv^2$  точка  $P(u = 0, v = -1)$  є точкою
- сплощення
  - гіперболічного типу
  - параболічного типу
  - інша відповідь
209. На поверхні з другою квадратичною формою  $II = du^2 + udv^2$  точка  $P(u = 1, v = 1)$  є

точкою

- а. сплющення
- б. гіперболічного типу
- в. еліптичного типу
- г. інша відповідь

210. Напрямним вектором дотичної до регулярної кривої  $\vec{r} = \vec{r}(t)$  є

- а. векторний добуток  $[\vec{r}(t), \vec{r}'(t)]$
- б. одиничний вектор  $\vec{r}(t)/|\vec{r}(t)|$
- в. вектор першої похідної  $\vec{r}'(t)$
- г. інша відповідь

211. Нехай  $\vec{r} = \vec{r}(u, v)$  деяка гладка параметризація поверхні  $\Phi$  в околі точки  $X$ . Дотична площина до поверхні у цій точці проходить у напрямі векторів

- а.  $\vec{r}'_u$  та  $\vec{r}''_{uu}$
- б.  $\vec{r}'_v$  та  $\vec{r}''_{vv}$
- в.  $\vec{r}'_u$  та  $\vec{r}'_v$
- г. інша відповідь

212. Координатні лінії на поверхні з першою квадратичною формою  $I = Edu^2 + 2Fdudv + Gdv^2$  перетинаються під прямим кутом якщо і тільки якщо

- а.  $E = 0$
- б.  $EG - F^2 = 0$
- в.  $F = 0$
- г. інша відповідь

213. Однакову першу квадратичну форму мають

- а. ізометричні поверхні
- б. поверхні, що перетинаються
- в. поверхні, гомеоморфні сфері
- г. інша відповідь

214. Дискримінант другої квадратичної форми поверхні, обчислений у точці  $X$ , менший за нуль. Точка  $X$

- а. еліптична
- б. гіперболічна
- в. параболічна
- г. інша відповідь

215. Нормальною кривою поверхні  $\Phi$  у точці  $X$  у напрямі  $(du : dv)$  є

- а. кривина нормального перерізу поверхні у точці  $X$  у напрямі  $(du : dv)$
- б. кривина довільного перерізу поверхні у точці  $X$  у напрямі  $(du : dv)$
- в. кривина нормального перерізу у довільній точці у напрямі  $(du : dv)$
- г. інша відповідь

216. Індикатриса Дюпена в еліптичній точці поверхні є

- а. еліпсом
  - б. парюю спряжених гіпербол
  - в. парюю паралельних прямих
  - г. інша відповідь
217. Головні напрямки на поверхні — це напрямки, в яких
- а. нормальна кривина досягає екстремальних значень
  - б. нормальна кривина рівна нулеві
  - в. поверхня сплющується
  - г. інша відповідь
218. Головні кривини поверхні — це
- а. нормальні кривини в головних напрямках
  - б. кривини, рівні нулеві
  - в. рівні між собою кривини
  - г. інша відповідь
219. Напрямок на поверхні називається асимптотичним, якщо
- а. нормальна кривина у цьому напрямі дорівнює нулеві
  - б. нормальна кривина у цьому напрямі невизначена
  - в. нормальна кривина у цьому напрямі прямує до нескінченності
  - г. інша відповідь
220. Гаусовою кривиною поверхні називається
- а. добуток її головних кривин
  - б. сума її головних кривин
  - в. квадрат різниці її головних кривин
  - г. інша відповідь
221. Лінійно зв'язний простір — це топологічний простір, у якому
- а. між кожними двома різними точками можна провести відрізок прямої лінії
  - б. кожні дві точки можна сполучити неперервною кривою
  - в. крім топології, визначено операції додавання і множення
  - г. інша відповідь
222. Об'єднання двох лінійно зв'язних множин
- а. завжди є лінійно зв'язним
  - б. ніколи не є лінійно зв'язним
  - в. є лінійно зв'язним, якщо дві множини мають спільну точку
  - г. інша відповідь
223. Відомо, що у топологічному просторі існує рівно дві множини, які одночасно є відкритими і замкненими. Тоді такий простір
- а. є лінійно зв'язним
  - б. не є зв'язним
  - в. є зв'язним, але не обов'язково лінійно зв'язним
  - г. є лінійно зв'язним, але не обов'язково зв'язним

224. Добуток множин  $X$  та  $Y$  складається з
- усіх добутків  $xy$ , де  $x \in X, y \in Y$
  - усіх пар  $(F, G)$ , де  $F \subset X, G \subset Y$
  - усіх пар  $(x, y)$ , де  $x \in X, y \in Y$
  - інша відповідь
225. Топологічний простір, у якому виконано аксіоми  $T_1$  та  $T_4$ , називається
- гаусдорфовим
  - регулярним
  - нормальним
  - інша відповідь
226. Відомо, що топологія на нескінченній множині складається зі скінченної кількості множин. Які з аксіом  $T_1$  та  $T_2$  можуть виконуватись у такому просторі:
- і  $T_1$ , і  $T_2$
  - ані  $T_1$ , ані  $T_2$
  - $T_1$ , але не  $T_2$
  - $T_2$ , але не  $T_1$
227. З наступних топологій на множині  $\mathbb{R}$  гаусдорфвою НЕ є
- стандартна топологія
  - дискретна топологія
  - антидискретна топологія
  - топологія стрілки Зоргенфрея
228. Топологія на множині  $X$  складається з
- підмножин множини  $X$
  - точок множини  $X$
  - метрик на множині  $X$
  - інша відповідь
229. Сукупність всіх скінченних підмножин нескінченної множини  $X$
- є топологією на  $X$
  - стане топологією на  $X$ , якщо доповнити її самою множиною  $X$
  - стане топологією на  $X$ , якщо вилучити з неї порожню множину
  - не буде топологією у жодному з інших зазначених випадків
230. Сукупність всіх нескінченних підмножин нескінченної множини  $X$
- є топологією на  $X$
  - стане топологією на  $X$ , якщо вилучити з неї її саму множину  $X$
  - стане топологією на  $X$ , якщо доповнити її порожньою множиною
  - не буде топологією у жодному з інших зазначених випадків
231. Сукупність всіх підмножин нескінченної множини  $X$ , доповнення яких скінченні,
- є топологією на  $X$

- б. стане топологією на  $X$ , якщо вилучити з неї її саму множину  $X$
  - в. стане топологією на  $X$ , якщо доповнити її порожньою множиною
  - г. не буде топологією у жодному з інших зазначених випадків
232. Топологія на множині  $X$  є метризовною,
- а. якщо вона складається з метрик на  $X$
  - б. якщо множина  $X$  складається з метрик
  - в. завжди
  - г. інша відповідь
233. Топологічний простір називається сепарабельним, якщо
- а. у ньому існує не більш, ніж зліченна база
  - б. у ньому існує не більш, ніж зліченна скрізь щільна множина
  - в. у ньому кожна фундаментальна послідовність є збіжною
  - г. інша відповідь
234. Простір, з кожного покриття якого відкритими множинами можна обрати скінченне підпокриття, називається
- а. компактним
  - б. повним
  - в. сепарабельним
  - г. інша відповідь
235. Нормальним простором є кожен
- а. метричний простір
  - б. топологічний простір
  - в. гаусдорфів простір
  - г. жоден з вказаних варіантів не є правильним
236. Сукупність всіх точок дотику множини  $A$  називається
- а. замиканням  $A$
  - б. межею  $A$
  - в. внутрішністю  $A$
  - г. інша відповідь
237. Якщо метричний простір є повним і цілком обмеженим, то він
- а. зліченний
  - б. скінченний
  - в. компактний
  - г. інша відповідь
238. Якщо у множині  $A$  метричного простору міститься деяка куля з центром  $a$ , то точка  $a$  називається
- а. граничною точкою  $A$
  - б. внутрішньою точкою  $A$
  - в. точкою дотику  $A$

г. інша відповідь

239. Точка  $x$ , кожен окіл якої перетинається і з множиною  $A$ , і з її доповненням у просторі  $X$ , належить до

- а. різниці  $A \setminus X$
- б. внутрішності множини  $A$
- в. межі множини  $A$
- г. інша відповідь

240. Якщо деякий окіл точки  $x$  не перетинається з множиною  $A$ , то точка  $x$

- а. є точкою дотику  $A$
- б. є точкою межі  $A$
- в. не є точкою дотику  $A$
- г. інша відповідь

241. Якщо один окіл точки  $x$  лежить у множині  $A$  топологічного простору  $X$ , а інший окіл точки  $x$  не лежить у множині  $A$ , то  $x$

- а. є точкою межі  $A$
- б. є внутрішньою точкою  $A$
- в. не є внутрішньою точкою  $A$
- г. інша відповідь

242. Якщо відображення  $f : X \rightarrow Y$  між топологічними просторами є неперервним, то для кожної відкритої множини  $U \subset Y$  її повний прообраз  $f^{-1}(U) \subset X$

- а. теж є відкритим
- б. завжди є замкненим
- в. є непорожнім
- г. інша відповідь

243. Відомо, що відображення  $f : X \rightarrow Y$  між метричними просторами є неперервним, а послідовність  $(x_n)$  у  $X$  є розбіжною. Тоді послідовність  $(f(x_n))$  у  $Y$

- а. є збіжною
- б. є розбіжною
- в. може і бути збіжною, і бути розбіжною
- г. є збіжною тільки за умови, що вона є сталою

244. Нехай для відображення  $f : X \rightarrow Y$  між топологічними просторами існує відкрита множина  $U \subset Y$ , для якої її повний прообраз  $f^{-1}(U) \subset X$  є відкритим. Тоді  $f$

- а. є неперервним
- б. не може бути неперервним
- в. є сталим
- г. інша відповідь

245. Межа довільної множини  $A$  у топологічному просторі

- а. міститься у замиканні множини  $A$ , але не перетинає внутрішність  $A$
- б. міститься у внутрішності множини  $A$ , але не перетинає замикання  $A$

- в. є перетином замикання і внутрішності множини  $A$   
 г. інша відповідь
246. Для множин  $A, B$  виконано  $A \subset B$ . Тоді
- межа множини  $A$  міститься у межі множини  $B$
  - межа множини  $A$  міститься у замиканні множини  $B$
  - межа множини  $A$  міститься у внутрішності множини  $B$
  - інша відповідь
247. Метричний простір називається повним, якщо
- у ньому кожна фундаментальна послідовність є збіжною
  - у ньому кожна збіжна послідовність є фундаментальною
  - у ньому кожна збіжна послідовність є обмеженою
  - інша відповідь
248. Дискретна метрика на довільній неодноточковій множині набуває значення
- всі, які є натуральними числами
  - всі, які є невід'ємними цілими числами
  - 0 та 1
  - інша відповідь
249. Перша квадратична форма поверхні
- додатньовизначена
  - від'ємновизначена
  - тотожньо рівна нулеві
  - інша відповідь
250. Дві множини у топологічному просторі називаються відокремленими, якщо
- жодна з них не містить точок дотику іншої множини
  - відстань між ними додатна
  - для них існують неперетинні околиці
  - інша відповідь
251. Топологічний простір називається незв'язним, якщо
- у ньому існують непорожні відокремлені множини
  - деякі дві його точки не можна сполучити неперервною кривою
  - він є об'єднанням двох непорожніх відокремлених множин
  - інша відповідь
252. Стандартна відстань між точками  $(x_1, x_2)$  та  $(y_1, y_2)$  у  $\mathbb{R}^2$  обчислюється як
- $|x_1 - y_1| + |x_2 - y_2|$
  - $(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2$
  - $\sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2}$
  - інша відповідь
253. З наступних функцій  $\mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  метрикою на  $\mathbb{R}$  є
- $\rho(x, y) = |x| + |y|$

- б.  $\rho(x, y) = |x| - |y|$
- в.  $\rho(x, y) = ||x| - |y||$
- г. жодна з вказаних функцій

254. Функція  $\rho : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , визначена формулою  $\rho(x, y) = \begin{cases} 0, & \text{sgn}(x) = \text{sgn}(y), \\ 1, & \text{sgn}(x) \neq \text{sgn}(y), \end{cases}$

- а. не є псевдометрикою на  $\mathbb{R}$
- б. є псевдометрикою, але не метрикою на  $\mathbb{R}$
- в. є метрикою, але не ультраметрикою на  $\mathbb{R}$
- г. інша відповідь

255. Якщо функції  $\rho_1, \rho_2 : X \times X \rightarrow \mathbb{R}$  є метриками на  $X$ , то функція  $\rho_1 + \rho_2$

- а. обов'язково є метрикою
- б. не може бути метрикою
- в. є метрикою тільки при  $\rho_1 = \rho_2$
- г. інша відповідь

256. Якщо функція  $\rho : X \times X \rightarrow \mathbb{R}$  є ультраметрикою на  $X$ , то функція  $2\rho$

- а. обов'язково є ультраметрикою
- б. не може бути ультраметрикою
- в. є метрикою, але не обов'язково ультраметрикою
- г. інша відповідь

257. З наступних сімей підмножин множини  $X = \{a, b, c\}$  топологією на  $X$  є

- а.  $\tau = \{\emptyset, \{a\}, \{b, c\}\}$
- б.  $\tau = \{\emptyset, \{a\}, \{a, b, c\}\}$
- в.  $\tau = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b, c\}\}$
- г. жодна з вказаних сімей

258. Куля радіуса  $1/2$  у просторі з дискретною метрикою завжди

- а. є порожньою
- б. є одноточковою
- в. збігається з усім простором
- г. інша відповідь

259. Куля радіуса  $2$  у просторі з дискретною метрикою завжди

- а. є порожньою
- б. є одноточковою
- в. збігається з усім простором
- г. інша відповідь

260. Якщо замінити довільну метрику  $d : X \times X \rightarrow \mathbb{R}$  на метрику  $d' : X \times X \rightarrow \mathbb{R}$ , де  $d'(x, y) = 2d(x, y)$ , то кожна куля з центром  $x_0$  і радіусом  $r > 0$

- а. не зміниться
- б. не зміниться або стане більшою
- в. не зміниться або стане меншою

- г. інша відповідь
261. База  $\beta$  довільної топології  $\tau$  завжди
- а. є елементом топології  $\tau$
  - б. міститься у топології  $\tau$
  - в. містить топологію  $\tau$
  - г. інша відповідь
262. Об'єднання двох баз довільної топології  $\tau$
- а. завжди є базою топології  $\tau$
  - б. ніколи не є базою топології  $\tau$
  - в. є базою топології  $\tau$ , тільки якщо дві вказані бази мають спільний елемент
  - г. є базою, але іншої топології
263. Довільна куля  $B_r(x)$  у метричному просторі  $(X, d)$
- а. завжди є відкритою, але не обов'язково замкненою множиною
  - б. завжди є відкритою, але ніколи не є замкненою множиною
  - в. може і бути, і не бути відкритою множиною
  - г. завжди є і відкритою, і замкненою множиною
264. Підпростір повного метричного простору
- а. завжди є повним
  - б. є повним, якщо і тільки якщо є замкненою підмножиною
  - в. ніколи не є повним
  - г. інша відповідь
265. Перетин нескінченної кількості відкритих множин
- а. завжди є відкритою множиною
  - б. є відкритою множиною, тільки якщо цей перетин — порожній
  - в. ніколи не є відкритою множиною
  - г. інша відповідь
266. Перетин відкритої і замкненої множини
- а. завжди є відкритою множиною
  - б. завжди є замкненою множиною
  - в. ніколи не є ні відкритою, ні замкненою множиною
  - г. інша відповідь
267. Різниця відкритої і замкненої множини
- а. завжди є відкритою множиною
  - б. завжди є замкненою множиною
  - в. ніколи не є ні відкритою, ні замкненою множиною
  - г. інша відповідь
268. Яка з наступних поверхонь є елементарною?
- а. еліпсоїд
  - б. параболоїд

- в. тор
- г. інша відповідь

269. Відомо, що дві множини у топологічному просторі мають однакову межу. Тоді

- а. ці множини обов'язково однакові
- б. ці множини обов'язково не перетинаються
- в. ці множини або однакові, або не перетинаються
- г. інша відповідь

270. Для якої з вказаних метрик та псевдометрик на  $\mathbb{R}$  внутрішність і замикання множини  $[1; 2)$  рівні:

- а. для стандартної метрики
- б. для дискретної метрики
- в. для тривіальної (тотожно рівної нулю) псевдометрики
- г. це не виконано для жодної з вказаних (псевдо)метрик

271. Рівняння  $(3x^2 + 6xy^2)dx + (6yx^2 + 4y^3)dy = 0$ :

- а. З відокремлюваними змінними
- б. Однорідне
- в. Лінійне
- г. У повних диференціалах

272. Диференціальне рівняння  $y' = \frac{1}{2xy+y^3}$ :

- а. Однорідне
- б. Лінійне відносно  $y(x)$
- в. Лінійне відносно  $x(y)$
- г. Рівняння Бернуллі

273. Рівняння  $y' = \frac{5xy+x}{y^2-7xy^2}$ :

- а. Однорідне
- б. Лінійне відносно функції  $x(y)$
- в. Лінійне відносно функції  $y(x)$
- г. Серед наведених варіантів немає правильної відповіді

274. Рівняння  $(2xy + 3y^2)dy + (x^2 + 6xy - 3y^2)dx = 0$ :

- а. Однорідне
- б. Лінійне відносно функції  $y(x)$
- в. У повних диференціалах
- г. З відокремлюваними змінними

275. Рівняння  $y' = xy + x^2 + 1$  можна зінтегрувати розв'язувати за допомогою заміни:

- а.  $y = z \cdot x$
- б.  $y = u \cdot v$
- в.  $y = z^2$
- г.  $y = \int z dx$

276. Частинний розв'язок рівняння  $y'' + 6y' = 5x$  методом невизначених коефіцієнтів потрібно шукати у вигляді:

- а.  $y = (Ax + B)x$
- б.  $y = Ax + B$
- в.  $y = Ax$
- г.  $y = 5Ax$

277. Частинний розв'язок рівняння  $y'' + 36y = 24 \cos 6x$  методом невизначених коефіцієнтів потрібно шукати у вигляді:

- а.  $y = A \cos 6x$
- б.  $y = A \cos x + B \sin x$
- в.  $y = A \cos 6x + B \sin 6x$
- г.  $y = Ax \cos 6x + Bx \sin 6x$

278. Методом варіації довільних сталих розв'язок диференціального рівняння  $4y'' + 4y' + y = \frac{1}{1+e^x}$  потрібно шукати в вигляді:

- а.  $y = C_1(x)e^{\frac{x}{2}} + C_2(x)e^{-\frac{x}{2}}$
- б.  $y = e^{\frac{x}{2}}(C_1(x) \cos x + C_2(x) \sin x)$
- в.  $y = C_1(x)e^{-\frac{x}{2}} + xC_2(x)e^{-\frac{x}{2}}$
- г.  $y = C_1(x)e^{\frac{x}{2}} + xC_2(x)e^{\frac{x}{2}}$

279. Частинний розв'язок диференціального рівняння  $y'' - 8y' + 15y = 2e^{3x} + \sin 5x$  методом невизначених коефіцієнтів потрібно шукати у вигляді:

- а.  $y = Ax^2e^{3x} + Bx \cos 5x + Cx \sin 5x$
- б.  $y = Ae^{3x} + B \sin 5x$
- в.  $y = Ae^{3x} + B \sin 5x + C \cos 5x$
- г.  $y = Axe^{3x} + B \sin 5x + C \cos 5x$

280. Фундаментальною системою розв'язків рівняння  $y^{(n)} + a_1y^{(n-1)} + \dots + a_ny = 0$  називаються:

- а.  $n$  розв'язків цього рівняння, які не дорівнюють тотожно нулю
- б. Лінійно незалежні розв'язки цього рівняння
- в. Особливі розв'язки цього рівняння
- г. Серед наведених варіантів немає правильної відповіді

281. Загальний розв'язок лінійного неоднорідного диференціального рівняння дорівнює:

- а. Лінійній комбінації розв'язків з фундаментальної системи розв'язків цього рівняння
- б. Сумі частинних розв'язків цього і відповідного однорідного рівнянь
- в. Сумі довільного розв'язку цього рівняння і лінійної комбінації розв'язків з фундаментальної системи розв'язків відповідного однорідного рівняння
- г. Серед наведених варіантів немає правильної відповіді

282. Загальний вигляд рівняння Лагранжа:

- а.  $y' = x\varphi(y) + \psi(y)$
- б.  $y = x\varphi(y') + \psi(y')$

в.  $x = y\varphi(y') + \psi(y')$

г.  $y = xy' + \psi(y')$

283. Загальним розв'язком рівняння Клеро  $y = xy' + \varphi(y')$  є:

а.  $y = Cx + C$

б.  $y = Cx + \varphi(C)$

в.  $y = x + \varphi(C)$

г.  $y = Cx + C\varphi(C)$

284. Рівняння Лагранжа є окремим випадком рівняння:

