

# **Математика\_Математика комп технологій\_Актуарна та фінансова математика\_магістр\_фаховий\_2023**

## **Базовий рівень.**

1. Одиницею групи  $(\mathbb{R}, +)$  є число
  - а. 1
  - б. 2
  - в. 3
  - г. інша відповідь
2. Підстановкою на множині  $X$  називається
  - а. біективне відображення  $s : X \rightarrow X$
  - б. ін'єктивне відображення  $s : X \rightarrow X$
  - в. сюр'єктивне відображення  $s : X \rightarrow X$
  - г. неперервне відображення  $s : X \rightarrow X$
3. Елементи  $a, b \in G$  називаються переставними, якщо
  - а.  $b = g^{-1}ag$  для деякого  $g \in G$
  - б.  $b = g^{-1}ag$  для всіх  $g \in G$
  - в.  $ab = ba$
  - г. інша відповідь
4. Оберненим до елемента  $-2$  групи  $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$  є елемент
  - а. 2
  - б.  $-2$
  - в.  $-\frac{1}{2}$
  - г.  $\frac{1}{2}$
5. Групою називається
  - а. моноїд, всі елементи якого є оборотними
  - б. напівгрупа з одиничним елементом
  - в. напівгрупа з комутативною операцією
  - г. напівгрупа з асоціативною операцією
6. Ціла частина  $[a]$  дійсного числа  $a = 1 + \sin(\pi/6)$  дорівнює
  - а. 0
  - б. 1
  - в. 2
  - г. інша відповідь
7. Натуральне число ділиться на 3 тоді і лише тоді коли
  - а. остання цифра ділиться на 3
  - б. різниця між сумою цифр, які стоять на непарних місцях, і сумою цифр, що стоять на парних місцях, ділиться на 3

- в. сума його цифр ділиться на 3  
г. інша відповідь
8. Число  $e$  є:
- алгебраїчним
  - раціональним
  - ірраціональним
  - цілим
9. Операція віднімання  $- : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  на множині дійсних чисел є:
- бінарною
  - комутативною
  - асоціативною
  - дистрибутивною
10. НСД натуральних чисел 28 і 42 дорівнює
- 14
  - 7
  - 84
  - інша відповідь
11. Для знаходження НСД двох цілих чисел використовують
- алгоритм Евкліда
  - решето Ератосфена
  - метод Вільсона
  - квадратичні лишки
12. Напівгрупа з одиничним елементом називається
- моноїдом
  - групоїдом
  - квазигрупою
  - групою
13. Значення функції  $\tau(m)$  - це кількість невід'ємних цілих чисел,
- які є дільниками  $m$
  - взаємно простих з  $m$
  - простих і менших за  $m$
  - простих і взаємно простих з  $m$
14. Одиницею групи  $(\mathbb{C} \setminus \{0\}, \cdot)$  є число
- 1
  - 0
  - 1
  - інша відповідь
15. Значення функції Ейлера  $\varphi(m)$  - це кількість невід'ємних цілих чисел,
- менших за  $m$  і взаємно простих з  $m$

- б. взаємно простих з  $m$   
в. простих і менших за  $m$   
г. простих і взаємно простих з  $m$
16. Чому дорівнює НСД двох різних натуральних чисел  $a$  і  $b$ , якщо  $[a, b] = b$ ?
- а.  $b$   
б.  $ab$   
в.  $a$   
г. інша відповідь
17. Відображення  $f : X \rightarrow Y$  називається сюр'єкцією, якщо
- а.  $f$  є неперервним  
б.  $f$  є сталим  
в.  $f(X) = Y$   
г. інша відповідь
18. Натуральне число ділиться на 5 тоді і лише тоді коли
- а. остання цифра ділиться на 5  
б. різниця між сумою цифр, які стоять на непарних місцях, і сумою цифр, що стоять на парних місцях, ділиться на 5  
в. сума його цифр ділиться на 5  
г. інша відповідь
19. Множина  $\mathbb{N}$  натуральних чисел
- а. є зліченою  
б. є скінченою  
в. має потужність континууму  
г. є порожньою
20. Відображення  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2$ , є
- а. сюр'ективним  
б. ін'ективним  
в. біективним  
г. інша відповідь
21. Степінь полінома  $f(x) = -2x^{2019} + 3x + 5$  дорівнює
- а. -2  
б. 5  
в. 3  
г. 2019
22. Кількість раціональних коренів рівняння  $x^3 + 4x = 0$  дорівнює
- а. 0  
б. 2  
в. 3  
г. 1