а. Клеро

б.  $y = f(x, y')$

в.  $y' = f(x, y)$

г.  $x = f(y, y')$

285. Система  $\begin{cases} \frac{dy_1}{dx} = f_1(x, y_1, y_2, \dots, y_n), \\ \dots \dots \dots \\ \frac{dy_n}{dx} = f_n(x, y_1, y_2, \dots, y_n) \end{cases}$  називається:

а. Канонічною

б. Нормальною

в. Автономною

г. Лінійною

286. Яке з рівнянь є рівнянням Ейлера:

а.  $x^2y'' - 3y' + 4y = 0$

б.  $(x^2 + 1)y'' + 2xy' - 7y = 0$

в.  $yy'' + xy'^2 + 1 = 0$

г.  $x^2y'' - 3xy' + 4y = 0$

287. Функція  $y = x^{100}$  є розв'язком диференціального рівняння:

а.  $y^{(100)} = 99!$

б.  $y^{(100)} = 100!$

в.  $y^{(100)} = 101!$

г.  $y^{(101)} = 100!$

288.  $y'^2 = 4y$  - диференціальне рівняння сім'ї:

а. парабол  $y = (x - C)^2$

б. парабол  $x = (y - C)^2$

в. гіпербол  $y = (x - C)^{-1}$

г. кіл  $y^2 + (x - C)^2 = 1$

289. Задача Коші  $y' = x^2 + y^2$ ,  $y(0) = 1$  має розв'язків:

а. Безліч

б. Жодного

в. Два

г. Один

290. Скільки інтегральних кривих рівняння  $y' = x^{2023} + y^{2024}$  проходить через початок координат:

- а. Одна
- б. Дві
- в. Три
- г. Безліч

291. Для рівняння  $y' = f(x, y)$  розв'язок  $y = y(x)$ , у кожній точці якого порушується єдиність розв'язку задачі Коші, називають:

- а. єдиним
- б. особливим
- в. частинним
- г. загальним

292. Визначте рівняння з відокремлюваними змінними:

- а.  $ydx + (x^2 + x^2y^2)dy = 0$
- б.  $y^2dx + (x^2 - y^2)dy = 0$
- в.  $ydx + (x^2 + y^2)dy = 0$
- г.  $y^2dx + \sqrt{x^2 - y^2}dy = 0$

293. Рівняння  $y' = \sqrt[3]{2x - y} + 1$  зводиться до рівняння з відокремлюваними змінними за допомогою заміни:

- а.  $z = \frac{y}{x}$
- б.  $z = 2x - y$
- в.  $z = \sqrt[3]{2x - y}$
- г.  $z = \sqrt[3]{2x - y} + 1$

294. Рівняння  $y' = (x - y)^3$  зводиться до рівняння з відокремлюваними змінними за допомогою заміни

- а.  $z = \frac{y}{x}$
- б.  $z = (x - y)^3$
- в.  $z = x - y$
- г.  $z = uv$

295. Визначте однорідне диференціальне рівняння першого порядку:

- а.  $y' = \frac{x+y+2}{x+y}$
- б.  $(x + y + 1)dx + (x + y)dy = 0$
- в.  $(x + y)dx - 2xydy = 0$
- г.  $y' = \ln y - \ln x$

296.  $f(x, y)$  - однорідна функція виміру  $m$ , якщо:

- а.  $f(tx, ty) = f^m(x, y)$
- б.  $f(x, y) = t^m f(tx, ty)$
- в.  $f(tx, ty) = m f(x, y)$

г.  $f(tx, ty) = t^m f(x, y)$

297. Вкажіть однорідну функцію виміру  $3/2$ :

- а.  $\sqrt[3]{y^2 + x^2}$
- б.  $\sqrt{y^2 + x^2}$
- в.  $\sqrt{y^3 + x^3}$
- г.  $\sqrt[3]{y + x}$

298. Рівняння  $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$  є однорідним, якщо його коефіцієнти:

- а. однорідні виміру 0
- б. однорідні однакового виміру
- в. відмінні від нуля
- г. неперервні

299. Визначте рівняння, яке не є рівнянням з відокремлюваними змінними:

- а.  $x^2 e^{x+y} dx + \sqrt{yx} dy = 0$
- б.  $x(y + 1)dx - (x^2 + 1)dy = 0$
- в.  $y' + x^2 y = \sqrt{xy}$
- г.  $y' + x^2 y = x\sqrt{y}$

300. Рівняння  $y' = \frac{2x-y-3}{8x-4y-8}$  зводиться до рівняння з відокремлюваними змінними з допомогою заміни:

- а.  $y = uv$
- б.  $z = \frac{y}{x}$
- в.  $y = ux^k$
- г.  $z = 2x - y$

301. Визначте рівняння Бернуллі:

- а.  $y' + x^2 y = xy$
- б.  $y' + xy^3 = xy^2$
- в.  $y' + x^2 y = xy^2$
- г.  $y = y' + x^2 y'^2$

302. Диференціальне рівняння  $M(x, y)dy + N(x, y)dx = 0$  є рівнянням у повних диференціалах, якщо:

- а.  $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$
- б. Функції  $M(x, y)$  і  $N(x, y)$  неперервні
- в.  $M(x, y) = M_1(x)M_2(y)$ ,  $N(x, y) = N_1(x)N_2(y)$
- г.  $\frac{\partial M}{\partial x} = \frac{\partial N}{\partial y}$

303. Формула для знаходження інтегрувального множника лінійного рівняння  $y' + p(x)y = q(x)$ :

- а.  $\mu(x) = e^{\int p(x)dx}$
- б.  $\mu(x) = e^{\int q(x)dx}$
- в.  $\mu(x) = e^{-\int q(x)dx}$
- г.  $\mu(x) = e^{-\int p(x)dx}$

304. Визначте рівняння Клеро:

а.  $y + xy' = \sqrt{y'}$

б.  $y - xy' = \sqrt[4]{y'}$

в.  $y = xy'^2 + \sqrt[3]{y'}$

г.  $y = xy'^2 - y^3$

305. Загальним розв'язком рівняння Клеро є сім'я:

а. прямих

б. кіл

в. парабол

г. гіпербол

306. Характеристичними числами рівняння  $y''' - 3y'' + 3y' - y = 0$  є :

а.  $k_1 = 1, k_{2,3} = -1$

б.  $k_{1,2,3} = 1$

в.  $k_{1,2,3} = -1$

г.  $k_{1,2} = 1, k_3 = 0$

307. Характеристичними числами рівняння  $y^{(4)} + 6y'' + 9y = 0$  є :

а.  $k_{1,2} = \sqrt{3}, k_{3,4} = -\sqrt{3}$

б.  $k_{1,2} = \sqrt{3}i, k_{3,4} = -\sqrt{3}i$

в.  $k_{1,2} = 3i, k_{3,4} = -3i$

г.  $k_{1,2} = \pm 3i, k_{3,4} = \pm \sqrt{3}i$

308. Порядок рівняння  $y'' = 2yy'$  можна зменшити за допомогою заміни:

а.  $y' = z(x)$

б.  $y' = yz(x)$

в.  $y'' = z(x)$

г.  $y' = z(y)$

309. Які функції можуть утворювати фундаментальну систему розв'язків деякого лінійного однорідного диференціального рівняння другого порядку:

а.  $y_1 = x, y_2 = 3x$

б.  $y_1 = x, y_2 = x^3$

в.  $y_1 = 12 \sin 3x + 8 \cos 3x, y_2 = 6 \cos 3x + 9 \sin 3x$

г.  $y_1 = e^{3x}, y_2 = 3e^{3x}$

310. Визначник Вронського для лінійно незалежних розв'язків рівняння  $y'' + 3x^2y' - 4y = 0$  подається формулою:

а.  $W(x) = Ce^{3x^2}$

б.  $W(x) = Ce^{-x^3}$

в.  $W(x) = Ce^{x^3}$

г.  $W(x) = Ce^{-3x}$

311. Якщо вронскіан розв'язків диференціального рівняння  $y''' + 4xy'' - (x^2 + 1)y' + 5y = 0$

дорівнює нулю в точці  $x = 5$ , то він:

- а. дорівнює нулю в точці  $x = 6$
- б. може як дорівнювати нулю, так і не дорівнювати нулю в точці  $x = 6$
- в. не існує в точці  $x = 6$
- г. не дорівнює нулю в точці  $x = 6$

312. Загальним розв'язком неявного рівняння  $F(x, y') = 0$  у параметричній формі є

- а.  $x = \varphi(t), y = \int \varphi(t)\psi'(t)dt + C$
- б.  $x = \varphi(t), y = \int \varphi'(t)\psi'(t)dt + C$
- в.  $x = \varphi(t), y = \int \psi'(t)dt + C$
- г.  $x = \varphi(t), y = \int \varphi'(t)\psi(t)dt + C$

313. Якщо  $\mu = \mu(x, y)$  - інтегрувальний множник рівняння  $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ , то інтегрувальним множником цього рівняння буде також функція:

- а.  $\mu + x$
- б.  $C\sqrt{\mu}$
- в.  $C\mu$
- г.  $\mu^2$

314. Визначте рівняння, яке не інтегрується у квадратурах:

- а.  $y^{2023}y' = x^{2024}$
- б.  $y' = x^2 + y^2$
- в.  $y' = e^{3x} \sin 7x$
- г.  $x \arcsin y dx + y \arccos x dy = 0$

315. Інтегральні криві якого диференціального рівняння отримуються з будь-якої однієї з них зсувом вздовж осі  $Ox$ :

- а.  $y' = f(x)$
- б.  $y' = f(y)$
- в.  $y' = f\left(\frac{y}{x}\right)$
- г.  $y' + p(x)y = q(x)$

316. Необхідна і достатня умова того, що рівняння  $P(x, y)dx = Q(x, y)dy$  є рівнянням у повних диференціалах:

- а.  $\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x}$
- б.  $\frac{\partial P}{\partial y} = -\frac{\partial Q}{\partial x}$
- в.  $\frac{\partial P}{\partial x} = -\frac{\partial Q}{\partial y}$
- г.  $\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial Q}{\partial y}$

317. Порядок рівняння  $F(x, y^{(k)}, y^{(k+1)}, \dots, y^{(n)}) = 0, 1 \leq k < n$ , можна зменшити за допомогою заміни:

- а.  $y' = z(x)$
- б.  $y^{(k)} = z(x)$
- в.  $z = \frac{y'}{y}$

г.  $y^{(k)} = z(x)y$

318. Після заміни  $y' = z$  рівняння  $4y' + y''^2 = 4xy''$  зведеться до рівняння:

- а. Клеро
- б. Ріккаті
- в. Бернуллі
- г. з відокремлюваними змінними

319. Яка система лінійних диференціальних рівнянь є однорідною:

- а.  $\begin{cases} x' = 3x + 6y - 1, \\ y' = 2x + y. \end{cases}$
- б.  $\begin{cases} x' = x + 4t, \\ y' = 5x - 5y. \end{cases}$
- в.  $\begin{cases} x' = 2x + 3y, \\ y' = 5x - 7y. \end{cases}$
- г.  $\begin{cases} x' = 2x + 3y + e^t, \\ y' = 5x - 7y. \end{cases}$

320. Інтегруючи рівняння  $x^n y^{(n)} + a_1 x^{n-1} y^{(n-1)} + \dots + a_{n-1} x y' + a_n y = 0$ , виконують заміну:

- а.  $y = e^t$
- б.  $x = e^t, y = z(t)e^t$
- в.  $x = e^{-t}$
- г.  $x = e^t$

321. Диференціальне рівняння  $y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \dots + a_n y = f(x)$  називається:

- а. Нелінійним  $n$ -го порядку
- б. Лінійним однорідним  $n$ -го порядку
- в. Лінійним неоднорідним  $n$ -го порядку
- г. Рівнянням Ейлера

322. Частинний розв'язок  $Y = Y(x)$  рівняння  $y^{(4)} - y''' + y'' - y' = x^2 + x$  методом невизначених коефіцієнтів потрібно шукати у вигляді:

- а.  $Y = x(Ax + Bx)$
- б.  $Y = x^2(Ax^2 + Bx + C)$
- в.  $Y = Ax^2 + Bx + C$
- г.  $Y = x(Ax^2 + Bx + C)$

323. Рівняння  $n$ -го порядку, розв'язане відносно старшої похідної  $y^{(n)} = f(x, y, y', \dots, y^{(n-1)})$ , зводиться до рівносильної нормальної системи диференціальних рівнянь за допомогою заміни:

- а.  $x = e^t, y = z(t)e^{kt}$
- б.  $y' = y_1, y'' = y_2, y''' = y_3, \dots, y^{(n)} = y_n$
- в.  $y = y_1, y' = y_2, y'' = y_3, \dots, y^{(n-1)} = y_n$
- г.  $y' = y_1, y'' = y_2, \dots, y^{(n-1)} = y_{n-1}$

324. Частинний розв'язок  $Y = Y(x), Z = Z(x)$  системи  $\begin{cases} y' = y - 2z + e^x, \\ z' = y + 4z + e^{2x} \end{cases}$

(характеристичні числа  $k_1 = 2$ ,  $k_2 = 3$ ) за допомогою методу невизначених коефіцієнтів потрібно шукати у вигляді

а.  $Y = Ae^x$ ,  $Z = (Ax + B)e^{2x}$

б.  $Y = Ae^x + (Bx + C)e^{2x}$ ,  $Z = De^x + (Ex + F)e^{2x}$

в.  $Y = Ae^x + Be^{2x}$ ,  $Z = Ce^x + De^{2x}$

г.  $Y = Ae^x + x(Bx + C)e^{2x}$ ,  $Z = De^x + x(Ex + F)e^{2x}$

325. Частинний розв'язок  $Y = Y(x)$ ,  $Z = Z(x)$  системи  $\begin{cases} y' = 4y - z + e^{3x} \sin x, \\ z' = y + 2z + xe^{3x} \cos x \end{cases}$

(характеристичні числа  $k_1 = k_2 = 3$ ) за допомогою методу невизначених коефіцієнтів потрібно шукати у вигляді

а.  $Y = A \sin x + (Bx + C) \cos x$ ,  $Z = a \sin x + (bx + c) \cos x$

б.  $Y = A \sin x + B \cos x$ ,  $Z = a \sin x + b \cos x$

в.  $Y = (Ax + B) \sin x$ ,  $Z = (ax + b) \cos x$

г.  $Y = (Ax + B) \sin x + (Cx + D) \cos x$ ,  $Z = (ax + b) \sin x + (cx + d) \cos x$

326. Матрицю можна додати до транспонованої до неї, якщо вона є

- а. довільною
- б. тільки матрицею-стовпцем
- в. тільки матрицею-рядком
- г. тільки квадратною

327. Матрицю можна перемножити на транспоновану до неї, якщо вона є

- а. тільки діагональною
- б. тільки квадратною
- в. довільною
- г. тільки матрицею стовпцем

328. Якщо всі елементи деякого рядка квадратної матриці помножити на їх алгебраїчні доповнення і додати, то ми отримаємо

- а. визначник даної матриці
- б. число нуль
- в. подвійний визначник даної матриці
- г. визначник даної матриці з протилежним знаком

329. Якщо всі елементи деякого рядка квадратної матриці помножити на алгебраїчні доповнення до відповідних елементів іншого рядка і додати, то ми отримаємо

- а. визначник даної матриці
- б. число нуль
- в. подвійний визначник даної матриці
- г. визначник даної матриці з протилежним знаком

330. Матрицю  $A$  можна помножити на матрицю  $B$ , якщо

- а.  $A$  і  $B$  довільні матриці
- б. кількість рядків матриці  $A$  дорівнює кількості стовпців матриці  $B$
- в. кількість стовпців матриці  $A$  дорівнює кількості рядків матриці  $B$

г.  $A$  і  $B$  однакового розміру

331. Якщо всі елементи визначника третього порядку  $\Delta$  помножити на число  $m$ , то одержаний визначник дорівнюватиме

- а.  $m^9 \Delta$
- б.  $m \Delta$
- в.  $m^3 \Delta$
- г.  $m^2 \Delta$

332. Якщо всі елементи деякого рядка визначника третього порядку  $\Delta$  помножити на число  $m$ , то одержаний визначник дорівнюватиме

- а.  $m^3 \Delta$
- б.  $m^9 \Delta$
- в.  $m \Delta$
- г.  $m^2 \Delta$

333. Матриці  $A$  і  $B$  мають однакові розміри  $4 \times 2$ . Над ними можна виконати таку операцію:

- а. перемножити  $A$  на  $B$
- б. додати
- в. перемножити  $B$  на  $A$
- г. поділити  $A$  на  $B$

334. Матриці  $A$  і  $B$  мають розміри  $4 \times 2$  і  $2 \times 3$  відповідно. Над ними можна виконати таку операцію:

- а. перемножити  $A$  на  $B$
- б. додати
- в. перемножити  $B$  на  $A$
- г. поділити  $A$  на  $B$

335. Матриці  $A$  і  $B$  мають розміри  $3 \times 2$  і  $4 \times 3$  відповідно. Над ними можна виконати таку операцію:

- а. перемножити  $A$  на  $B$
- б. додати
- в. перемножити  $B$  на  $A$
- г. поділити  $A$  на  $B$

336. Матриці  $A$  і  $B$  мають розміри  $4 \times 5$  і  $2 \times 4$  відповідно. Над ними можна виконати таку операцію:

- а. перемножити  $A$  на  $B$
- б. додати
- в. перемножити  $B$  на  $A$
- г. поділити  $A$  на  $B$

337. Матриці  $A$  і  $B$  мають розміри  $4 \times 5$  і  $5 \times 3$  відповідно. Які розміри матиме добуток  $AB$

- а.  $4 \times 3$

б.  $5 \times 5$

в.  $4 \times 5$

г.  $5 \times 3$

338. Матриці  $A$  і  $B$  мають розміри  $4 \times 3$  і  $3 \times 4$  відповідно. Які розміри матиме добуток  $AB$

а.  $4 \times 3$

б.  $3 \times 3$

в.  $4 \times 4$

г.  $5 \times 3$

339. Матриці  $A$  і  $B$  мають розміри  $4 \times 2$  і  $5 \times 4$  відповідно. Які розміри матиме добуток  $BA$

а.  $4 \times 4$

б.  $2 \times 4$

в.  $5 \times 2$

г.  $5 \times 3$

340. Однорідна система лінійних рівнянь завжди

а. сумісна і визначена

б. сумісна і невизначена

в. не сумісна

г. сумісна

341. Визначник матриці не зміниться, якщо

а. до елементів одного рядка додати відповідні елементи іншого рядка

б. елементи двох рядків поміняти місцями

в. до елементів деякого рядка додати число відмінне від нуля

г. елементи деякого рядка помножити на довільне дійсне число

342. Визначник заданої матриці не зміниться, якщо

а. до елементів одного стовпця додати відповідні елементи іншого стовпця

б. елементи двох стовпців поміняти місцями

в. до елементів деякого стовпця додати число відмінне від нуля

г. елементи деякого стовпця помножити на довільне дійсне число

343. Визначник добутку двох матриць

а. дорівнює добутку визначників цих матриць

б. менший від добутку визначників цих матриць

в. більший від добутку визначників цих матриць

г. дорівнює сумі визначників цих матриць

344. До квадратної матриці існує обернена матриця лише тоді, коли

а. її визначник не дорівнює нулю

б. її визначник дорівнює одиниці

в. всі її елементи відмінні від нуля

г. її визначник дорівнює нулю

345. Матриці  $A$  і  $B$  називають подібними, якщо

- а. існує невироджена матриця  $C$  така, що  $A = C^{-1}BC$
- б. існує невироджена матриця  $C$  така, що  $A = BC$
- в.  $A = B^{-1}$
- г.  $A = B^2$

346. Вектори  $a = (1; 2)$ ,  $b = (-4; -3)$  утворюють базис. Знайти розклад вектора  $d = (-2; 1)$  у цьому базисі:

- а.  $(-3; -1)$
- б.  $(2; 1)$
- в.  $(-1; -3)$
- г.  $(1; 1)$

347. Обчислити визначник матриці  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & -3 & 2 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$

- а. 3
- б. 2
- в. 4
- г. 0

348. Обчислити визначник матриці  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$

- а. 5
- б. -15
- в. 15
- г. 0

349. Обчислити визначник матриці  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -2 \end{pmatrix}$

- а. -8
- б. -15
- в. 12
- г. 0

350. Обчислити визначник матриці  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$

- а. 7
- б. -1
- в. -2
- г. 0

351. Обчислити визначник матриці  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$

- а. 7
- б. -1
- в. -2
- г. 0

352. Обчислити ранг матриці  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & -3 & 2 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$

- а. 3
- б. 2
- в. 4
- г. 0

353. Обчислити ранг матриці  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$

- а. 3
- б. 2
- в. 1
- г. 0

354. Обчислити ранг матриці  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 \\ 2 & 2 & -6 \\ -3 & -3 & 9 \end{pmatrix}$

- а. 3
- б. 2
- в. 1
- г. 0

355. Обчислити ранг матриці  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 & 2 \\ 2 & 2 & -6 & 1 \\ -3 & -3 & 9 & 3 \end{pmatrix}$

- а. 3
- б. 2
- в. 1
- г. 0

356. При якому значенні  $x$  ранг матриці дорівнює 2  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & x \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$

- а. -3
- б. 2
- в. -1
- г. 0

357. При якому значенні  $x$  ранг матриці дорівнює 2  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & x & -1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

- а. -3
- б. 2
- в. -1
- г. 0

358. При якому значенні  $x$  ранг матриці дорівнює 2  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & x & 1 \end{pmatrix}$

- а. -3
- б. 2
- в. -1
- г. 0

359. Знайти ранг нульової квадратної матриці  $n$ -ого порядку:

- а. 0
- б. 1
- в.  $n$
- г. -1

360. Знайти ранг одиничної матриці  $n$ -ого порядку:

- а. 0
- б. 1
- в.  $n$
- г. -1

361. Підпростір лінійного простору — це

- а. підмножина замкнена відносно додавання і множення на скаляр
- б. довільна його підмножина
- в. підмножина замкнена відносно додавання
- г. підмножина замкнена відносно множення на скаляр

362. Базис лінійного простору — це множина його елементів, які

- а. лінійно незалежні, і будь-який елемент простору є їх лінійною комбінацією
- б. лінійно незалежні
- в. лінійно залежні
- г. лінійно залежні, і будь-який елемент простору є їх лінійною комбінацією

363. Розмірність лінійного простору дорівнює

- а. кількості елементів в його базі
- б. кількості всіх його елементів
- в. кількості його підпросторів
- г. кількості елементів деякого його підпростору

364. Вкажіть правильну рівність для розмірності суми підпросторів  $L_1$  та  $L_2$  деякого лінійного простору  $L$ :

- а.  $\dim(L_1 + L_2) = \dim(L_1) + \dim(L_2) - \dim(L_1 \cap L_2)$
- б.  $\dim(L_1 + L_2) = \dim(L_1) + \dim(L_2) + \dim(L_1 \cap L_2)$

в.  $\dim(L_1 + L_2) = \dim(L_1) + \dim(L_2)$

г.  $\dim(L_1 + L_2) = \dim(L_1 \cap L_2)$

365. Розмірність лінійного простору  $L = \{(a; 0; b; c; d) \mid a = 2b - c + d; a, b, c, d \in R\}$  рівна:

а. 3

б. 4

в. 5

г. 2

366. Розмірність лінійного простору  $L = \{(a; b; b; c; d) \mid c = 2b - d; a, b, c, d \in R\}$  рівна:

а. 3

б. 4

в. 5

г. 2

367. Розмірність лінійного простору  $L = \{(a; b; c; c; c) \mid a = 2b - c; a, b, c, \in R\}$  рівна:

а. 3

б. 4

в. 5

г. 2

368. Розмірність лінійного простору  $L = \{(a; a; b; c; d) \mid a, b, c, d \in R\}$  рівна:

а. 3

б. 4

в. 5

г. 2

369. Розмірність лінійного простору  $L = \{(a; 0; b; c; 0) \mid a = b + 2c; a, b, c, d \in R\}$  рівна:

а. 3

б. 4

в. 5

г. 2

370. Розмірність лінійного простору поліномів не вище 4 степеня рівна:

а. 3

б. 4

в. 5

г. 2

371. Знайти розмірність лінійного простору поліномів не вище 4 степеня, у яких коефіцієнт біля  $x^2$  рівний нулю.

а. 3

б. 4

в. 5

г. 2

372. Знайти розмірність лінійного простору поліномів не вище 4 степеня, у яких коефіцієнти біля

$x^2$  та  $x^3$  рівні нулю.

- а. 3
- б. 4
- в. 5
- г. 2

373. Знайти розмірність лінійного простору поліномів не вище 4 степеня, у яких сума коефіцієнтів біля  $x^2$  та  $x^3$  дорівнює нулю.

- а. 3
- б. 4
- в. 5
- г. 2

374. Знайти розмірність лінійного простору квадратних матриць другого порядку, у яких сума елементів головної діагоналі дорівнює нулю.

- а. 3
- б. 4
- в. 1
- г. 2

375. Знайти розмірність лінійного простору квадратних матриць другого порядку, у яких сума елементів кожного рядка дорівнює нулю.

- а. 3
- б. 4
- в. 1
- г. 2

376. Знайти розмірність лінійного простору квадратних матриць другого порядку, у яких сума всіх елементів дорівнює нулю.

- а. 3
- б. 4
- в. 1
- г. 2

377. Знайти матрицю переходу від базису  $\{(1; -1), (2; 1)\}$  до базису  $\{(4; -1), (1; 2)\}$ :

- а.  $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
- б.  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
- в.  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$
- г.  $\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

378. Знайти матрицю  $C$ , виконавши вказані операції над матрицями  $A$  і  $B$ , якщо  $C = (2A + B)B$ ,  $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ :

- а.  $\begin{pmatrix} -6 & -15 \\ 14 & 19 \end{pmatrix}$   
 б.  $\begin{pmatrix} 20 & -15 \\ 17 & 1 \end{pmatrix}$   
 в.  $\begin{pmatrix} 14 & -1 \\ 25 & -1 \end{pmatrix}$   
 г.  $\begin{pmatrix} 1 & -13 \\ 2 & 19 \end{pmatrix}$

379. Для матриці  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$  знайти обернену матрицю:

- а.  $\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$   
 б.  $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$   
 в.  $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$   
 г.  $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

380. Матриця переходу від одного базису до іншого деякого лінійного простору завжди є

- а. невиродженою  
 б. виродженою  
 в. симетричною  
 г. діагональною

381. Яке з наступних перетворень лінійного простору  $R^2$  є лінійним оператором?

- а.  $A_1(x, y) = (x + y, x - y)$   
 б.  $A_2(x, y) = (x + y, x \cdot y)$   
 в.  $A_3(x, y) = (x - y, x + y + 2)$   
 г.  $A_1(x, y) = (x - y, x^2 + y^2)$

382. Яке із заданих перетворень лінійного простору  $R^2$  є лінійним оператором?

- а.  $A_1(x, y) = (x + 2y, 3x - y)$   
 б.  $A_2(x, y) = (x + y, x \cdot y)$   
 в.  $A_3(x, y) = (x - y, x + y + 1)$   
 г.  $A_1(x, y) = (x - y, x^2 + y)$

383. Яке із перелічених перетворень лінійного простору  $R^2$  є лінійним оператором?

- а.  $A_1(x, y) = (3x + 2y, 3x - y)$   
 б.  $A_2(x, y) = (x + y^2, x - y)$   
 в.  $A_3(x, y) = (x - y, x + y - 1)$   
 г.  $A_1(x, y) = (x - y, x^2 + y)$

384. Яке з нижченаведених перетворень лінійного простору  $R^2$  є лінійним оператором?

- а.  $A_1(x, y) = (3x - 2y, 3x - 2y)$

- б.  $A_2(x, y) = (x + y^2, x - y^2)$
- в.  $A_3(x, y) = (x - y - 1, x + y - 1)$
- г.  $A_1(x, y) = (x - y, x^2 + y)$

385. Яке з наступних перетворень лінійного простору  $R^2$  не є лінійним оператором?

- а.  $A_1(x, y) = (x + y, 2x - 3y)$
- б.  $A_2(x, y) = (x + y, x - y)$
- в.  $A_3(x, y) = (x - y, x + y + 2)$
- г.  $A_1(x, y) = (x - y, 3x + 2y)$

386. Яке із перелічених перетворень лінійного простору  $R^2$  не є лінійним оператором?

- а.  $A_1(x, y) = (x + 2y, 2x - 3y)$
- б.  $A_2(x, y) = (x + 2y, x - 3y)$
- в.  $A_3(x, y) = (x - y - 1, x + y + 2)$
- г.  $A_1(x, y) = (x - y, 3x + 2y)$

387. Яке із нижченаведених перетворень лінійного простору  $R^2$  не є лінійним оператором?

- а.  $A_1(x, y) = (x + 2y, x + 2y)$
- б.  $A_2(x, y) = (x + 2y, x - 3y)$
- в.  $A_3(x, y) = (x - y^2, x + y)$
- г.  $A_1(x, y) = (x - y, 2x + 2y)$

388. Яке із заданих перетворень лінійного простору  $R^2$  не є лінійним оператором?

- а.  $A_1(x, y) = (x, 2x - 3y)$
- б.  $A_2(x, y) = (y, x - 3y)$
- в.  $A_3(x, y) = (x^3, x^2)$
- г.  $A_1(x, y) = (x - y, x + y)$

389. Який з наведених нижче векторів належить ядру оператора  $A(x; y; z) = (x + y - z; x - y; 2x - z)$ ?

- а.  $(1; 1; 2)$
- б.  $(0; 2; 1)$
- в.  $(0; 0; 1)$
- г.  $(2; 1; 1)$

390. Який з наведених нижче векторів належить ядру оператора  $A(x; y; z) = (x - y - z; x - 2y; x - 2z)$ ?

- а.  $(1; 1; 2)$
- б.  $(0; 2; 1)$
- в.  $(0; 0; 1)$
- г.  $(2; 1; 1)$

391. Який з наведених нижче векторів належить ядру оператора  $A(x; y; z) = (x + y + 2z; x; y + 2z)$ ?

- а.  $(1; 1; 2)$

- б.  $(0; 2; 1)$
- в.  $(0; 2; -1)$
- г.  $(2; 1; 1)$

392. Який з наведених нижче векторів належить ядру оператора  $A(x; y; z) = (x + y; x - y; 2x - 3y)$ ?

- а.  $(1; 1; 2)$
- б.  $(0; 2; 1)$
- в.  $(0; 0; 1)$
- г.  $(2; 1; 1)$

393. Знайти ядро лінійного оператора тривимірного простору, який проектує вектори на площину  $XOY$ :

- а. вектори паралельні осі  $OZ$
- б. вектори паралельні площині  $XOZ$
- в. вектори паралельні площині  $YOZ$
- г. тільки нуль-вектор

394. Знайти ядро лінійного оператора тривимірного простору, який проектує вектори на площину  $YOZ$ :

- а. вектори паралельні осі  $OZ$
- б. вектори паралельні осі  $OX$
- в. вектори паралельні площині  $YOZ$
- г. тільки нуль-вектор

395. Знайти ядро лінійного оператора тривимірного простору, який проектує вектори на пряму  $OZ$  :

- а. вектори паралельні осі  $OZ$
- б. вектори паралельні площині  $XOY$
- в. вектори паралельні площині  $YOZ$
- г. тільки нуль-вектор

396. Знайти ядро лінійного оператора двовимірного простору, який здійснює поворот всіх векторів площини на деякий кут  $\alpha$ :

- а. вектори паралельні осі  $OX$
- б. вектори паралельні осі  $OY$
- в. вектори паралельні бісектрисі першої і третьої чвертей
- г. тільки нуль-вектор

397. Знайти ядро лінійного оператора двовимірного простору, який здійснює симетрію всіх векторів площини відносно осі  $OX$ :

- а. вектори паралельні осі  $OX$
- б. вектори паралельні осі  $OY$
- в. вектори паралельні бісектрисі першої і третьої чвертей
- г. тільки нуль-вектор

398. Для лінійного оператора  $A$ , заданого на просторі  $L$ , виконується рівність

- а.  $\dim(L) = \dim(\text{Im}(A)) + \dim(\text{Ker}(A))$
- б.  $\dim(L) = \dim(\text{Im}(A)) - \dim(\text{Ker}(A))$
- в.  $\dim(L) = \dim(\text{Im}(A))$
- г.  $\dim(L) = \dim(\text{Ker}(A))$

399. Ненульовий вектор  $x$  є власним вектором лінійного оператора  $A$ , якщо

- а. існує число  $\alpha$  таке, що  $A(x) = \alpha x$
- б. існує ненульове число  $\alpha$  таке, що  $A(x) = \alpha + x$
- в.  $A(x)$  - нуль-вектор
- г. для всіх дійсних  $\alpha$  виконується рівність  $A(x) = \alpha x$

400. Власні значення лінійного оператора ( $A$  - його матриця в деякому базисі) знаходимо з рівняння

- а.  $\det(A - \lambda E) = 0$
- б.  $(A - \lambda E) = 0$
- в.  $\det(\lambda A) = 0$
- г.  $\det(A^2 - \lambda E) = 0$

401. Який з наведених нижче векторів є власним вектором лінійного оператора  $A(x; y; z) = (x + y - 2z; x + 2z; 2x + z)$ ?

- а.  $(1; 1; 2)$
- б.  $(0; 2; 1)$
- в.  $(0; 0; 1)$
- г.  $(2; 1; 1)$

402. Який з наведених нижче векторів є власним вектором лінійного оператора  $A(x; y; z) = (x + y - z; x - z; x - y)$ ?

- а.  $(1; 1; 2)$
- б.  $(0; 2; 1)$
- в.  $(0; 0; 1)$
- г.  $(2; 1; 1)$

403. Який з наведених нижче векторів є власним вектором лінійного оператора  $A(x; y; z) = (x + y + z; x - y; x - z)$ ?

- а.  $(1; 1; 2)$
- б.  $(0; 2; 1)$
- в.  $(0; -1; 1)$
- г.  $(2; 1; 1)$

404. Який з наведених нижче векторів є власним вектором лінійного оператора  $A(x; y; z) = (x + y - 2z; x - y; x - z)$ ?

- а.  $(1; 1; 2)$
- б.  $(0; 2; 1)$
- в.  $(0; -1; 1)$

г.  $(2; 1; 1)$

405. При якому значенні  $\alpha$  оператор повороту площини на кут  $\alpha$  має власні вектори

- а.  $\alpha = \pi/2$
- б.  $\alpha = \pi$
- в. при будь-якому
- г. при жодному

406. Знайти власне значення оператора диференціювання в просторі поліномів не вище степеня  $n$ :

- а. 1
- б. 0
- в. -1
- г.  $n$

407. Знайти власні значення лінійного оператора двовимірного простору, який здійснює симетрію всіх векторів площини відносно осі  $OX$ :

- а.  $1 i -1$
- б. 0
- в.  $2 i -2$
- г.  $\sqrt{2}$

408. Знайти власні значення лінійного оператора двовимірного простору, який проектує вектори площини на вісь  $OX$ :

- а.  $1 i 0$
- б.  $0 i -1$
- в. 2
- г.  $\sqrt{2}$

409. Яке власне значення відповідає кососиметричним матрицям для лінійного оператора транспонування квадратних матриць другого порядку:

- а. 1
- б. -1
- в. 0
- г. 2

410. Метод Лагранжа зведення квадратичної форми до канонічного виду базується на

- а. виділенні повних квадратів
- б. обчисленні кутових мінорів матриці квадратичної форми
- в. знаходженні власних значень і власних векторів матриці квадратичної форми
- г. обчисленні значень квадратичної форми для базисних елементів

411. Метод Якобі зведення квадратичної форми до канонічного виду базується на

- а. обчисленні кутових мінорів матриці квадратичної форми
- б. виділенні повних квадратів
- в. знаходженні власних значень і власних векторів матриці квадратичної форми
- г. обчисленні значень квадратичної форми для базисних елементів

412. Метод ортогонального перетворення зведення квадратичної форми до канонічного виду базується на

- а. обчисленні кутових мінорів матриці квадратичної форми
- б. виділенні повних квадратів
- в. знаходженні власних значень і власних векторів матриці квадратичної форми
- г. обчисленні значень квадратичної форми для базисних елементів

413. Визначити тип квадратичної форми  $A(x, y) = x^2 + 2xy + 3y^2$ :

- а. додатньовизначена
- б. від'ємновизначена
- в. знакозмінна
- г. тип даної квадратичної форми визначити неможливо

414. Визначити тип квадратичної форми  $A(x, y) = x^2 + 2xy - 3y^2$ :

- а. додатньовизначена
- б. від'ємновизначена
- в. знакозмінна
- г. тип даної квадратичної форми визначити неможливо

415. Визначити тип квадратичної форми  $A(x, y) = -2x^2 + 2xy - y^2$ :

- а. додатньовизначена
- б. від'ємновизначена
- в. знакозмінна
- г. тип даної квадратичної форми визначити неможливо

416. Квадратична форма називається додатньовизначеною, якщо

- а. для всіх ненульових векторів її значення є додатним числом
- б. для всіх ненульових векторів її значення є недодатним числом
- в. для деяких ненульових векторів її значення є додатним числом
- г. для деяких ненульових векторів її значення є недодатним числом

417. Квадратична форма називається від'ємновизначеною, якщо

- а. для всіх ненульових векторів її значення є від'ємним числом
- б. для всіх ненульових векторів її значення є невід'ємним числом
- в. для деяких ненульових векторів її значення є від'ємним числом
- г. для деяких ненульових векторів її значення є невід'ємним числом

418. Закон інерції квадратичних форм стверджує, що

- а. додатній індекс інерції та від'ємний індекс інерції не змінюються при зведенні до канонічного виду
- б. додатній індекс інерції дорівнює від'ємному індексу інерції
- в. додатній індекс інерції більший ніж від'ємний індекс інерції
- г. додатній індекс інерції менший ніж від'ємний індекс інерції

419. За критерієм Сільвестра, квадратична форма є додатньовизначеною тоді і тільки тоді, коли

- а. визначник матриці квадратичної форми більший нуля
- б. всі кутові мінори матриці квадратичної форми - додатні

- в. всі кутові мінори матриці квадратичної форми - від'ємні
- г. кутові мінори матриці квадратичної форми по чергово змінюють знак

420. В полі дійсних чисел жорданову нормальну форму має

- а. довільна матриця
- б. матриця, характеристичне рівняння якої має тільки дійсні корені
- в. матриця, визначник якої не дорівнює нулю
- г. тільки симетрична матриця

421. В полі комплексних чисел жорданову нормальну форму має

- а. довільна матриця
- б. матриця, характеристичне рівняння якої має тільки дійсні корені
- в. матриця, визначник якої не дорівнює нулю
- г. тільки симетрична матриця

422. В якому порядку жорданові клітки розміщуються на діагоналі в жордановій нормальній формі?

- а. за зростанням порядків
- б. у довільному
- в. за спаданням порядків
- г. за зростанням власних значень

423. Вкажіть формулу для дійснозначної матриці спряженого оператора в ортонормованому базисі:

- а.  $A^* = A^{-1}$
- б.  $A^* = A^T$
- в.  $A^* = -A$
- г.  $A^* = A$

424. Для ортогонального (унітарного) оператора  $A$  виконується рівність

- а.  $A^* = A^{-1}$
- б.  $A^* = A^2$
- в.  $A^* = -A$
- г.  $A^* = A$

425. В якій нерівності використовується скалярний добуток?

- а. трикутника
- б. Паскаля
- в. Галуа-Вієта
- г. Коші-Буняковського

426.  $n$ -значна булева функція приймає значення хибності на  $m$  наборах значень пропозиційних змінних. Скільки досконалих елементарних кон'юнкцій входить до складу її досконалої диз'юнктивної нормальної форми?

- а.  $2^n - m$
- б.  $m$

- в.  $2^m$
- г.  $2^m - n$

427. Схема MP-правила умовиводу (правило умовиводу modus ponens) має вигляд

- а.  $p \rightarrow q, p \models q$
- б.  $p \rightarrow q, q \models p$
- в.  $p \rightarrow q, \neg q \models p$
- г.  $p \rightarrow q, \neg p \models q$

428. Правило логічного виведення виключення кон'юнкції має вигляд

- а.  $p \vdash p \vee q$
- б.  $p \wedge q \vdash p$
- в.  $p, p \Rightarrow q \vdash q$
- г.  $\bar{q}, p \Rightarrow q \vdash \bar{p}$

429. Із наведених систем логічних операцій  $\{\neg, \wedge\}$ ,  $\{\vee, \neg, \rightarrow\}$ ,  $\{\wedge, \oplus, 1\}$ ,  $\{\wedge, \rightarrow\}$ ,  $\{\uparrow\}$  функціонально неповною є система

- а.  $\{\wedge, \rightarrow\}$
- б.  $\{\neg, \wedge\}$
- в.  $\{\vee, \neg, \rightarrow\}$
- г.  $\{\wedge, \oplus, 1\}$

430. Яка з булевих функцій є лінійною?