23. Числу 2019 за модулем 3 конгруентне число:

- а. 1
- б. 2
- в. 2018
- г. 0

24. Повна система лишків за модулем 6 містить

- а. 1 лишок
- б. 2 лишки
- в. 3 лишки
- г. 6 лишків

25. Кількість натуральних дільників числа 12 дорівнює

- а. 1
- б. 2
- в. 12
- г. 6

26. Сума натуральних дільників числа 12 дорівнює

- а. 1
- б. 2
- в. 12
- г. 28

27. Зведеній система лишків за модулем 6 містить

- а. 1 лишок
- б. 2 лишки
- в. 3 лишки
- г. 6 лишків

28. Значення функції Ейлера  $\varphi(8)$  дорівнює

- а. 0
- б. 2
- в. 8
- г. 4

29. Найбільший спільний дільник чисел 6 і 2019 дорівнює

- а. 1
- б. 2019
- в. 6
- г. 3

30. Кратність кореня  $x = 2$  рівняння  $x^3 - 4x^2 + 4x = 0$  дорівнює

- а. 0
- б. 1
- в. 3
- г. 2

31. Спряженім до комплексного числа  $2 + i$  є

- а.  $-2 + i$
- б.  $-2 - i$
- в. 2
- г.  $2 - i$

32. Модуль комплексного числа  $3 - 4i$  дорівнює

- а. 3
- б. 4
- в. 2019
- г. 5

33. Кількість комплексних коренів рівняння  $x^4 + 2x + 5 = 0$  дорівнює

- а. 0
- б. 1
- в. 2
- г. 4

34. Найменше спільне кратне чисел 3 і 2019 дорівнює

- а. 1
- б. 6057
- в. 3
- г. 2019

35. Кількість дійсних коренів рівняння  $x^3 - 5x^2 + 6x = 0$  дорівнює

- а. 0
- б. 1
- в. 2
- г. 3

36. Попарно взаємно простими є числа

- а. 2, 4 і 5
- б. 6, 3 і 2019
- в. 5, 10 і 2020
- г. 2, 3 і 5

37. Канонічне рівняння еліпса записують у вигляді

- а.  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
- б.  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 0$
- в.  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$
- г.  $y^2 = 2px$

38. Канонічне рівняння гіперболи записують у вигляді

- а.  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
- б.  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 0$

- в.  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$   
 г.  $y^2 = 2px$

39. Канонічне рівняння параболи записують у вигляді

- а.  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$   
 б.  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 0$   
 в.  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$   
 г.  $y^2 = 2px$

40. При яких значеннях  $\alpha$  і  $\beta$  вектори  $a(2; -1; \alpha)$  та  $b(\beta; 3; -2)$  будуть колінеарними?

- а.  $\alpha = -\frac{2}{3}$ ,  $\beta = 6$   
 б.  $\alpha = \frac{2}{3}$ ,  $\beta = -6$   
 в.  $\alpha = -6$ ,  $\beta = \frac{2}{3}$   
 г.  $\alpha = 6$ ,  $\beta = -\frac{2}{3}$

41. Обчислити скалярний добуток векторів  $a \cdot b$ , якщо  $a = p - 3q$ ,  $b = p + 2q$ ,  $|p| = 3$ ,  $|q| = 1$ ,  $\widehat{(p, q)} = \frac{\pi}{2}$ :

- а. 3  
 б. 2  
 в. 0  
 г. -1

42. Обчислити площину паралелограма, побудованого на векторах  $p$  і  $q$ , якщо  $|p| = 4$ ,  $|q| = 1$ ,  $\widehat{(p, q)} = \frac{\pi}{3}$ :

- а.  $2\sqrt{3}$   
 б.  $\sqrt{3}$   
 в. 2  
 г. 4

43. Написати рівняння прямої, що проходить через точки  $A(-1; 3)$  та  $B(4; 5)$ :

- а.  $x + y - 2 = 0$   
 б.  $x + y - 9 = 0$   
 в.  $2x - 5y + 17 = 0$   
 г.  $2x - 3y + 7 = 0$