- а.  $f(x, y) = x \wedge \bar{y}$
- б.  $f(x, y) = x \Rightarrow y$
- в.  $f(x, y) = x \oplus \bar{y}$
- г. жодна з вказаних

431. Серед наведених формул: 1)  $p \mid p \vee p$ , 2)  $r \wedge \bar{r}$ , 3)  $p \vee \bar{p}$ , 4)  $q \rightarrow \bar{p}$ , 5)  $p \leftrightarrow p$ , 6)  $p \vee p$ , 7)  $(p \rightarrow \bar{p}) \vee p$ , тавтологіями є формули під номерами

- а. 1,3,5,7
- б. 1,2,4,5
- в. 2,5,6,7
- г. 2,4,5,7

432. Формула алгебри висловлень  $r \wedge p \vee q \rightarrow \bar{r}$  приймає хибні значення лише на наборах значень пропозиційних змінних  $p, q, r$ , що записані у лексикографічному порядку під номерами

- а. 4,6,8
- б. 1,3,5
- в. 4,5,8
- г. 4,7,8

433. Формула алгебри висловлень називається тавтологією,

- а. якщо на будь-яких наборах значень змінних вона приймає значення "істина"
- б. якщо на будь-яких наборах значень змінних вона приймає значення "хибність"
- в. якщо на деякому наборі значень змінних вона приймає значення "істина"

- г. якщо на деякому наборі значень змінних вона приймає значення ``хибність"
434. Формула алгебри висловлень називається суперечністю,
- якщо на будь-яких наборах значень змінних вона приймає значення ``істина"
  - якщо на будь-яких наборах значень змінних вона приймає значення ``хибність"
  - якщо на деякому наборі значень змінних вона приймає значення ``істина"
  - якщо на деякому наборі значень змінних вона приймає значення ``хибність"
435. Формула алгебри висловлень називається виконуваною,
- якщо на будь-яких наборах значень змінних вона приймає значення ``істина"
  - якщо на будь-яких наборах значень змінних вона приймає значення ``хибність"
  - якщо на деякому наборі значень змінних вона приймає значення ``істина"
  - якщо на деякому наборі значень змінних вона приймає значення ``хибність"
436. Формула логіки висловлень записана у вигляді кон'юнктивної нормальної форми, якщо вона є
- диз'юнкцією елементарних кон'юнкцій
  - кон'юнкцією елементарних диз'юнкцій
  - сумою елементарних кон'юнкцій за модулем 2
  - інша відповідь
437. Формула логіки висловлень записана у вигляді диз'юнктивної нормальної форми, якщо вона є
- диз'юнкцією елементарних кон'юнкцій
  - кон'юнкцією елементарних диз'юнкцій
  - сумою елементарних кон'юнкцій за модулем 2
  - інша відповідь
438. Формула логіки висловлень записана у вигляді полінома Жегалкіна, якщо вона є
- диз'юнкцією елементарних кон'юнкцій
  - кон'юнкцією елементарних диз'юнкцій
  - сумою монотонних елементарних кон'юнкцій за модулем 2
  - інша відповідь
439. Формула логіки висловлень називається нейтральною, якщо вона є
- диз'юнкцією елементарних кон'юнкцій
  - кон'юнкцією елементарних диз'юнкцій
  - сумою елементарних кон'юнкцій за модулем 2
  - інша відповідь
440. Кількість розв'язків  $(x, y)$  рівняння  $x \vee y = 1$  дорівнює
- 0
  - 1
  - 2
  - 3
441. Яка з булевих функцій належить замкненому класу  $T_0$ ?
- $f(x, y) = x \wedge \bar{y}$

б.  $f(x, y) = x \Rightarrow y$

в.  $f(x, y) = x \oplus \bar{y}$

г. інша відповідь

442. Серед наведених формул: 1)  $r \wedge \bar{r}$ , 2)  $p \vee \bar{p}$ , 3)  $p \leftrightarrow p$ , 4)  $p \vee p$ , тавтологіями є формули під номерами

а. 1,3

б. 1,4

в. 2,3

г. 2,4

443. Серед наведених формул: 1)  $r \wedge \bar{r}$ , 2)  $p \vee \bar{p}$ , 3)  $p \leftrightarrow p$ , 4)  $p \vee p$ , виконуваними є формули під номерами

а. 1,2,4

б. 1,2,3

в. 2,3,4

г. 1,3,4

444. Які закони логіки висловлень називаються законами де Морґана?

а.  $(p \vee q) \vee r = p \vee (q \vee r)$ ,  $(p \wedge q) \wedge r = p \wedge (q \wedge r)$

б.  $p \vee q = q \vee p$ ,  $p \wedge q = q \wedge p$

в.  $\overline{p \vee q} = \bar{p} \wedge \bar{q}$ ,  $\overline{p \wedge q} = \bar{p} \vee \bar{q}$

г.  $p \vee (q \wedge r) = (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ ,  $p \wedge (q \vee r) = (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

445. Які закони логіки висловлень називаються комутативними законами?

а.  $(p \vee q) \vee r = p \vee (q \vee r)$ ,  $(p \wedge q) \wedge r = p \wedge (q \wedge r)$

б.  $p \vee q = q \vee p$ ,  $p \wedge q = q \wedge p$

в.  $\overline{p \vee q} = \bar{p} \wedge \bar{q}$ ,  $\overline{p \wedge q} = \bar{p} \vee \bar{q}$

г.  $p \vee (q \wedge r) = (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ ,  $p \wedge (q \vee r) = (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

446. Які закони логіки висловлень називаються законами асоціативності?

а.  $(p \vee q) \vee r = p \vee (q \vee r)$ ,  $(p \wedge q) \wedge r = p \wedge (q \wedge r)$

б.  $p \vee q = q \vee p$ ,  $p \wedge q = q \wedge p$

в.  $\overline{p \vee q} = \bar{p} \wedge \bar{q}$ ,  $\overline{p \wedge q} = \bar{p} \vee \bar{q}$

г.  $p \vee (q \wedge r) = (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ ,  $p \wedge (q \vee r) = (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

447. Які закони логіки висловлень називаються законами дистрибутивності?

а.  $(p \vee q) \vee r = p \vee (q \vee r)$ ,  $(p \wedge q) \wedge r = p \wedge (q \wedge r)$

б.  $p \vee q = q \vee p$ ,  $p \wedge q = q \wedge p$

в.  $\overline{p \vee q} = \bar{p} \wedge \bar{q}$ ,  $\overline{p \wedge q} = \bar{p} \vee \bar{q}$

г.  $p \vee (q \wedge r) = (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ ,  $p \wedge (q \vee r) = (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

448. Яка серед нижченаведених формул рівносильна формулі  $p \Rightarrow \bar{p} \vee q$ ?

а.  $\bar{p} \vee q$

б.  $p \vee q$

в.  $\bar{p} \Rightarrow q$

г.  $\bar{p}$

449. ДДНФ булевої функції  $f = f(p, q)$ , заданої векторно  $f = (0110)$ , має вигляд

а.  $p\bar{q} \vee \bar{p}q \vee pq$

б.  $pq \vee \bar{p}q$

в.  $p\bar{q} \vee pq$

г.  $p\bar{q} \vee \bar{p}q$

450. Набір  $(1, 0, 1, 0)$  булевих змінних має номер

а. 10

б. 2

в. 1010

г. інша відповідь

451. Кількість конститuent одиниці в ДДНФ булевої функції  $f(p, q, r) = p\bar{q} \vee q\bar{r}$  дорівнює

а. 2

б. 3

в. 4

г. інша відповідь

452. Яка з наступних функцій належить  $T_0 \setminus T_1$ ?

а.  $p \oplus q$

б.  $p \vee q$

в.  $p \wedge q$

г.  $p \rightarrow q$

453. Яка з наступних функцій належить  $T_0 \cap T_1$ ?

а. 0

б. 1

в.  $p \wedge q$

г.  $p \rightarrow q$

454. Яка з наступних сімей булевих функцій не є функціонально повною?

а.  $\{\wedge, \neg\}$

б.  $\{\downarrow\}$

в.  $\{\uparrow\}$

г.  $\{\wedge, \vee\}$

455. Скільки є монотонних булевих функцій від  $n$  змінних?

а.  $2^n$

б.  $2^{2^n}$

в. безліч

г. інша відповідь

456. Діагональ рівнобедреної трапеції рівна 10. Знайти висоту трапеції, якщо її площа 48.

а. 6 або 8

б. 9 або 12

в. 9 або 4

г. 12 або 4

457. В колі з центром  $O$  проведена хорда  $AB$ , яка перетинає діаметр в точці  $M$  під кутом  $60^\circ$ . Знайти  $OM$ , якщо  $AM = 10$ ,  $BM = 4$ .

а. 8

б. 6

в. 14

г. 4

458. Знайти площу трикутника, якщо дві його сторони рівні 1 і  $\sqrt{15}$ , а медіана, проведена до третьої сторони, рівна 2.

а.  $\frac{\sqrt{15}}{2}$

б.  $\frac{\sqrt{10}}{2}$

в.  $2\sqrt{6}$

г. інша відповідь

459. Медіани трикутника рівні 5, 6 і 5. Знайти площу трикутника.

а. 24

б. 10

в. 16

г. 12

460. В прямокутнику з сторонами 4 і 6 проведені бісектриси всіх кутів до взаємного перетину. Знайти площу чотирикутника, утвореного бісектрисами.

а. 2

б. 4

в. 2,5

г. 12

461. У трикутнику висота рівна 48. Вона проведена до основи і ділить її на відрізки 20 і 36. Обчислити діаметр описаного кола.

а. 32

б. 16

в. 65

г. 54

462. Основи трапеції рівні 60 і 20, а бічні сторони 13 і 37. Обчислити площу трапеції.

а. 480

б. 520

в. 240

г. інша відповідь

463. У ромбі діагоналі відносяться, як 3 : 4. Обчислити площу ромба, якщо довжина вписаного кола рівна  $24\pi$ .

- а. 360
- б. 480
- в. 600
- г. 540

464. Дві висоти паралелограма, проведені з вершини тупого кута, рівні 24 і 36. Кут між цими висотами  $30^\circ$ . Обчислити площу паралелограма.

- а. 864
- б. 986
- в. 2104
- г. 1728

465. Периметр прямокутного трикутника рівний 112, а медіана, проведена до гіпотенузи, рівна 25. Обчислити площу трикутника.

- а. 336
- б. 1400
- в. 672
- г. 168

466. Центр кола, вписаного в прямокутну трапецію, віддалений від бічної сторони на 12. Обчислити площу трапеції, якщо менша основа рівна 21.

- а. 252
- б. 588
- в. 612
- г. 324

467. Різниця діагоналей ромба рівна 10, а площа вписаного круга  $144\pi$ . Обчислити площу ромба.

- а. 720
- б. 480
- в. 120
- г. 600

468. Сторони трикутника рівні 78, 75 і 51. Обчислити площу більшої частини трикутника, яка утворюється при проведенні бісектриси найменшого кута.

- а. 204
- б. 936
- в. 712
- г. 836

469. У прямокутній трапеції основи рівні 25 і 32, а діагональ є бісектрисою гострого кута. Обчислити площу трапеції.

- а. 800
- б. 684
- в. 712
- г. 480

470. Більша основа трапеції рівна 42. Точка дотику вписаного в трапецію кола ділить одну із

бічних сторін на відрізки 8 і 18. Обчислити площу трапеції.

- а. 484
- б. 672
- в. 546
- г. інша відповідь

471. На діагоналі  $AC$  паралелограма  $ABCD$  взято точку  $K$  і через точки  $D$  і  $K$  проведено пряму, яка перетинає сторону  $BC$  в точці  $P$ . Знайти відношення  $BP : PC$ , якщо  $AK : KC = 4 : 1$ .

- а. 3 : 2
- б. 2 : 1
- в. 3 : 1
- г. 1 : 1

472. В трапеції  $ABCD$  з основою  $AD = 20$  та середньою лінією  $MN = 12$  знайти відношення площ трапецій  $AKND$  і  $MBCK$ , де  $K$  і  $L$  - точки перетину середньої лінії із  $AC$  та  $BD$  відповідно.

- а. 7 : 3
- б. 5 : 1
- в. 7 : 2
- г. інша відповідь

473. Знайти найменший можливий периметр трапеції, якщо її основи і площа рівні відповідно 8, 14 і 44.

- а. 32
- б. 38
- в. 42
- г.  $27 + 2\sqrt{13}$

474. Периметр сектора рівний 28, а його площа 49. Знайти довжину дуги сектора.

- а.  $6\pi$
- б. 14
- в.  $8\pi$
- г. 21

475. Із даної точки кола проведені дві хорди довжиною 10 і 12. Обчислити радіус кола, якщо відстань від середини меншої хорди до більшої хорди рівна 4.

- а. 3,25
- б. 6,75
- в. 6,25
- г. 4,75

476. Обчислити границю  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x-5}{x^2-25}$ :

- а. 0,1
- б. 0,3

в. 0,4

г. 0,7

477. Обчислити границю  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{1+x}\right)^x$ :

а.  $e^{-1}$

б.  $e^{-2}$

в.  $e$

г.  $e^2$

478. Обчислити границю  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{\frac{x+1}{x}}$ :

а. 1

б. 3

в. 4

г. 3,7

479. Обчислити границю  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{x}$ :

а. 3

б. 4

в. 2

г. 2,5

480. Обчислити границю  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x^2-x}$ :

а. 2

б. 1

в. 3

г. 4

481. Обчислити границю  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-3x+2}{x^3-8}$ :

а.  $\frac{1}{12}$

б.  $\frac{2}{3}$

в.  $\frac{3}{5}$

г.  $\frac{1}{4}$

482. Обчислити границю  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\sin 2x}$ :

а. 1,5

б. 2

в. 2,5

г.  $\frac{2}{3}$

483. Обчислити границю  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-4}{3x+5}\right)^{\frac{x+2}{9}}$ :

а.  $e^{-\frac{1}{3}}$

б.  $e^{-\frac{2}{3}}$

в.  $e$

г.  $e^{-\frac{1}{2}}$

484. Обчислити границю  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x-2}-1}{x-3}$ :

- а.  $\frac{1}{2}$
- б.  $\frac{1}{3}$
- в.  $\frac{4}{3}$
- г.  $\frac{3}{2}$

485. Обчислити границю  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 7x}{5x^2}$ :

- а. 4,9
- б. 4,2
- в. 4,3
- г. 4,8

486. Обчислити границю  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2+1}{x^2-1} \right)^{x^2}$ :

- а.  $e^2$
- б.  $e$
- в.  $e^3$
- г.  $e^{-3}$

487. Обчислити границю  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$ :

- а. 3
- б. -2
- в. 4
- г. 5

488. Обчислити границю  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 6x}{3x}$ :

- а. 2
- б. 1
- в. 0
- г. -1

489. Обчислити границю  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2-2x+1}{x^2-4x+2} \right)^x$ :

- а.  $e^2$
- б.  $e^3$
- в.  $e^{-3}$
- г.  $e^{-1}$

490. Обчислити границю  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1}-2}{x-5}$ :

- а.  $\frac{1}{4}$
- б.  $\frac{1}{3}$
- в.  $\frac{1}{2}$

г.  $\frac{2}{5}$

491. Обчислити границю  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}$ :

- а. 0
- б. 1
- в. 2
- г. 3

492. Обчислити границю  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin(2x-\pi)}{x-\frac{\pi}{2}}$ :

- а. 2
- б. 1
- в. 3
- г. 4

493. Обчислити границю  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}$ :

- а. 1
- б. 2
- в. 0
- г. 0,5

494. Обчислити границю  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x})$ :

- а. 0
- б. 1
- в. 2
- г. 3

495. Обчислити границю  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 5x - \cos 7x}{x^2}$ :

- а. 12
- б. 11
- в. 10
- г. 9

496. Обчислити границю  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{\sqrt{x^2+16}-4}$ :

- а. 4
- б. 1
- в. 2
- г. 3

497. Обчислити границю  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 4x}{x^2}$ :

- а. 8
- б. 5
- в. 7
- г. 9

498. Обчислити границю  $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{x}{3}\right)^{\frac{1}{x-3}}$ :

- а.  $e^{\frac{1}{3}}$
- б.  $e^{\frac{1}{2}}$
- в.  $e$
- г.  $e^{-\frac{1}{2}}$

499. Обчислити похідну  $y'_x$ , якщо  $y = x^{x^2}$ :

- а.  $x^{x^2+1}(2 \ln x + 1)$
- б.  $x^{x^2}(2 \ln x + 1)$
- в.  $2x^{x^2} \ln x$
- г.  $x^{x^2+1}(2 \ln x - 1)$

500. Обчислити похідну  $y'_x$ , якщо  $x = a \cos t, y = b \sin t$ :

- а.  $-\frac{b}{a} \operatorname{ctg} t$
- б.  $\frac{b}{a} \operatorname{ctg} t$
- в.  $-\frac{a}{b} \operatorname{ctg} t$
- г.  $\frac{a}{b} \operatorname{ctg} t$

501. Обчислити похідну  $y'_x$ , якщо  $y = (\ln x)^x$ :

- а.  $(\ln x)^x \left(\frac{1}{\ln x} + \ln \ln x\right)$
- б.  $(\ln x) \left(\frac{1}{\ln x} + \ln \ln x\right)$
- в.  $(\ln x)^2 \ln \ln x$
- г.  $(\ln x)^x \ln \ln x$

502. Обчислити похідну  $y'_x$ , якщо  $y = \sin \sqrt{1+x^2}$ :

- а.  $\frac{x \cos \sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1+x^2}}$
- б.  $\frac{x \sin \sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1+x^2}}$
- в.  $-\frac{x \sin \sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1+x^2}}$
- г.  $-\frac{x \cos \sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1+x^2}}$

503. Обчислити похідну  $y'_x$ , якщо  $y = x^{\ln x}$ :

- а.  $2x^{\ln x-1} \ln x$
- б.  $x^{\ln x-1} \ln x$
- в.  $x^{\ln x+1} \ln x$
- г.  $2x^{\ln x+1} \ln x$

504. Обчислити похідну  $y'_x$ , якщо  $x = a(t - \sin t), y = a(1 - \cos t)$ :

- а.  $\frac{\sin t}{1 - \cos t}$
- б.  $\frac{\sin t}{1 + \cos t}$
- в.  $\frac{\cos t}{1 - \sin t}$
- г.  $\frac{\cos t}{1 + \sin t}$

505. Область визначення функції  $y = \sqrt{\cos x - 1}$  визначена умовою

- а.  $x = 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$
- б.  $x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$
- в.  $k\pi \leq x \leq \pi + k\pi, k \in \mathbb{Z}$
- г.  $\emptyset$

506.  $(\ln(y \sin 2xy))'_x =$

- а.  $2y \operatorname{ctg}(2xy)$
- б.  $-2 \operatorname{tg}(2xy)$
- в.  $\operatorname{ctg}(2xy)$
- г.  $-2 \operatorname{ctg}(2xy)$

507. Знайти частинну похідну  $\frac{\partial z}{\partial x}$  функції  $z(x, y)$ , що задана неявно рівнянням  $x^2 + y^2 + z^2 + 2xz = 1$ :

- а.  $-1$
- б.  $1$
- в.  $\frac{x+z}{x-z}$
- г.  $\frac{x-z}{x+z}$

508. Знайти множину збіжності степеневого ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} nx^n$ :

- а.  $(-1, 1)$
- б.  $[-1, 1)$
- в.  $[-1, 1]$
- г.  $(-1, 1]$

509. Змінити порядок інтегрування в інтегралі  $\int_2^4 dy \int_y^4 f(x, y) dx$ :

- а.  $\int_2^4 dx \int_2^x f(x, y) dy$
- б.  $\int_0^4 dx \int_0^x f(x, y) dy$
- в.  $\int_2^4 dx \int_x^4 f(x, y) dy$
- г.  $\int_0^4 dx \int_2^4 f(x, y) dy$

510. Обчислити границю  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x}{\sin x}$ :

- а.  $1$
- б.  $0$
- в.  $10$
- г.  $e$

511.  $\int e^{x^2} x dx =$

- а.  $\frac{1}{2}e^{x^2} + C$
- б.  $e^{x^2} + C$
- в.  $\frac{1}{2}e^x + C$
- г.  $\frac{1}{4}e^{x^2} + C$

512. Обчислити інтеграл від функції  $z = x^2y$  за скінченною областю  $D$ , що обмежена частиною

параболи  $y = x^2$  і прямою  $y = 1$ :

- а.  $\frac{4}{21}$
- б.  $\frac{1}{2}$
- в.  $-2$
- г.  $1$

513. Обчислити подвійний інтеграл  $\int_0^1 dx \int_x^{2x} (x - y + 1) dy$ :

- а.  $\frac{1}{3}$
- б.  $\frac{1}{2}$
- в.  $\frac{1}{6}$
- г.  $0$

514. Обчислити криволінійний інтеграл другого роду  $\int_L (xy - 1) dx + x^2 y dy$  від точки  $A(1; 0)$  до точки  $B(0; 2)$  вздовж прямої  $2x + y = 2$ :

- а.  $1$
- б.  $2$
- в.  $-1$
- г.  $-2$

515. Визначити інтервал збіжності степеневого ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-x)^n}{3^{n-1} \sqrt{n}}$ :

- а.  $(-3; 3]$
- б.  $[-3; 3]$
- в.  $(-3; 3)$
- г.  $[-3; 3)$

516. Функціональна послідовність  $\{f_n(x)\}$ , де  $f_n(x) = \frac{nx^2}{x+3n+2}$ , збігається на множині  $[0, +\infty)$  при  $n \rightarrow \infty$  до функції

- а.  $f(x) = \frac{x^2}{3}$
- б.  $f(x) = \frac{x}{3}$
- в.  $f(x) = \frac{1}{x+2}$
- г.  $f(x) = x$

517. Знайти значення  $s'(-1)$ , якщо  $s(t) = \left(\frac{t}{2t+1}\right)^{10}$ :

- а.  $10$
- б.  $-1$
- в.  $1$
- г.  $-10$

518. Знайти похідну функції  $y(x) = x^3 3^x$ :

- а.  $x^2 3^x (3 + x \ln 3)$
- б.  $x^2 3^x (3 - x \ln 3)$
- в.  $3x^2 3^x \ln 3$
- г.  $x^2 3^x$

519. Знайти похідну функції  $y(x) = \operatorname{arccotg} \frac{1}{x}$ :

- а.  $\frac{1}{x^2+1}$
- б.  $\frac{1}{x^2-1}$
- в.  $-\frac{1}{x^2+1}$
- г.  $-\frac{1}{x^2-1}$

520. Знайти похідну функції  $y(x) = \sqrt[x]{x}$ :

- а.  $\frac{\sqrt[x]{x}}{x^2}(1 - \ln x)$
- б.  $\frac{\sqrt[x]{x}}{x^2}(1 + \ln x)$
- в.  $\frac{\sqrt[x]{x}}{x}(1 - \ln x)$
- г.  $\sqrt[x]{x}(1 - \ln x)$

521. Графік функції  $y = e^{x+2}$  симетричний відносно прямої  $y = x$  до графіка функції

- а.  $y = \ln x - 2$
- б.  $y = \ln(x + 2)$
- в.  $y = e^{x-2}$
- г.  $y = \ln(x - 2)$

522. Інтеграл  $\int_{\ln 2}^{\ln 3} \frac{dx}{e^x - e^{-x}}$  заміною  $x = \ln t$  зводиться до інтеграла

- а.  $\int_2^3 \frac{dt}{t^2-1}$
- б.  $\int_0^1 \frac{dt}{\ln t-1}$
- в.  $\int_2^3 \frac{dt}{t-1}$
- г.  $\int_0^1 \frac{dt}{t^2+1}$

523. Коефіцієнт при  $x^3$  ряду Маклорена функції  $y = e^{-2x}$  дорівнює

- а.  $-\frac{4}{3}$
- б.  $\frac{4}{3}$
- в.  $\frac{8}{3}$
- г.  $-\frac{8}{3}$

524. Коефіцієнт при  $x^2$  ряду Маклорена функції  $y = \ln(3x + 1)$  дорівнює

- а.  $-\frac{9}{2}$
- б.  $-9$
- в.  $\frac{9}{2}$
- г.  $-\frac{9}{4}$

525. Функція  $y = x^4 - 2x^2 + 5$  на інтервалі  $(0; 2)$

- а. має мінімум
- б. має максимум
- в. монотонно зростає
- г. монотонно спадає

526. Знайти область збіжності функціонального ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} e^{-nx}$ :

- а.  $(0, +\infty)$
- б.  $[0, +\infty)$

в.  $(-\infty, +\infty)$

г.  $(-\infty, 0)$

527. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+5}{n-7}\right)^{\frac{n}{6}+1}$ :

а.  $e^2$

б.  $e$

в.  $\frac{1}{e}$

г.  $\frac{1}{e^2}$

528. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 - (n-1)^3}{(n+1)^2 + (n-1)^2}$ :

а. 3

б. 2

в.  $\frac{3}{2}$

г.  $\frac{2}{3}$

529. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 5^n}{3^n - 5^{n-1}}$ :

а. -5

б. 3

в. 5

г.  $-\frac{5}{3}$

530. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+3}{n+5}\right)^{n+4}$ :

а.  $\frac{1}{e^2}$

б.  $e^2$

в.  $\frac{1}{e}$

г.  $e$

531. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+10)^2 + (3n+1)^2}{(n+6)^3 - (n+1)^3}$ :

а.  $\frac{2}{3}$

б.  $\frac{1}{3}$

в.  $\frac{2}{3}$

г.  $\frac{5}{6}$

532. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2(\sqrt{n^4 + 3} - \sqrt{n^4 - 2})$ :

а.  $\frac{5}{2}$

б.  $-\frac{5}{2}$

в. 2

г.  $\frac{2}{5}$

533. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 7^n}{2^n - 7^{n-1}}$ :

а. -7

б. 2

в. 7

г.  $-\frac{7}{2}$

534. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{(n+3)(n+1)} - \sqrt{n(n+1)})$ :

- а.  $\frac{3}{2}$
- б.  $\frac{3}{3}$
- в.  $\frac{1}{3}$
- г.  $\frac{1}{2}$

535. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+5}{2n-3}\right)^n$ :

- а.  $e^4$
- б.  $\frac{1}{e^4}$
- в.  $e^2$
- г.  $e$

536. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+3} + 3^{n+2}}{2^n + 7 \cdot 3^n}$ :

- а.  $\frac{9}{7}$
- б.  $7$
- в.  $9$
- г.  $\frac{7}{9}$

537. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+2}{n-3}\right)^{\frac{n}{5}+1}$ :

- а.  $e$
- б.  $\frac{1}{e}$
- в.  $\frac{1}{e^2}$
- г.  $e^2$

538. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)^3 - (n-3)^3}{(n+3)^2 + (n-3)^2}$ :

- а.  $\frac{15}{2}$
- б.  $-\frac{15}{2}$
- в.  $\frac{5}{3}$
- г.  $-\frac{5}{3}$

539. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n + 8^{n-1}}{4^n - 8^n}$ :

- а.  $-\frac{1}{8}$
- б.  $-8$
- в.  $8$
- г.  $\frac{1}{8}$

540. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1)! + (n+1)!}{n!(2n-3)}$ :

- а.  $\frac{1}{2}$
- б.  $\frac{1}{3}$
- в.  $\frac{2}{3}$

г.  $\frac{3}{2}$

541. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n! + (n+2)!}{(n-1)! + (n+2)!}$ :

а. 1

б. 2

в.  $-1$

г. 0

542. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+4)! - (n+2)!}{(n+3)!}$ :

а.  $+\infty$

б.  $-\infty$

в. 0

г. 1

543. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3+6+9+\dots+3n}{n^2+4}$ :

а.  $\frac{3}{2}$

б.  $\frac{1}{2}$

в. 2

г. 1

544. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2+4+6+\dots+2n}{1+3+5+\dots+(2n-1)}$ :

а. 1

б. 0

в.  $-1$

г. 2

545. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+3+\dots+n}{\sqrt{9n^4+1}}$ :

а.  $\frac{1}{6}$

б.  $\frac{1}{2}$

в.  $\frac{1}{3}$

г.  $-\frac{1}{2}$

546. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^2-1}{n^2} \right)^{n^4}$ :

а. 0

б.  $+\infty$

в.  $e$

г. 1

547. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n-10}{n+1} \right)^{3n+1}$ :

а.  $e^{-33}$

б.  $e^3$

в. 0

г.  $e^{-1}$

548. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{n^2}$ :

- а. 0
- б.  $+\infty$
- в.  $e$
- г. 1

549. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+3}{n+1}\right)^{-n^2}$ :

- а. 0
- б.  $+\infty$
- в.  $e$
- г.  $e^{-1}$

550. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1+2n)^3 - 8n^3}{(1+2n)^2 + 4n^2}$ :

- а.  $\frac{3}{2}$
- б.  $\frac{1}{2}$
- в. 2
- г. -2

551. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - (n-1)^3}{(n+1)^4 - n^4}$ :

- а. 0
- б. 1
- в. -1
- г.  $-\infty$

552. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)^3 + (n-2)^3}{n^4 + 2n^2 - 1}$ :

- а. 0
- б. 1
- в. -1
- г.  $-\infty$

553. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n - 5^{n+1}}{2^{n+1} + 5^{n+2}}$ :

- а.  $-\frac{1}{5}$
- б.  $\frac{1}{5}$
- в.  $\frac{2}{5}$
- г.  $\frac{1}{2}$

554. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+2}{1+2+3+\dots+n} - \frac{2}{3}\right)$ :

- а.  $-\frac{2}{3}$
- б. 2
- в. 3
- г.  $\frac{2}{3}$

555. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} (n - \sqrt{n(n-1)})$ :

- а.  $\frac{1}{2}$
- б.  $-\frac{1}{2}$
- в.  $-\infty$
- г.  $+\infty$

556. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 - 3n + 2} - n)$ :

- а.  $-\frac{3}{2}$
- б.  $\frac{2}{3}$
- в.  $-\frac{2}{3}$
- г.  $\frac{3}{2}$

557. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt{n^2 + 1} - \sqrt{n^2 - 1})$ :

- а. 1
- б. 2
- в. 0
- г. -1

558. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n(n+2)} - \sqrt{n^2 - 2n + 3})$ :

- а. 2
- б. 1
- в. 0
- г. -1

559. Знайти область визначення функції  $y = \frac{1}{x+|x|}$ :

- а.  $(0; \infty)$
- б.  $(-\infty; 0)$
- в.  $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$
- г.  $[0; \infty)$

560. Знайти область визначення функції  $y = \sin \sqrt{x^2 - 1}$ :

- а.  $(-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$
- б.  $(-1; 1)$
- в.  $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$
- г.  $[-1; 1]$

561. Яка з функцій є непарною?

- а.  $y = \ln \frac{1+x}{1-x}$
- б.  $y = \sqrt{9 - x^2}$
- в.  $y = \frac{x^3 + x^2}{x+1}$
- г.  $y = 2^{\cos x}$

562. Складену функцію, задану рівностями  $y = \arctg u$ ,  $u = \sqrt{v}$ ,  $v = \lg x$ , записати у вигляду однієї рівності:

- а.  $y = \operatorname{arctg}\sqrt{\lg x}$
- б.  $y = \operatorname{arctg}\sqrt{x}$
- в.  $y = \sqrt{\operatorname{arctg}(\lg x)}$
- г.  $y = \lg(\operatorname{arctg}\sqrt{x})$

563. Обчислити інтеграл  $\int \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx$ :

- а.  $-e^{\frac{1}{x}} + C$
- б.  $e^{\frac{1}{x}} + C$
- в.  $-\frac{1}{2}e^{\frac{1}{x}} + C$
- г.  $\frac{1}{2}e^{\frac{1}{x}} + C$

564. Знайти довжину всієї кривої  $r = a \sin^3 \frac{\varphi}{3}$ :

- а.  $\frac{3\pi a}{2}$
- б.  $\frac{\pi a}{2}$
- в.  $\frac{2\pi a}{3}$
- г.  $\frac{3\pi a}{4}$

565. Знайти об'єм тора, утвореного обертанням круга  $x^2 + (y - b)^2 \leq a^2$  (де  $b \geq a$ ), навколо осі  $Ox$ :

- а.  $2\pi^2 a^2 b$
- б.  $\pi a^2 b$
- в.  $2\pi a b^2$
- г.  $2\pi a b$

566. Обчислити невластний інтеграл  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2}$ :

- а. 1
- б. -1
- в.  $+\infty$
- г.  $-\infty$

567. Обчислити невластний інтеграл  $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}}$ :

- а. 2
- б. -2
- в.  $+\infty$
- г. 1

568. Обчислити невластний інтеграл  $\int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2 + 1} dx$ :

- а.  $\frac{\pi^2}{8}$
- б.  $\frac{\pi}{4}$
- в.  $\pi^2$
- г.  $\pi$

569. Обчислити інтеграл  $\int_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{x}}$ :

- а.  $4 - 2 \ln 3$
- б.  $4 - \ln 3$
- в.  $2 \ln 3$
- г. 4

570. Обчислити інтеграл  $\int_0^{+\infty} x e^{-x} dx$ :

- а. 1
- б. -1
- в.  $+\infty$
- г. 0

571. Обчислити інтеграл  $\int_0^1 \frac{e^x}{1+e^{2x}} dx$ :

- а.  $\operatorname{arctg} e - \frac{\pi}{4}$
- б.  $\operatorname{arctg} e - \frac{\pi}{2}$
- в.  $\operatorname{arctg} e + \frac{\pi}{4}$
- г.  $\operatorname{arctg} e + \frac{\pi}{2}$

572. Обчислити інтеграл  $\int \operatorname{arctg} x dx$ :

- а.  $x \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \ln(1+x^2) + C$
- б.  $x \operatorname{arctg} x + \frac{1}{2} \ln(1+x^2) + C$
- в.  $\operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \ln(1+x^2) + C$
- г.  $x \operatorname{arctg} x - \ln(1+x^2) + C$

573. Обчислити інтеграл  $\int \cos^3 x dx$ :

- а.  $\sin x - \frac{1}{3} \sin^3 x + C$
- б.  $\sin x + \frac{1}{3} \sin^3 x + C$
- в.  $\sin x - \sin^3 x + C$
- г.  $\sin x - \frac{1}{2} \sin^3 x + C$

574. Знайти похідну функції  $F(x) = \int_1^x \ln t dt$  ( $x > 0$ ):

- а.  $\ln x$
- б.  $\frac{1}{x}$
- в.  $\ln^2 x$
- г.  $-\ln x$

575. Знайти похідну функції  $F(x) = \int_x^{x^2} e^{-t^2} dt$ :

- а.  $2x e^{-x^4} - e^{-x^2}$
- б.  $2x e^{-x^4} + e^{-x^2}$

в.  $e^{-x^4} - e^{-x^2}$

г.  $e^{-x^4} + e^{-x^2}$

576. Обчислити інтеграл  $\int \frac{dx}{x^2+2x}$ :

а.  $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{x}{x+2} \right| + C$

б.  $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{x+2}{x} \right| + C$

в.  $\ln \left| \frac{x}{x+2} \right| + C$

г.  $\frac{1}{4} \ln \left| \frac{x}{x+2} \right| + C$

577. Знайти похідну  $y'(x)$  функції  $y(x)$ , що задана неявно рівнянням  $\arctg(x + y) = x$ :

а.  $y' = (x + y)^2$

б.  $y' = x + y$

в.  $y' = \frac{1}{1+(x+y)^2}$

г.  $y' = \frac{1}{x^2+y^2}$

578. Знайти похідну  $x'_y$ , якщо  $y = 3(x + \frac{1}{3}x^3)$ :

а.  $x'_y = \frac{1}{3(1+x^2)}$

б.  $x'_y = \frac{1}{1+x^2}$

в.  $x'_y = \frac{3}{1+x^2}$

г.  $x'_y = -\frac{1}{3(1+x^2)}$

579. Знайти похідну  $y'(x)$  функції  $y(x)$ , що задана неявно рівнянням  $e^y = x + y$ :

а.  $y' = \frac{1}{e^y-1}$

б.  $y' = \frac{1}{e^y+1}$

в.  $y' = e^y - 1$

г.  $y' = -\frac{1}{e^y-1}$

580. Написати рівняння нормалі до кривої  $y = \operatorname{tg} 2x$  у початку координат:

а.  $y = -\frac{1}{2}x$

б.  $y = \frac{1}{2}x$

в.  $y = -2x$

г.  $y = 2x$

581. Обчислити криволінійний інтеграл  $\int_{AB} y^2 dx + x^2 dy$ , якщо  $AB$  — це відрізок прямої  $y = 2x$

від  $A(-1, -2)$  до  $B(2, 4)$ :

а. 18

б. 0

в. 4

г. -2

582. Обчислити криволінійний інтеграл  $\int_{AB} y^2 dx + x^2 dy$ , якщо  $AB$  — це відрізок прямої  $y = x^2$

від  $A(0, 0)$  до  $B(1, 1)$ :

а. 0,7

- б.  $-3$
- в.  $1,7$
- г.  $5$

583. Обчислити криволінійний інтеграл  $\int_{AB} y^2 dx + x^2 dy$ , якщо  $AB$  — це частина кривої  $y = x^3$  від  $A(0, 0)$  до  $B(1, 1)$ :

- а.  $\frac{26}{35}$
- б.  $\frac{23}{35}$
- в.  $\frac{1}{35}$
- г.  $\frac{26}{33}$

584. Знайти суму ряду  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{10^{2n}}{(2n)!}$ :

- а.  $\cos 10$
- б.  $\operatorname{arctg} 10$
- в.  $\ln 10$
- г.  $e^{10}$

585. Знайти суму ряду  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3} \left(\frac{1}{3} - 1\right) \dots \left(\frac{1}{3} - (n-1)\right) \frac{\left(-\frac{37}{64}\right)^n}{n!}$ :

- а.  $\frac{3}{4}$
- б.  $1$
- в.  $\ln \frac{1}{2}$
- г.  $3$

586. Загальний член  $u_n$  ряду  $\frac{1}{3} + \frac{4}{15} + \frac{7}{75} + \dots$  має вигляд

- а.  $u_n = \frac{3n-2}{3 \cdot 5^{n-1}}$
- б.  $u_n = \frac{3n-2}{5^{n-1}}$
- в.  $u_n = \frac{5n-2}{3 \cdot 5^{n-1}}$
- г.  $u_n = \frac{3n-1}{3 \cdot 5^{n-1}}$

587. Знайти суму ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{(-1)^{2n-1}}{2n-1}$ :

- а.  $-\frac{\pi}{4}$
- б.  $\ln 2$
- в.  $\cos(-1)$
- г.  $e^{-1}$

588. Знайти суму ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^n}{n!}$ :

- а.  $e^{-2}$
- б.  $\ln 3$
- в.  $\sin 2$
- г.  $\frac{\pi}{2}$

589. Ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$

- а. збіжний
- б. знакозмінний
- в. розбіжний
- г. не є абсолютно збіжним

590. Знайти суму степеневого ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} nx^n, |x| < \infty$ :

- а.  $\frac{x}{(1-x)^2}$
- б.  $\frac{x}{1+x^2}$
- в.  $\ln(1-x)$
- г.  $\ln(1+x)$

591. Знайти суму степеневого ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n-1}}{3^{2n-1}(2n-1)!}$ :

- а.  $\operatorname{sh} \frac{x}{3}$
- б.  $\operatorname{arctg} \frac{x}{3}$
- в.  $\operatorname{ch} 3x$
- г.  $\ln \left(1 - \frac{x}{3}\right)$

592. Знайти суму ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1}$ :

- а.  $\frac{\pi}{4}$
- б.  $\frac{\pi}{2}$
- в.  $\frac{\pi}{3}$
- г.  $\pi$

593. Знайти суму ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{9^{2n-1}}{(2n-1)!}$ :

- а.  $\sin 9$
- б.  $\ln 9$
- в.  $\cos 9$
- г.  $e^9$

594. Знайти суму ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^n}{n}$ :

- а.  $\ln 0,5$
- б.  $\sin 0,5$
- в.  $\cos 0,5$
- г.  $e^{0,5}$

595. Знайти суму степеневого ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}, |x| < 1$ :

- а.  $-\ln(1-x)$
- б.  $\ln(1-x)$

в.  $\frac{1}{1+x^2}$   
г.  $\frac{1}{(1-x)^2}$

596. Знайти суму степеневого ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n-1}}{4^n (2n-1)}$ :

а.  $-\frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{x}{2}$   
б.  $\ln(1+x^2)$   
в.  $\ln\left(1+\frac{x^2}{4}\right)$   
г.  $\ln\left(\frac{2+x}{2-x}\right)$

597. Знайти суму степеневого ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n-1}}{5^{2n-1} (2n-1)!}$ :

а.  $\operatorname{sh} \frac{x}{5}$   
б.  $\operatorname{ch} 3x$   
в.  $\ln\left(1-\frac{x}{3}\right)$   
г.  $\operatorname{arctg} \frac{x}{3}$

598. Функція  $f(x) = \begin{cases} (1 + \sin x)^{\frac{2}{x}}, & x \in (-\frac{\pi}{2}; 0) \cup (0; \frac{\pi}{2}) \\ A, & x = 0 \end{cases}$  є неперервною в точці  $x = 0$  при  $A$ , рівному

а.  $e^2$   
б.  $e$   
в.  $1$   
г.  $10$

599. Якщо хоча б одна з односторонніх границь  $\lim_{x \rightarrow x_0-0} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow x_0+0} f(x)$  дорівнює  $+\infty$  або  $-\infty$ , то пряму  $x = x_0$  називають

а. вертикальною асимптотою графіка функції  $y = f(x)$   
б. горизонтальною асимптотою графіка функції  $y = f(x)$   
в. похилою асимптотою графіка функції  $y = f(x)$   
г. дотичною до графіка функції  $y = f(x)$

600. Послідовність  $\{\alpha_n\}$  називається нескінченно малою, якщо

а.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \alpha_n = 0$   
б.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \alpha_n = 1$   
в.  $\alpha_n = 0$   
г.  $\alpha_n = \frac{1}{n}$

601. Якщо функція неперервна за сукупністю змінних, то вона

а. неперервна за кожною змінною  
б. розривна за сукупністю змінних  
в. диференційовна за сукупністю змінних  
г. рівномірно неперервна за сукупністю змінних

602. З існування і рівності повторних границь функції  $f(x, y)$  у точці

- а. не впливає існування подвійної границі
- б. впливає існування подвійної границі
- в. впливає неперервність в точці
- г. впливає диференційовність в точці

603.  $f''_{xy}(x, y) = f''_{yx}(x, y)$ , якщо

- а.  $f''_{xy}(x, y)$  і  $f''_{yx}(x, y)$  неперервні
- б. існують  $f''_{xy}(x, y)$  і  $f''_{yx}(x, y)$
- в.  $f''_{xy}(x, y)$  і  $f''_{yx}(x, y)$  обмежені
- г.  $f''_{xy}(x, y)$  і  $f''_{yx}(x, y)$  необмежені

604. Неперервність функції у точці для диференційовності функції у даній точці є

- а. необхідною умовою
- б. достатньою умовою
- в. необхідною і достатньою умовою
- г. ні необхідною, ні достатньою умовою

605.  $(\cos x)^{(n)} =$

- а.  $\cos(x + n\frac{\pi}{2})$
- б.  $\sin(x + n\frac{\pi}{2})$
- в.  $\cos(x + n\frac{\pi}{4})$
- г.  $-\sin(x + n\pi)$

606.  $(u(x)v(x))^{(n)} =$

- а.  $\sum_{k=0}^n C_n^k v^{(n-k)}(x)u^{(k)}(x)$
- б.  $u^{(n)}(x)v(x) + u(x)v^{(n)}(x)$
- в.  $\sum_{k=0}^n v^{(n-k)}(x)u^{(k)}(x)$
- г.  $u^{(n)}(x)v^{(n)}(x)$

607. Якщо  $u = f(x, y)$ , то  $d^2u =$

- а.  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} dx^2 + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} dy^2 + 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} dx dy$
- б.  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} dx + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} dy + 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} dx dy$
- в.  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} dx^2 + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} dy^2 + \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} dx dy$
- г.  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} dx^2 + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} dy^2$

608. Вкажіть правильний вислів:

- а. якщо числовий ряд абсолютно збіжний, то він — збіжний
- б. якщо числовий ряд збіжний, то він — абсолютно збіжний
- в. якщо числовий ряд умовно збіжний, то він — абсолютно збіжний
- г. якщо числовий ряд абсолютно збіжний, то він — умовно збіжний

609. Вкажіть правильне твердження:

- а. рівномірно збіжний функціональний ряд є поточково збіжним
- б. поточково збіжний функціональний ряд є рівномірно збіжним
- в. рівномірна і поточкова збіжність функціонального ряду еквівалентні
- г. правильного вислову немає

610. Нехай функціональний ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$  складається з неперервних на  $[a, b]$  функцій. Сума ряду є неперервною на  $[a, b]$  функцією, якщо

- а. цей ряд рівномірно збіжний на  $[a, b]$
- б. цей ряд збіжний у кожній точці  $[a, b]$
- в. проміжок  $[a, b]$  скінченний
- г. правильної відповіді немає

611. Рядом Тейлора для функції  $f(x)$  в околі точки  $x_0$  називають степеневий ряд

- а.  $f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!}(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x - x_0)^n + \dots$
- б.  $f(x_0) - \frac{f'(x_0)}{1!}(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + \dots + (-1)^n \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x - x_0)^n + \dots$
- в.  $f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!}(x + x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x + x_0)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x + x_0)^n + \dots$
- г.  $f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1}(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2}(x - x_0)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n}(x - x_0)^n + \dots$

612. Зв'язок між ейлеровим інтегралом I роду  $B(a, b) = \int_0^1 x^{a-1}(1-x)^{b-1} dx$  (бета-функція) та ейлеровим інтегралом II роду  $\Gamma(a) = \int_0^{\infty} x^{a-1} e^{-x} dx$  (гамма-функція) виражається формулою

- а.  $B(a, b) = \frac{\Gamma(a)\Gamma(b)}{\Gamma(a+b)}$
- б.  $B(a, b) = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)}$
- в.  $B(a, b) = \Gamma(a + b)$
- г.  $B(a, b) = \Gamma(a)\Gamma(b)$

613. Об'єм  $V$  вертикального циліндричного тіла, що має своєю основою плоску область  $D$  на площині  $xOy$ , обмеженого зверху поверхнею  $z = f(x, y)$  обчислюють за формулою

- а.  $V = \iint_D f(x, y), dx, dy$
- б.  $V = \iint_D, dx, dy$
- в.  $V = \iint_D \text{sqrt} f_x'^2(x, y) + f_y'^2(x, y), dx, dy$
- г.  $V = \iint_D f^2(x, y), dx, dy$

614. Функція  $\frac{1}{x} \cos \frac{1}{x}$ , якщо  $x \rightarrow 0$ , є

- а. необмежена
- б. неперервна
- в. нескінченно мала
- г. обмежена

615. Нехай для довільного  $a \leq x < +\infty$  виконується  $0 \leq f(x) \leq g(x)$ . Якщо  $\int_a^{+\infty} g(x) dx$

збіжний, то інтеграл  $\int_a^{+\infty} f(x) dx$

- а. збіжний

- б. розбіжний
- в. не існує
- г. нічого не можна сказати про збіжність

616. Функція  $f(x)$  рівномірно неперервна на множині  $X$ , якщо

- а.  $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta(\varepsilon) > 0 \forall x', x'' \in X, |x' - x''| < \delta \Rightarrow |f(x') - f(x'')| < \varepsilon$
- б.  $f(x)$  обмежена на множині  $X$  і неперервна в кожній точці  $x$
- в.  $f(x)$  неперервна на множині  $X$
- г.  $\forall x \in X \forall \varepsilon > 0 \exists \delta(\varepsilon, x) > 0 \forall x_0 \in X, |x - x_0| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$

617. Нехай  $R$  — радіус збіжності степеневого ряду  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(x - x_0)^n$ . Цей ряд завжди збіжний на множині

- а.  $(x_0 - R, x_0 + R)$
- б.  $[x_0 - R, x_0 + R]$
- в.  $(-R, R)$
- г.  $[-R, R]$

618. Ейлеровий інтеграл II роду  $\Gamma(a) = \int_0^{\infty} x^{a-1} e^{-x} dx$  (гама-функція) має властивість

- а.  $\Gamma(n + 1) = n!$  для всіх  $n \in \mathbb{N}$
- б.  $\Gamma(n) = (n + 1)!$  для всіх  $n \in \mathbb{N}$
- в.  $\Gamma(a) = a\Gamma(a + 1)$  для всіх  $a > 0$
- г.  $\Gamma(a + 1) = (a + 1)\Gamma(a)$  для всіх  $a > 0$

619. Із будь-якої обмеженої послідовності дійсних чисел можна обрати

- а. збіжну підпослідовність
- б. строго спадну підпослідовність
- в. строго зростаючу підпослідовність
- г. правильної відповіді немає

620. Функціональна послідовність  $\{f_n(x)\}$  є рівномірно збіжною на множині  $E$  до функції  $f(x)$  тоді й лише тоді, коли

- а.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sup_{x \in E} |f_n(x) - f(x)| = 0$
- б.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sup_{x \in E} |f_n(x) - f(x)| = 1$
- в.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sup_{x \in E} |f_n(x) - f(x)| < 0$
- г.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sup_{x \in E} |f_n(x) - f(x)| < 1$

621. Нехай функція  $y = f(x)$ ,  $f(x) \in C$  неперервна на відрізку  $[a, b]$ , диференційовна на інтервалі  $(a, b)$  і  $f(a) = f(b)$ . Тоді

- а. існує точка  $\xi \in (a, b)$  така, що  $f'(\xi) = 0$
- б. не існує точки  $\xi \in (a, b)$  такої, що  $f'(\xi) = 0$
- в. для будь-якої точки  $\xi \in (a, b)$   $f'(\xi) = 0$
- г. для будь-якої точки  $\xi \in (a, b)$   $f'(\xi) \neq 0$

622. Нехай функція  $y = f(x)$ ,  $f(x) \in C$  неперервна на відрізку  $[a, b]$ , диференційовна на

інтервалі  $(a, b)$ . Тоді

- а. існує точка  $\xi \in (a, b)$  така, що  $f(b) - f(a) = f'(\xi)(b - a)$
- б. не існує точки  $\xi \in (a, b)$  такої, що  $f(b) - f(a) = f'(\xi)(b - a)$
- в. для будь-якої точки  $\xi \in (a, b)$   $f(b) - f(a) = f'(\xi)(b - a)$
- г. для будь-якої точки  $\xi \in (a, b)$   $f(b) - f(a) \neq f'(\xi)(b - a)$

623. Якщо функція  $y = f(x)$  диференційовна в точці  $x_0$ , то вона

- а. неперервна в точці  $x_0$
- б. розривна в точці  $x_0$
- в. зростаюча в точці  $x_0$
- г. спадна в точці  $x_0$

624.  $(\sin x)^{(n)} =$

- а.  $\sin\left(x + n\frac{\pi}{2}\right)$
- б.  $\cos\left(x + n\frac{\pi}{2}\right)$
- в.  $\sin\left(x + n\frac{\pi}{3}\right)$
- г.  $\cos\left(x + n\frac{\pi}{3}\right)$

625. Ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  називається абсолютно збіжним, якщо збігається ряд

- а.  $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$
- б.  $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n)^2$
- в.  $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[3]{a_n}$
- г.  $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{a_n}$

626. Серед наведених тверджень виберіть правильне:

- а. криволінійний інтеграл першого роду не залежить від напрямленості кривої
- б. криволінійний інтеграл першого роду залежить від напрямленості кривої
- в. криволінійний інтеграл першого роду залежить тільки від початкової та кінцевої точки кривої
- г. правильного вислову немає

627. Серед нижченаведених тверджень виберіть вірне:

- а. криволінійний інтеграл другого роду залежить від напрямленості кривої
- б. криволінійний інтеграл другого роду не залежить від напрямленості кривої
- в. криволінійний інтеграл другого роду завжди залежить тільки від початкової та кінцевої точки кривої
- г. правильного вислову немає

628. Невласний інтеграл  $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{x \ln x}$

- а. розбіжний
- б. збіжний, його значення дорівнює  $\ln \ln \frac{1}{2}$

- в. збіжний, його значення дорівнює  $\ln \ln 2$   
 г. збіжний, його значення дорівнює  $\ln \frac{1}{2}$
629. Графік функції  $y = 2f(x)$  можна побудувати, якщо щодо графіка функції  $y = f(x)$  здійснити
- розтяг у 2 рази вздовж осі  $Oy$
  - розтяг у 2 рази вздовж осі  $Ox$
  - стиск у 2 рази вздовж осі  $Ox$
  - стиск у 2 рази вздовж осі  $Oy$
630. Графік функції  $y = f(x - 1)$  можна побудувати, якщо щодо графіка функції  $y = f(x)$  здійснити
- перенос на 1 вправо вздовж осі  $Ox$
  - перенос на 1 вліво вздовж осі  $Ox$
  - перенос на 1 вгору вздовж осі  $Oy$
  - перенос на 1 вниз вздовж осі  $Oy$
631. Графік функції  $y = f(x) - 1$  можна побудувати, якщо щодо графіка функції  $y = f(x)$  здійснити
- перенос на 1 вниз вздовж осі  $Oy$
  - перенос на 1 вправо вздовж осі  $Ox$
  - перенос на 1 вліво вздовж осі  $Ox$
  - перенос на 1 вгору вздовж осі  $Oy$
632. Графік функції  $y = \ln(x - 2)$  симетричний відносно прямої  $y = x$  до графіка функції
- $y = e^x + 2$
  - $y = e^x - 2$
  - $y = e^{x+2}$
  - $y = e^{x-2}$
633. Знайти точні межі множини  $E = \{(-1)^n (1 - \frac{1}{n}) : n \in \mathbb{N}\}$
- $\sup E = 1, \inf E = -1$
  - $\sup E = -1, \inf E = 1$
  - $\sup E = 0, \inf E = -1$
  - $\sup E = 1, \inf E = 0$
634. Знайти мінімум та максимум множини  $E = (0, 1)$ :
- мінімуму та максимуму немає
  - $\min E = 0, \max E = 1$
  - мінімуму немає,  $\max E = 1$
  - $\min E = 0$ , максимуму немає
635. Непорожня множина  $E$  на дійсній осі  $\mathbb{R}$  називається обмеженою зверху, якщо
- $\exists M \in \mathbb{R}$  таке, що  $\forall x \in E$  виконується нерівність  $x \leq M$
  - $\exists M \in \mathbb{R}$  таке, що  $\exists x \in E$  виконується нерівність  $x \leq M$
  - $\exists M \in \mathbb{R}$  таке, що  $\forall x \in E$  виконується нерівність  $x \geq M$

- г.  $\forall M \in \mathbb{R} \exists x \in E$  виконується нерівність  $x \leq M$
636. Яке з тверджень є правильним для множини дійсних чисел  $\mathbb{R}$
- $\exists a \in \mathbb{R} : -a = a$
  - $\forall a \in \mathbb{R} : -a = a$
  - $\forall a \in \mathbb{R}$  не існує оберненого до  $a$
  - $\forall a \in \mathbb{R}$  існує обернений до  $a$
637. Множина дійсних чисел є
- щільною
  - не щільною
  - скінченною
  - щільною та скінченною
638. Яка з властивостей не виконується для дійсних чисел:
- якщо  $a < b$ , то для всіх  $c$  виконано  $ac < bc$
  - якщо  $a < b$ , то для всіх  $c$  виконано  $a + c < b + c$
  - якщо  $a < b$  і  $c > 0$ , то  $ac < bc$
  - якщо  $a < b$  і  $b < c$ , то  $a < c$
639. Відображення  $f : A \rightarrow B$  називається ін'єктивним, якщо
- різним елементам множини  $A$  ставиться у відповідність різні елементи множини  $B$
  - прообраз будь-якого елемента множини  $B$  є непорожньою множиною
  - однаковим елементам множини  $A$  ставиться у відповідність різні елементи множини  $B$
  - різним елементам множини  $A$  ставиться у відповідність однакові елементи множини  $B$
640. Нехай точка  $x_0$  є точкою розриву функції  $f(x)$ . Ця точка є точкою усунього розриву, якщо
- $f(x_0 - 0) = f(x_0 + 0) \neq f(x_0)$
  - $f(x_0 - 0) = f(x_0) \neq f(x_0 + 0)$
  - $f(x_0 + 0) \neq f(x_0 - 0)$
  - $f(x_0)$  не визначено
641. Функція  $f(x) = \frac{x^3 - 27}{x^2 - 9}$
- має розрив другого роду в точці  $x = -3$
  - має усунвий розрив в точці  $x = -3$
  - неперервна для всіх  $x \in (-\infty; +\infty)$
  - має розрив першого роду в точці  $x = -3$
642. Якщо функція  $f(x)$  неперервна і невід'ємна в інтервалі  $(a, b)$ , то функція  $F(x) = \sqrt{f(x)}$
- неперервна в цьому інтервалі
  - має розрив першого роду в цьому інтервалі
  - має розрив другого роду в цьому інтервалі
  - має усунвий розрив в цьому інтервалі
643. Функція  $f(x) = \frac{\sin x}{|x|}$

- а. має розрив першого роду в точці  $x = 0$
- б. має розрив другого роду в точці  $x = 0$
- в. має усувний розрив в точці  $x = 0$
- г. неперервна  $\forall x \in (-\infty; +\infty)$

644. Якщо  $f(x) \leq g(x)$  при  $a \leq x \leq b$ , то

а.  $\int_a^b f(x)dx \leq \int_a^b g(x)dx$

б.  $\int_a^b f(x)dx < \int_a^b g(x)dx$

в. нічого про відношення інтегралів не можемо сказати

г.  $\int_a^b f(x)dx \geq \int_a^b g(x)dx$

645. Довжина  $s$  дуги гладкої кривої  $y = f(x)$ , яка міститься між двома точками  $A(a, b)$ ,  $B(c, d)$ , рівна

а.  $s = \int_a^c \sqrt{1 + (y')^2} dx$

б.  $s = \int_a^b \sqrt{1 + (y')^2} dx$

в.  $s = \int_a^c \sqrt{1 + y'} dx$

г.  $s = \int_a^c (1 + (y')^2) dx$

646. Яке з тверджень є правильним?

а. якщо  $\lim_{n \rightarrow \infty} (c_{n+1} + \dots + c_{n+p}) = 0, \forall p \in \mathbb{N}$ , то ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} c_n$  є збіжним

б. числовий ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} c_n$  збіжний, якщо  $\lim_{n \rightarrow \infty} c_n = 0$

в. будь-який ряд має суму

г. будь-яка геометрична прогресія має суму

647. Скільки однозначних функцій визначає рівняння  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  в околі точки  $(-a, 0)$ ?

- а. жодної
- б. одну
- в. безліч
- г. дві

648. Необхідна і достатня умова збіжності ряду  $\sum_{j=1}^{\infty} a_j$ :

а.  $\sum_{n=m}^{\infty} a_n \rightarrow 0$  при  $m \rightarrow \infty$

б.  $a_n \rightarrow 0$  при  $n \rightarrow \infty$

в.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|a_n|} < 1$

г.  $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left( \frac{|a_n|}{|a_{n+1}|} - 1 \right) > 1$

649. Залишок  $\sum_{k=n}^{\infty} (-1)^{k-1} c_k$  знакочергувального ряду  $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} c_k$ ,  $c_k > 0$  має знак

- а. той же, що і елемент  $(-1)^{n-1} c_n$
- б. завжди від'ємний
- в. завжди додатний
- г. неможливо сказати

650. Якщо  $f(M)$  в точці  $M_0$  має умовний екстремум, то

- а. виконуються умови зв'язку у точці  $M_0$  та деякому її околі і  $f(M) \geq f(M_0)$  в деякому околі точки  $M_0$  (або  $f(M) \leq f(M_0)$ ) для  $M$
- б. виконуються умови зв'язку у точці  $M_0$
- в. виконуються умови зв'язку в деякому околі точки  $M_0$
- г.  $f(M) \geq f(M_0)$  в деякому околі точки  $M_0$  (або  $f(M) \leq f(M_0)$ )

651.  $\prod_{n=1}^{\infty} p_n$  — абсолютно збіжний, якщо

- а.  $\sum_{n=1}^{\infty} |\ln(p_n)| < +\infty$
- б.  $\ln(p_n) \rightarrow 0$  при  $n \rightarrow \infty$
- в.  $p_n \rightarrow 0$  при  $n \rightarrow \infty$
- г.  $p_n \rightarrow 1$  при  $n \rightarrow \infty$

652. Яке з наступних тверджень є правильним?

- а. якщо послідовність  $f_n(x)$  рівномірно збігається на множині  $E$ , то вона є збіжною на  $E$
- б. поточкова границя функціональної послідовності, складеної з неперервних функцій, завжди є неперервною функцією
- в. якщо послідовність  $f_n(x)$  збігається на множині  $E$ , то вона є рівномірно збіжною на  $E$
- г. функціональний ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$  є абсолютно збіжним на  $E$  тоді і тільки тоді, коли ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} |f_n(x)|$  є розбіжним на  $E$

653. Яке з нижченаведених тверджень є правильним?

- а. щоб задати числовий ряд, достатньо задати його загальний член
- б. будь-який ряд має суму
- в. будь-яка геометрична прогресія має суму
- г. числовий ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} c_n$  збіжний, якщо  $\lim_{n \rightarrow \infty} c_n = 0$

654. Яке з тверджень, наведених нижче, є правильним?

- а. якщо ряд збіжний, то послідовність його частинних сум збіжна
- б. якщо загальний член ряду прямує до нуля, то ряд збіжний
- в. якщо ряди  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  і  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  довільні і  $a_n \leq b_n, \forall n$ , то із збіжності ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  випливає

збіжність ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$

г. якщо послідовність частинних сум ряду обмежена, то ряд є збіжним

655. Який з висловів, наведених нижче, є правильним?

а. якщо ряд збіжний, то його загальний член прямує до нуля

б. ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$  збіжний

в. якщо ряд розбіжний за ознакою Даламбера, то він збіжний за ознакою Коші

г. якщо послідовність частинних сум ряду обмежена, то ряд є збіжним

656. Знакочергуючий ряд має вигляд:

а.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} c_n, c_n > 0$

б.  $\sum_{n=1}^{\infty} c_n$

в.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} c_n$

г.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} c_n, c_n \geq 0$

657. Для того, щоб ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \beta_n$  був збіжним, достатньо умови:

а.  $\left| \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \right| < +\infty, \beta_n$  — монотонна і обмежена

б.  $\left| \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \right| < +\infty$

в.  $\beta_n$  — монотонна

г.  $\beta_n$  — обмежена

658. Ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

а. умовно збіжний

б. абсолютно збіжний

в. розбіжний

г. абсолютно збіжний, але не збіжний

659. Необхідною і достатньою умовою збіжності  $\prod_{n=1}^{\infty} p_n$  є

а.  $\prod_{j=n+1}^{\infty} p_j \rightarrow 0, n \rightarrow \infty$

б.  $p_n \rightarrow 0, n \rightarrow \infty$

в.  $p_n \rightarrow 1, n \rightarrow \infty$

г.  $\ln p_n \rightarrow 0, n \rightarrow \infty$

660. Формула Стірлінга має вигляд

а.  $n! = \sqrt{2\pi n} e^{\frac{\theta}{12n}} n^n e^{-n}$

б.  $n! = \sqrt{2\pi n} e^{\frac{\theta}{12n}} n^{-n} e^{-n}$

в.  $n! = \sqrt{2\pi n} e^{\frac{\theta}{12n}} n^n e^n$

г.  $n! = \sqrt{2\pi n} e^{\frac{\theta}{12n}} n^{-n} e^{2n}$

661. Яке з нижчеподаних тверджень є правильним?

а. кожний степеневий ряд є функціональним рядом

б. кожний функціональний ряд є степеневим рядом

в. інтервал збіжності степеневого ряду не може збігатись з усією числовою прямою

г. кожний степеневий ряд має строго додатний радіус збіжності

662. Знайти суму ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} n \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$ :

а.  $\frac{9}{4}$

б. 1

в. -1

г.  $\frac{9}{8}$

663. Знайти суму ряду  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n+1} \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}$ :

а.  $-\ln \frac{2}{3}$

б. 1

в. -1

г.  $\ln \frac{2}{3}$

664. Знайти суму ряду  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n} n^{-1}}{(2n)!}$ , при  $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ :

а.  $\cos \frac{\sqrt{3}}{2}$

б.  $\frac{1}{2}$

в.  $\sin \frac{\sqrt{3}}{2}$

г.  $\exp \frac{\sqrt{3}}{2}$

665. Знайти суму ряду  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n+1}$ :

а.  $\ln 2$

б.  $\ln 3$

в.  $\exp 2$

г.  $\arctg \frac{1}{2}$

666. Знайти суму ряду  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{4^{n+1}}{5^{n+1}(n+1)}$ :

а.  $\ln \frac{9}{5}$

б.  $\ln \frac{2}{3}$

в.  $\frac{\pi}{4}$

г.  $\sin \frac{4}{5}$

667. Функція  $F(x)$  називається первісною для функції  $f(x)$  на  $X$ , якщо для всіх  $x \in X$

ВИКОНУЄТЬСЯ:

- а.  $F'(x) = f(x)$
- б.  $f'(x) = F(x)$
- в.  $f(x) = \int F(x)dx$
- г.  $F'(x) + f'(x) = 0$

668. Для інтеграла вигляду  $\int R(x, \sqrt{ax^2 + bx + c})dx$  при  $c > 0$  використаємо підстановку Ейлера:

- а.  $t \pm \sqrt{c} = \sqrt{ax^2 + bx + c}$
- б.  $t \pm \sqrt{cx} = \sqrt{ax^2 + bx + c}$
- в.  $t \pm \sqrt{axx} = \sqrt{ax^2 + bx + cdx}$
- г.  $t = \sqrt{\frac{a(x-x_1)}{x-x_2}}$

669. Обчислити  $\int \frac{1}{\cos^2(5x-1)} dx$ :

- а.  $\frac{1}{5} \operatorname{tg}(5x-1) + C$
- б.  $\frac{1}{5} \sin^2(5x-1) + C$
- в.  $-\frac{1}{5} \operatorname{tg}(5x-1) + C$
- г.  $-\frac{1}{5} \operatorname{ctg}(5x-1) + C$

670. Обчислити  $\int \frac{\arcsin^5 x}{\sqrt{1-x^2}} dx$ :

- а.  $\frac{\arcsin^6 x}{6} + C$
- б.  $\frac{\arcsin^4 x}{4} + C$
- в.  $-\frac{\arcsin^6 x}{6} + C$
- г.  $6 \arcsin^6 x + C$

671. Визначеним інтегралом функції  $f(x)$  визначеної на відрізку  $[a; b]$  називається:

- а. вираз вигляду  $\int_a^b f(x)dx$
- б. вираз вигляду  $\int F(x)dx$
- в. вираз вигляду  $f'(x)$
- г. вираз вигляду  $\int f(x)dx$

672. Для інтеграла вигляду  $\int R(x, \sqrt{ax^2 + bx + c})dx$  якщо  $x_1, x_2$  — дійсні різні корені квадратного тричлена  $ax^2 + bx + c$  використаємо підстановку Ейлера:

- а.  $t = \sqrt{\frac{a(x-x_1)}{x-x_2}}$
- б.  $t \pm \sqrt{c} = \sqrt{ax^2 + bx + c}$
- в.  $t \pm \sqrt{cx} = \sqrt{ax^2 + bx + c}$
- г.  $t \pm \sqrt{axx} = \sqrt{ax^2 + bx + cdx}$

673. Обчислити  $\int \frac{\arctan^3 x}{1+x^2} dx$ :

- а.  $\frac{\arctg^4 x}{4} + C$
- б.  $\frac{\arctg^2 x}{2} + C$
- в.  $-\frac{\arctg^3 x}{3} + C$

г.  $6 \frac{(1+x^2)^4}{4} + C$

674. Для інтегрування виразу  $R(\sin x, \cos x)$ , якщо виконується рівність  $R(\sin x, -\cos x) = -R(\sin x, \cos x)$ , то використовуємо підстановку:

а.  $\sin x = t$

б.  $\cos x = t$

в.  $\operatorname{tg} x = t$

г.  $\sin^2 x = t$

675. Знайти незміщену оцінку дисперсії генеральної сукупності, якщо вибірка містить 50 значень, сума вибіркових значень дорівнює 10, а сума їх квадратів - 84.

а. 1,37

б. 1,47

в. 1,57

г. 1,67

676. Точкова оцінка  $\bar{\theta}_n$  параметра  $\theta$  розподілу генеральної сукупності називається незміщеною, якщо:

а.  $M\bar{\theta}_n = \theta$

б.  $M\bar{\theta}_n \rightarrow \theta$ , при  $n \rightarrow +\infty$

в.  $P\left(\lim_{n \rightarrow +\infty} \bar{\theta}_n = \theta\right) = 1$

г.  $D\bar{\theta}_n$  є мінімальною серед дисперсій інших оцінок параметра  $\theta$

677. Точкова оцінка  $\bar{\theta}_n$  параметра  $\theta$  розподілу генеральної сукупності називається слушною (консистентною), якщо:

а.  $D\bar{\theta}_n$  є мінімальною серед дисперсій інших оцінок параметра  $\theta$

б.  $P\left(\lim_{n \rightarrow +\infty} \bar{\theta}_n = \theta\right) = 1$

в.  $M\bar{\theta}_n = \theta$

г.  $P(|\bar{\theta}_n - \theta| > \varepsilon) \rightarrow 0$ , при  $n \rightarrow +\infty$  для всіх  $\varepsilon > 0$

678. Незміщена точкова оцінка  $\bar{\theta}_n$  параметра  $\theta$  розподілу генеральної сукупності є оптимальною (ефективною), якщо:

а.  $M\bar{\theta}_n = \theta$

б.  $M\bar{\theta}_n \rightarrow \theta$ , при  $n \rightarrow +\infty$

в.  $P(|\bar{\theta}_n - \theta| > \varepsilon) \rightarrow 0$ , при  $n \rightarrow +\infty$  для всіх  $\varepsilon > 0$

г.  $D\bar{\theta}_n$  є мінімальною серед дисперсій інших незміщених оцінок параметра  $\theta$

679. Інтервальною оцінкою параметра  $\theta$  розподілу генеральної сукупності з надійністю  $\gamma$  є інтервал:

а.  $(\bar{\theta}_1; \bar{\theta}_2)$ , для якого  $P(\theta \in (\bar{\theta}_1; \bar{\theta}_2)) = \gamma$

б.  $(\bar{\theta}_1; \bar{\theta}_2)$ , для якого  $P(\theta \in (\bar{\theta}_1; \bar{\theta}_2)) = 1 - \gamma$

в.  $(\bar{\theta}_1; \bar{\theta}_2)$ , для якого  $M|\bar{\theta}_1 - \bar{\theta}_2| = \gamma$

г.  $(\bar{\theta}_1; \bar{\theta}_2)$ , для якого  $M|\bar{\theta}_1 - \bar{\theta}_2| = 1 - \gamma$

680. Інтервальною оцінкою (надійним інтервалом) для математичного сподівання нормального розподілу з надійністю  $\gamma$  є:

- а.  $\left( \bar{x} - t_{\frac{\gamma+1}{2}}(n-1) \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{x} + t_{\frac{\gamma+1}{2}}(n-1) \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$ , якщо дисперсія  $\sigma^2$  відома, де  $t_{\alpha}(n-1)$  - квантиль порядку  $\alpha$  розподілу Ст'юдента з  $n-1$  ступенем вільності (свободи)
- б.  $\left( \bar{x} - u_{\frac{\gamma+1}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}; \bar{x} + u_{\frac{\gamma+1}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \right)$ , якщо дисперсія  $\sigma^2$  невідома, де  $u_{\alpha}$  - квантиль порядку  $\alpha$  стандартного нормального розподілу
- в.  $\left( \bar{x} - u_{\frac{\gamma+1}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{x} + u_{\frac{\gamma+1}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$ , якщо дисперсія  $\sigma^2$  відома, де  $u_{\alpha}$  - квантиль порядку  $\alpha$  стандартного нормального розподілу
- г.  $\left( \bar{x} - t_{\frac{1-\gamma}{2}}(n-1) \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}; \bar{x} + t_{\frac{1-\gamma}{2}}(n-1) \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \right)$ , якщо дисперсія  $\sigma^2$  невідома, де  $t_{\alpha}(n-1)$  - квантиль порядку  $\alpha$  розподілу Ст'юдента з  $n-1$  ступенем вільності (свободи)

681. Інтервальною оцінкою (надійним інтервалом) з надійністю  $\gamma$  для дисперсії нормального розподілу є  $(\chi_{\alpha}^2(k))$ - квантиль порядку  $\alpha$  розподілу Пірсона  $(\chi^2)$  з  $k$  ступенями вільності (свободи):

- а.  $\left( \frac{ns}{\chi_{\frac{1+\gamma}{2}}^2(n)}; \frac{ns}{\chi_{\frac{1-\gamma}{2}}^2(n)} \right)$
- б.  $\left( \frac{ns^2}{\chi_{\frac{1-\gamma}{2}}^2(n)}; \frac{ns^2}{\chi_{\frac{1+\gamma}{2}}^2(n)} \right)$
- в.  $\left( \frac{(n-1)s^2}{\chi_{\frac{1-\gamma}{2}}^2(n-1)}; \frac{(n-1)s^2}{\chi_{\frac{1+\gamma}{2}}^2(n-1)} \right)$
- г.  $\left( \frac{(n-1)s^2}{\chi_{\frac{1+\gamma}{2}}^2(n-1)}; \frac{(n-1)s^2}{\chi_{\frac{1-\gamma}{2}}^2(n-1)} \right)$

682. Диспетчер обслуговує три телефонні лінії. Ймовірність того, що протягом години звернуться по першій лінії, становить 0,3, по другій - 0,4, по третій - 0,6. Яка ймовірність того, що протягом години диспетчер отримає виклики з рівно двох ліній?

- а. 0,314
- б. 0,324
- в. 0,334
- г. 0,344

683. Виробництво певної продукції може проводитись в двох температурних режимах з ймовірностями 0,45 і 0,55 відповідно. Залежно від температурного режиму ймовірність отримання продукції вищої якості становить 0,8 і 0,9. Яка ймовірність того, що навмання вибрана продукція вищої якості?

- а. 0,850
- б. 0,855
- в. 0,860
- г. 0,865

684. Випадкова величина  $\xi$  задана функцією розподілу  $F_{\xi}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ 0,2x, & 0 < x \leq 5, \\ 1, & x > 5. \end{cases}$  Знайти

ймовірність того, що при випробуванні випадкова величина  $\xi$  набуде значення з інтервалу (2;6)

- а. 1
- б. 0
- в. 0,6
- г. 0,4

685. У групі 15 студентів, серед яких 8 відмінників. Навмання вибрано 9 студентів. Знайти ймовірність того, що серед вибраних студентів буде рівно 6 відмінників.

- а. 0,191
- б. 0,196
- в. 0,201
- г. 0,206

686. На відрізку  $[-1;2]$  навмання взято два числа. Яка ймовірність того, що їх сума більша за 1, а добуток менший за 1?

- а. 0,384
- б. 0,321
- в. 0,285
- г. 0,416

687. Три спортсмени зробили залп, причому дві кулі влучили в мішень. Знайти ймовірність того, що перший спортсмен влучив у мішень, якщо ймовірності влучання першого, другого та третього спортсменів, відповідно,  $p_1 = 0.4$ ,  $p_2 = 0.3$ ,  $p_3 = 0.5$ .

- а.  $\frac{1}{29}$
- б.  $\frac{20}{29}$
- в.  $\frac{10}{29}$
- г.  $\frac{1}{3}$

688. Кинуто  $n$  гральних кубиків. Знайти дисперсію суми кількості очок, які можуть з'явитися на всіх гранях.

- а.  $\frac{35}{12}$
- б.  $\frac{91}{6}$
- в.  $\frac{35}{12}n$
- г.  $\frac{91}{6}n$

689. У продукції заводу брак унаслідок дефекту А становить 3%, а внаслідок дефекту В — 4,5%. Якісної продукції є 95%. Обчислити коефіцієнт кореляції дефектів А і В.

- а. 0.669
- б. 0.334
- в. 0.975
- г. 0.225

690. Розв'язати рівняння  $\frac{(n+2)!}{n!} = 72$

- а. 7
- б. -10
- в. 7; 10
- г. -7; 10

691. Розв'язати рівняння  $P_{x+2} = 56 \cdot P_x$

- а. -8; -7
- б. 7; 8
- в. 6
- г. 6; 9

692. Розв'язати рівняння  $C_{x+2}^3 = 7(x + 2)$

- а. 6; 7
- б. 6
- в. 7
- г. -6; 7

693. Розв'язати рівняння  $A_{x-2}^2 + C_x^{x-2} = 101$

- а. 10
- б. 11
- в. 8
- г. 9

694. Скільки існує точок у трьохвимірному координатному просторі, координати яких є цілими одноцифровими додатними числами?

- а.  $9^3$
- б.  $3^9$
- в.  $A_9^3$
- г.  $10^3$

695. Скільки існує шестицифрових чисел, усі цифри яких непарні?

- а.  $5^6$
- б.  $6^5$
- в.  $5!$
- г.  $A_6^5$

696. Скількома способами групу із 15 осіб можна розділити на дві групи, так щоб в одній було 11, а в іншій — 4 особи?

- а.  $A_{15}^{11}$
- б.  $A_{11}^4$
- в.  $C_{15}^{11} \cdot C_{15}^4$
- г.  $C_{15}^4$

697. Власник банкоматної картки забув останні дві цифри свого PIN-коду, але пам'ятає, що вони різні. Знайти ймовірність того, що, набравши ці цифри навмання, він отримає доступ до системи з першого разу.

- а.  $\frac{1}{99}$
- б.  $\frac{1}{50}$
- в.  $\frac{1}{90}$
- г.  $\frac{1}{2}$

698. У грошовій лотереї всього 100 квитків, серед яких 25 — виграшних. Знайти ймовірність залишитися без виграшу, придбавши два квитки цієї лотереї.

- а.  $\frac{37}{66}$
- б.  $\frac{2}{33}$
- в.  $\frac{9}{16}$
- г.  $\frac{1}{16}$

699. Подати число  $z = -5$  у тригонометричній формі.

- а.  $z = 5(\cos \pi + i \sin \pi)$
- б.  $z = 5(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2})$
- в.  $z = 5(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3})$
- г.  $z = -5(\cos(-\pi) + i \sin(-\pi))$

700. Подати число  $z = -3i$  у показниковій формі.

- а.  $z = 3e^{-\frac{i\pi}{2}}$
- б.  $z = 3e^{i\pi}$
- в.  $z = 3e^{-i\pi}$
- г.  $z = 3e^{\frac{i\pi}{2}}$

701. Подати число  $z = -\sqrt{3} + i$  у тригонометричній формі.

- а.  $z = 2(\cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6})$
- б.  $z = 2(\cos \frac{7\pi}{6} + i \sin \frac{7\pi}{6})$
- в.  $z = 2(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3})$
- г.  $z = 2(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6})$

702. Подати число  $z = -1 - i\sqrt{3}$  у показниковій формі.

- а.  $z = 2e^{-i\frac{2\pi}{3}}$
- б.  $z = 2e^{i\frac{2\pi}{3}}$
- в.  $z = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$
- г.  $z = 2e^{-i\frac{\pi}{3}}$

703. Знайти  $\lim_{z \rightarrow i} \frac{z-i}{z^2+1}$ .

- а.  $-\frac{1}{2}i$
- б.  $\frac{1}{2}i$
- в.  $2i$
- г.  $-2i$

704. Знайти  $\lim_{z \rightarrow -2i} \frac{z^2+4}{z+2i}$ .

- а.  $-4i$
- б.  $4i$
- в.  $2i$
- г.  $-2i$

705. При діленні комплексних чисел у показниковій формі: 1) модулі віднімаються; 2) модулі

діляться; 3) аргументи діляться; 4) аргументи віднімаються. Із наведених тверджень вірними є:

- а. 2 і 4
- б. 1 і 3
- в. 1 і 4
- г. 2 і 3

706. Число  $a$  є границею послідовності  $\{z_n\}$ , якщо:

- а.  $\lim_{n \rightarrow \infty} |z_n - a| = 0$
- б.  $\lim_{n \rightarrow \infty} |z_n| = |a|$
- в.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{|z_n|}{|a|} = 1$
- г.  $\lim_{n \rightarrow \infty} ||z_n| - |a|| = 0$

707. Нехай  $x, y \in E$ , де  $E$  - дійсний евклідов простір. Обчислити  $\|x, y\|$ , якщо  $\|x + y\| = 5$  і  $\|x - y\| = 3$ .

- а. 4
- б. 1
- в. 2
- г. 3

708. Нехай  $x, y \in E$ , де  $E$  - дійсний евклідов простір. Обчислити  $\|x + y\|$ , якщо  $\|x\| = 3$ ,  $\|y\| = 2$  і  $\langle x, y \rangle = 3/2$ .

- а. 4
- б. 1
- в. 2
- г. 3

709. Нехай  $x, y \in E$ , де  $E$  - дійсний евклідов простір. Обчислити  $\|x - y\|$ , якщо  $\|x\| = 3$ ,  $\|y\| = 2$  і  $\langle x, y \rangle = 2$ .

- а. 4
- б. 1
- в. 2
- г. 3

710. Нехай  $x, y \in E$ , де  $E$  - дійсний евклідов простір. Обчислити  $\|x + y\|^2 + \|x - y\|^2$ , якщо  $\|x\| = 1$  і  $\|y\| = 2$ .

- а. 1
- б. 3
- в. 5
- г. 10

711. Нехай  $x, y \in E$ , де  $E$  - дійсний евклідов простір. Обчислити  $\|x\|^2 + \|y\|^2$ , якщо  $\|x + y\| = 3$  і  $\|x - y\| = 1$ .

- а. 1
- б. 3

- в. 5
- г. 10

712. Котрий із наведених просторів не є сепарабельним?

- а.  $\ell_\infty$
- б.  $\ell_2$
- в.  $\ell_1$
- г.  $c_0$

713. Котрий із просторів не є сепарабельним?

- а.  $L_\infty[a, b]$
- б.  $L_1[a, b]$
- в.  $L_2[a, b]$
- г.  $C[a, b]$

714. Спряжений простір до нормованого простору обов'язково є

- а. повним
- б. гільбертовим
- в. сепарабельним
- г. рефлексивним

715. Спряжений простір до нормованого простору  $X$  - це простір всіх

- а. лінійних неперервних функціоналів на просторі  $X$
- б. норм на просторі  $X$
- в. метрик на просторі  $X$
- г. мір на просторі  $X$

716. Лема Цорна еквівалентна до

- а. аксіоми вибору
- б. теореми Гана-Банаха
- в. принципу рівномірної обмеженості
- г. теореми про замкнений графік

717. Значення  $\lambda = 2$  для оператора  $A$  на банаховому просторі  $X$ ,  $A(x) = 2x$ ,  $x \in X$ , буде

- а. власним значенням
- б. точкою неперервного спектра
- в. точкою залишкового спектра
- г. належати резольвентній множині

718. Вкажіть сукупність лінійно залежних векторів у просторі  $C[0, 1]$

- а.  $x(t) = 1, y(t) = \cos 2t, z(t) = \cos^2 t$
- б.  $x(t) = 1, y(t) = \cos t, z(t) = \cos^2 t$
- в.  $x(t) = 1, y(t) = t, z(t) = t^2$
- г.  $x(t) = 1, y(t) = t^2, z(t) = t^4$

719. Котра з перерахованих підмножин простору  $\mathbb{R}^2$  не є поглинаючою?

- а.  $\{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : x_2 \leq 0\}$
- б.  $\{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 < 1\}$
- в.  $\{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 \leq 1\}$
- г.  $\{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x_2 \leq 1\}$

720. Котра з перерахованих підмножин простору  $\mathbb{R}^2$  не є збалансованою?

- а.  $\{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : (x_1 - 1)^2 + x_2^2 \leq 4\}$
- б.  $\{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : x_1 = x_2\}$
- в.  $\{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 < 4\}$
- г.  $\{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : \frac{x_1^2}{4} + \frac{x_2^2}{9} \leq 1\}$

721. Котрий з перерахованих функціоналів на  $C[0, 1]$  не є лінійним?

- а.  $f(x) = x(0) + x(1) - 1$
- б.  $f(x) = \frac{x(0) + x(1/2)}{2}$
- в.  $f(x) = \int_0^1 x(t) dt$
- г.  $f(x) = \int_0^{1/3} x(t) dt + x(1)$

722. Послідовність  $x_n = \left( \underbrace{\frac{1}{n}, 0, \dots, 0}_n, 1, 0, \dots \right)$  у просторі  $\ell_2$

- а. розбігається
- б. збігається до  $x = (0, \dots, 0, \dots)$
- в. збігається до  $x = (1, 0, \dots, 0, \dots)$
- г. збігається до  $x = (1, \dots, 1, \dots)$

723. Послідовність  $x_n = \left( \underbrace{1, 0, \dots, 0}_n, \frac{1}{n}, 0, \dots \right)$  у просторі  $\ell_2$

- а. збігається до  $x = (1, 0, \dots, 0, \dots)$
- б. збігається до  $x = (0, \dots, 0, \dots)$
- в. розбігається
- г. збігається до  $x = (1, \dots, 1, \dots)$

724. Послідовність  $x_n = \left( \underbrace{0, 0, \dots, 0}_n, \frac{1}{n}, 0, \dots \right)$  у просторі  $\ell_1$

- а. збігається до  $x = (0, \dots, 0, \dots)$
- б. збігається до  $x = (1, 0, \dots, 0, \dots)$
- в. розбігається
- г. збігається до  $x = (1, \dots, 1, \dots)$

725. Послідовність  $x_n(t) = t^n - t^{n+1}$  у просторі  $C[0, 1]$
- збігається до  $x(t) = 0$
  - збігається до  $x(t) = t$
  - розбігається
  - збігається до  $x(t) = \sin t$
726. Послідовність  $x_n(t) = \frac{nt}{\sqrt{n^2+1}}$  у просторі  $C[0, 1]$
- збігається до  $x(t) = t$
  - збігається до  $x(t) = 0$
  - розбігається
  - збігається до  $x(t) = 1$
727. Послідовність  $x_n(t) = e^{-t/n}$  у просторі  $C[0, 1]$
- збігається до  $x(t) = 1$
  - збігається до  $x(t) = e^{-t}$
  - розбігається
  - збігається до  $x(t) = e^t$
728. Норма лінійного функціонала  $f : L_\infty[0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x(t)) = \int_{[0,1]} x(t)tdt$  дорівнює
- $\frac{1}{2}$
  - 1
  - 1
  - 0
729. Норма лінійного функціонала  $f : C[0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x(t)) = x(0) - 2x(1)$  дорівнює
- 3
  - 2
  - 1
  - 1
730. Кут між векторами  $x = (1, 0, \frac{1}{2}, 0, \frac{1}{4}, 0, \dots)$  та  $y = (0, 1, 0, \frac{1}{3}, 0, \frac{1}{9}, 0, \dots)$  дорівнює
- $\frac{\pi}{2}$
  - 0
  - $\frac{\pi}{4}$
  - $\frac{\sqrt{3}}{2}$
731. Норма лінійного функціонала  $f : \ell_\infty \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x_1, x_2, \dots, x_n, \dots) = x_1 + x_2 + x_3$  дорівнює
- 3
  - 2
  - 1
  - $\sqrt{3}$
732. Повний метричний простір завжди
- не можна подати у вигляді зліченного об'єднання ніде не щільних множин

- б. можна подати у вигляді зліченного об'єднання ніде не щільних множин
- в. можна подати у вигляді зліченного перетину ніде не щільних множин
- г. є множиною першої категорії Бера

733. Нескінченна послідовність елементів компакта завжди

- а. має граничну точку
- б. необмежена
- в. збіжна
- г. розбіжна

734. Замкнений підпростір компакта є завжди

- а. компакт
- б. відкритий підпростір
- в. множиною другої категорії Бера
- г. множиною першої категорії Бера

735. Образ компакту при неперервному відображенні завжди

- а. компакт
- б. відкрита підмножина
- в. множина другої категорії Бера
- г. зліченна множина

736. Неперервна функція на компактi завжди

- а. рівномірно неперервна
- б. слабо неперервна
- в. одностайно неперервна
- г. розривна

737. Тотожний оператор на банаховому просторі  $X$  є компактним

- а. тільки коли  $X$  - скінченновимірний
- б. завжди
- в. ніколи
- г. тільки коли  $X$  - гільбертів

738. Лінійний оператор  $A$  на банаховому просторі буде мати неперервний обернений тоді і тільки тоді, коли  $A$

- а. бієктивний і обмежений
- б. бієктивний
- в. обмежений
- г. має замкнений графік

739. Узагальнена функція  $f$  має похідну

- а. завжди
- б. тільки коли  $f$  неперервна
- в. тільки коли  $f$  регулярна
- г. ніколи

740. Множина регулярних точок (резольвентна множина) лінійного неперервного оператора на банаховому просторі завжди

- а. відкрита
- б. замкнена
- в. обмежена
- г. компактна

741. Вкажіть множину, яка не є опуклою в просторі  $C[a, b]$

- а. множина всіх поліномів степеня  $n$
- б. множина всіх зростаючих функцій
- в. множина всіх диференційовних функцій
- г. множина всіх поліномів степеня  $\leq n$

742. У евклідовому просторі рівність  $\|x + y\|^2 = \|x\|^2 + \|y\|^2$  виконується тоді і тільки тоді, коли елементи  $x$  і  $y$

- а. ортогональні
- б. лінійно залежні
- в. рівні
- г. лінійно незалежні

743. Простір  $\ell_p$  є гільбертовим

- а. тільки при  $p = 2$
- б. тільки при  $p = 1$
- в. при довільному  $1 \leq p < \infty$
- г. тільки при  $p = \infty$

744. Підпростір банахового простору є банаховим тоді і тільки тоді, коли цей підпростір

- а. замкнений
- б. скінченновимірний
- в. нескінченновимірний
- г. сепарабельний

745. Всі норми на лінійному просторі є еквівалентними тоді і тільки тоді, коли цей простір

- а. скінченновимірний
- б. нескінченновимірний
- в. має незліченний базис Гамеля
- г. є простором над полем комплексних чисел

746. Базисом Гамеля лінійного простору  $X$  називається

- а. лінійно незалежна сукупність елементів, лінійною оболонкою якої є  $X$
- б. сукупність елементів, лінійною оболонкою якої є  $X$
- в. скінченна лінійно незалежна сукупність елементів, лінійною оболонкою якої є  $X$
- г. скінченна лінійно незалежна сукупність елементів, опуклою оболонкою якої є  $X$

747. Нехай  $X$  - банахів простір. Теорема Алаоглу стверджує:

- а. замкнена одинична куля спряженого простору  $X^*$  - компакт у  $*$ -слабкій топології

простору  $X^*$

б. замкнена одинична куля спряженого простору  $X^*$  - компакт у слабкій топології простору  $X^*$

в. замкнена одинична куля спряженого простору  $X^*$  - компакт у сильній топології простору  $X^*$

г. відкрита одинична куля спряженого простору  $X^*$  - компакт у слабкій топології простору  $X^*$

748. Кожен сепарабельний гільбертів простір ізоморфний до

а.  $\ell_2$

б.  $\ell_1$

в.  $L_1[0, 1]$

г.  $\ell_\infty$

749. Послідовність вкладених куль повного метричного простору завжди має непорожній перетин, якщо

а. кулі замкнені і їх радіуси прямують до нуля

б. кулі відкриті і їх радіуси не прямують до нуля

в. кулі замкнені

г. радіуси куль прямують до нуля

750. Оператор на банаховому просторі є неперервним тоді і тільки тоді, коли він є

а. обмеженим

б. компактним

в. тотожнім

г. самоспряженим

751. Лінійний неперервний функціонал у підпросторі нормованого простору можна продовжити на весь простір зі збереженням норми

а. завжди

б. тільки для евклідових просторів

в. тільки для скінченновимірних просторів

г. ніколи

752. Вкажіть підпростір простору  $\ell_\infty$ , який не є замкненим

а.  $c_{00}$

б.  $c_0$

в.  $c$

г.  $\mathbb{R}^n$

753. Стискуєчне відображення метричного простору в себе

а. має єдину нерухому точку, якщо простір повний

б. завжди має нерухому точку

в. має дві різні нерухомі точки

г. завжди є тотожнім відображенням

754. Якщо неперервна функція  $f(x)$  набуває різних знаків на кінцях відрізка  $[a, b]$ , то в середині

цього відрізка міститься:

- а. рівно один корінь
- б. не менше одного кореня
- в. нуль коренів
- г. рівно два корені

755. Якщо неперервна функція  $f(x)$  набуває різних знаків на кінцях відрізка  $[a, b]$ , і крім того  $f'(x)$  існує і зберігає знак на відріжку  $[a, b]$ , то в середині цього відрізка міститься:

- а. рівно один корінь
- б. не менше одного кореня
- в. нуль коренів
- г. рівно два корені

756. Прямий хід методу Гауса полягає у зведенні матриці вихідної системи до:

- а. трикутної матриці
- б. діагональної матриці
- в. транспонованої матриці
- г. оберненої матриці

757. Величина  $\Delta = |A - a|$ , де  $A$  і  $a$  відповідно точне і наближене значення деякої величини називається:

- а. похибкою
- б. абсолютною похибкою
- в. відносною похибкою
- г. граничною відносною похибкою

758. Зв'язок між абсолютною похибкою і граничною абсолютною похибкою визначається наступним співвідношенням:

- а.  $\Delta \approx \Delta a$
- б.  $\Delta < \Delta a$
- в.  $\Delta \geq \Delta a$
- г.  $\Delta \leq \Delta a$

759. Відношення абсолютної похибки числа до його точного значення називається:

- а. граничною відносною похибкою
- б. граничною абсолютною похибкою
- в. відносною похибкою
- г. оптимальною похибкою

760. Відносна похибка дорівнює відношенню:

- а. абсолютної похибки до наближеного значення величини
- б. граничної абсолютної похибки до наближеного значення величини
- в. абсолютної похибки до точного значення величини
- г. граничної абсолютної похибки до точного значення величини

761. Підручник з математики належить до...

- а. мети вивчення курсу математики
- б. змісту курсу математики
- в. форм та методів вивчення курсу математики
- г. засобів вивчення курсу математики

762. Яка форма навчання використовується при наданні вчителем учневі консультації з теми "Правильні многокутники"?

- а. колективна
- б. групова
- в. фронтальна
- г. індивідуальна

763. Яку форму навчання використовує вчитель, коли показує учням класу презентацію на тему "Застосування похідної"?

- а. колективну
- б. групову
- в. фронтальну
- г. індивідуальну

764. Що з вказаного НЕ належить до форми організації навчання?

- а. відкритий урок
- б. екскурсія в ІТ-фірму
- в. екзамен
- г. класний журнал

765. Вивчення ознак подібності трикутників належить до...

- а. мети вивчення курсу геометрії
- б. змісту курсу геометрії
- в. форм та методів вивчення курсу геометрії
- г. засобів вивчення курсу геометрії

766. Вивчення систем лінійних рівнянь належить до...

- а. мети вивчення курсу математики
- б. змісту курсу математики
- в. форм та методів вивчення курсу математики
- г. засобів вивчення курсу математики

767. Вивчення ірраціональних чисел належить до...

- а. мети вивчення курсу алгебри
- б. змісту курсу алгебри
- в. форм та методів вивчення курсу алгебри
- г. засобів вивчення курсу алгебри

768. Самостійна робота учнів за комп'ютером на уроці належить до...

- а. мети вивчення курсу математики
- б. змісту курсу математики
- в. форм та методів вивчення курсу математики
- г. засобів вивчення курсу математики

769. Проведення контрольних робіт належить до...

- а. мети вивчення курсу математики
- б. змісту курсу математики
- в. форм та методів вивчення курсу математики
- г. засобів вивчення курсу математики

770. Використання інтерактивної дошки на уроці математики належить до...

- а. мети вивчення курсу математики
- б. змісту курсу математики
- в. форм та методів вивчення курсу математики
- г. засобів вивчення курсу математики

771. До якого принципу Ви віднесете правило: "Працюючи з усім класом, пам'ятай про кожного учня"?

- а. Принцип індивідуалізації і колективності навчання
- б. Принцип свідомості
- в. Принцип зв'язку теорії з практикою
- г. Принцип гармонійного розвитку особистості

772. Які сьогодні розрізняють два основних види диференціації навчання математики?

- а. Рівневу та профільну
- б. Рівневу та структуровану
- в. Профільну та структуровану
- г. Початкову та основну

773. Методи навчання поділяють на...

- а. наукові і навчальні
- б. схематичні та словесні
- в. усні і письмові
- г. ефективні і безрезультатні

774. Вкажіть, чим визначається ефективність засобів навчання:

- а. Відповідність тим чи іншим потребам навчально-пізнавальної діяльності, умовам, в рамках яких ці засоби використовуються
- б. Предметно-орієнтованим середовищем навчального і розвивального призначення
- в. Програмними засобами для дозвілля
- г. Програмними засобами для навчання

775. Яка функція допомагає виявленню рівня оволодіння знаннями, уміннями і навичками; прогалин в них і встановленню причини труднощів, які виникають в учня під час навчання; коригуванню навчальної діяльності учнів, яка спрямована на усунення виявлених недоліків.

- а. Діагностико-коригуюча
- б. Розвиваюча
- в. Навчальна
- г. Контролююча

776. Впровадження комп'ютерів в навчально-виховний процес переслідує мету

- а. Повного розкриття творчого потенціалу учнів і вчителів
- б. Покращення загального розвитку
- в. Покращення пізнавальної діяльності учнів і вчителів
- г. Використання інформаційних технологій для управління процесом навчання

777. До наочних методів навчання математики відносять:

- а. Ілюстрування, демонстрування, спостереження
- б. Інструктаж, спостереження
- в. Дискусія, ілюстрування
- г. Інструктаж, дискусія

778. Продовжіть речення: "Методична система – це..."

- а. сукупність п'яти ієрархічно підлеглих компонентів: цілей навчання, його змісту, методів, засобів, організаційних форм навчання
- б. комплексний науковий напрямок, який має міждисциплінарний характер
- в. підсумок дидактичного переопрацювання певної системи знань, умінь і навичок, яка необхідна для оволодіння інтелектуальною, матеріально-практичною, соціальною або духовною діяльністю
- г. пошук ефективних методів формалізованого подання знань

779. Яка з наступних компетентностей не належить до ключових компетентностей Нової української школи?

- а. математична грамотність
- б. уміння навчатися впродовж життя
- в. інформаційно-цифрова компетентність
- г. фахова компетентність

780. Як називається Нова українська школа в контексті нового Закону України "Про освіту"?

- а. школа розвитку та перспектив
- б. школа особистісно-зорієнтованого навчання
- в. школа компетентностей XXI століття
- г. школа радості

781. Навчання - це:

- а. Цілеспрямована взаємодія вчителя й учнів, у процесі якої засвоюються знання, формуються вміння та навички
- б. Передача учням знань, умінь і навичок
- в. Передача знань, умінь і навичок від одного покоління до іншого
- г. Взаємодія вчителя й учнів, у процесі якої відбувається засвоєння знань

782. Вкажіть функції навчання

- а. Освітня, виховна, розвивальна
- б. Освітня, прогностична, діагностична
- в. Виховна, розвивальна, корегуюча
- г. Освітня, розвивальна, навчальна

783. Яка із функцій навчання спрямована на розвиток уваги, пам'яті, мислення, спостереження, прийомів розумової діяльності в процесі виконання тих чи інших завдань?

- а. Розвивальна
- б. Освітня
- в. Виховна
- г. Діагностична

784. Для якого виду навчання характерні такі ознаки: вербальне повідомлення навчального матеріалу в готовому вигляді з елементами, які забезпечують незначну пізнавальну активність учнів та унаочненням; орієнтація на подальше відтворення сприйнятого?

- а. Пояснювально-ілюстративне
- б. Розвивальний
- в. Проблемно-розвивальний
- г. Модульний

785. У якій частині навчальної програми розкривається завдання навчального предмета, його місце в системі освіти й подаються короткі методичні вказівки до організації його викладання?

- а. Пояснювальна записка
- б. Заголовок
- в. Додатки
- г. Навчальна програма для кожного класу

786. Який принцип навчання характеризують правила "Від простого до складного, від відомого до невідомого, від близького до далекого"?

- а. Принцип доступності
- б. Принцип свідомості і активності
- в. Принцип науковості
- г. Принцип зв'язку навчання з життям

787. Який принцип навчання характеризує прислів'я "Краще раз побачити, ніж сто разів почути"?

- а. Принцип природовідповідності навчання
- б. Принцип наочності навчання
- в. Принцип науковості навчання
- г. Принцип зв'язку навчання з життям

788. До якої групи методів навчання відносять такі методи: своєчасна педагогічна підтримка зі сторони вчителя, перспективна оцінка-бал, відкладена оцінка, підбадьорення, ігрові ситуації, створення ситуації успіху в навчанні, показ позитивних результатів?

- а. Методи організації і здійснення навчально-пізнавальної діяльності
- б. Методи стимулювання навчальної діяльності
- в. Методи контролю і самоконтролю навчальної діяльності
- г. Методи самостійної роботи

789. Урок – це:

- а. Частина навчально-виховного процесу, спрямована на всебічний розвиток особистості
- б. Сукупність прийомів навчання
- в. Логічно закінчена, цілісна, визначена в часі частина навчально-виховного процесу, де вчитель працює з групою учнів постійного складу за певним розкладом
- г. Частина навчально-виховного процесу, де вчитель працює з групою учнів за певним розкладом

790. Які, із запропонованих типів уроків належать до нестандартних уроків?
- Комбінований урок, урок засвоєння нових знань
  - Урок застосування знань, умінь і навичок, урок перевірки і оцінки знань, умінь і навичок
  - Урок-вікторина, урок-конкурс, урок-семінар
  - Урок узагальнення і систематизації знань, урок формування вмінь і навичок
791. Дотримання якого принципу полягає у використанні на уроках життєвого досвіду учнів, розкритті практичної значущості знань, застосування їх у практичній діяльності?
- Принцип доступності
  - Принцип свідомості і активності
  - Принцип науковості
  - Принцип зв'язку навчання з життям
792. Яка група методів належить до словесних методів навчання?
- Бесіда, пояснення, розповідь, інструктаж
  - Ілюстрування, демонстрування, самостійне спостереження
  - Вправи, лабораторні роботи, практичні роботи
  - Метод створення ситуації новизни навчального матеріалу, метод опори на життєвий досвід учнів, метод зацікавлення
793. Метод пізнавальних ігор належить до групи методів:
- Організації і здійснення навчально-пізнавальної діяльності
  - Самостійної роботи
  - Стимулювання і мотивування навчально-пізнавальної діяльності
  - Контролю і самоконтролю навчальної діяльності
794. Неперервна освіта – це:
- Право людини на тривале навчання та самоудосконалення впродовж всього життя
  - Комплекс державних, приватних і суспільних освітніх установ, що забезпечують організаційну, змістову єдність і подальший взаємозв'язок усіх ланок освіти, задовольняючи прагнення людини до самоосвіти і розвитку протягом всього життя
  - Процес набуття знань у процесі самостійної роботи поза систематичним навчанням у стаціонарному навчальному закладі
  - Процес, спрямований на подолання негативних якостей особистості, що формувалися під впливом несприятливих умов виховання
795. Визначте співвідношення понять “людина”-“особистість”
- Людина є особистістю з перших днів свого народження
  - Людина не народжується особистістю, а стає нею в процесі розвитку та формування
  - Людина стає особистістю до 14 років
  - Людина може стати особистістю тільки в підлітковому віці
796. Який стиль спілкування характеризує твердження: “...передбачає зорієнтованість учителя на розвиток активності учнів, залучення кожного до розв'язання спільних завдань; в основі керівництва – опора на ініціативу учнів класу”?
- Ліберальний стиль спілкування
  - Демократичний стиль спілкування

- в. Авторитарний стиль спілкування
- г. Спілкування-дистанція

797. Процес навчання – це ...

- а. процес спільної діяльності вчителя та учнів
- б. процес виховання учнів
- в. процес виконання класних та домашніх завдань
- г. процес аналітичної діяльності вчителя

798. На яке питання дає відповідь мета навчання?

- а. навіщо вивчати?
- б. що вивчати?
- в. як навчати?
- г. на всі вказані питання

799. На яке питання дає відповідь зміст навчання?

- а. навіщо вивчати?
- б. що вивчати?
- в. як навчати?
- г. на всі вказані питання

800. На яке питання дають відповідь методи навчання?

- а. навіщо вивчати?
- б. що вивчати?
- в. як навчати?
- г. на всі вказані питання