44. Знайти косинус кута між векторами  $\vec{AB}$  і  $\vec{AC}$ , де  $A(3; -6; 9)$ ,  $B(0; -3; 6)$ ,  $C(9; -12; 15)$ :

- а. 1  
 б. 0,5  
 в. -1  
 г. 0

45. Знайти точку  $K$ , симетричну до точки  $P(1; -2; 3)$  відносно площини  $YOZ$ :

- а.  $(-1; -2; 3)$   
 б.  $(1; 2; 3)$   
 в.  $(1; -2; -3)$

г.  $(-1; 2; -3)$

46. Відстань між точками  $A(2; 4)$  та  $B(5; 8)$  не перевищує

- а. 2
- б. 3
- в. 4
- г.  $+\infty$

47. Загальне рівняння прямої на площині - це рівняння виду  $Ax + By + C = 0$ , де

- а.  $A, B, C$  - довільні сталі, такі, що  $|A| + |B| \neq 0$
- б.  $A, B, C$  - довільні сталі
- в.  $A, B, C$  - довільні сталі, такі, що  $|A| + |B| + |C| \neq 0$
- г.  $A, B, C$  - довільні сталі, такі, що  $C \neq 0$

48. Точка  $A(2; 4)$  щодо кола  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$  розташована

- а. всередині кола
- б. поза колом
- в. на колі
- г. в центрі кола

49. Задано вершини трикутника  $ABC : A(-1; -2; 4) B(-4; -2; 0) C(3; -2; 1)$ . Яке з наступних тверджень істинне: кут при вершині  $B$

- а. гострий
- б. тупий
- в. прямий
- г. інша відповідь

50. Точка  $P(1; 0; 6)$  розташована відносно площини  $x + 6y + 4z - 25 = 0$

- а. вище від неї
- б. нижче від неї
- в. належить цій площині
- г. інша відповідь

51. Якщо  $\vec{a}(x_1; y_1; z_1), \vec{b}(x_2; y_2; z_2)$ , то скалярний добуток цих векторів можна обчислити за формулою

- а.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = (x_1 + y_1 + z_1)(x_2 + y_2 + z_2)$
- б.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 y_1 z_1 + x_2 y_2 z_2$
- в.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$
- г.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = (x_1 + x_2)(y_1 + y_2)(z_1 + z_2)$

52. У загальному рівнянні  $Ax + By + C = 0$  прямої на площині  $(A; B)$  - це

- а. координати напрямного вектора прямої
- б. координати точки, через яку проходить пряма
- в. величини відрізків, які відтинає пряма на осях координат
- г. координати перпендикулярного (нормального) вектора

53. Яка з наступних ліній має єдину вісь симетрії?

- а. гіпербола
- б. парабола
- в. коло
- г. еліпс

54. Яка з наступних ліній не має фокусів?

- а. гіпербола
- б. парабола
- в. пряма
- г. еліпс

55. Яка з наступних ліній є обмеженою?

- а. гіпербола
- б. парабола
- в. пряма
- г. еліпс

56. Яка з наступних ліній має більше, ніж дві осі симетрії?

- а. гіпербола
- б. парабола
- в. коло
- г. еліпс

57. Прямі  $y = k_1x + b_1$  та  $y = k_2x + b_2$  перпендикулярні, якщо

- а.  $k_1k_2 = 1$
- б.  $k_1k_2 = -1$
- в.  $k_1 = k_2$
- г.  $k_1 = -k_2$

58. Вектори  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$  колінеарні тоді і тільки тоді, коли

- а.  $\vec{a} + \vec{b} = 0$
- б.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$
- в.  $\vec{a} - \vec{b} = 0$
- г.  $\vec{a} \times \vec{b} = 0$

59. Скалярним добутком двох векторів називається

- а. добуток їх довжин на синус кута між ними
- б. добуток їх довжин
- в. добуток їх довжин на косинус кута між ними
- г. косинус кута між ними

60. Рівняння прямої на площині, яка проходить через дві точки  $M_1(x_1, y_1)$  та  $M_2(x_2, y_2)$ , має такий вигляд:

- а.  $(x - x_1)(x_2 - x_1) = (y - y_1)(y_2 - y_1)$
- б.  $(x - x_1)(x_2 - x_1) + (y - y_1)(y_2 - y_1) = 0$

- В.  $\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1}$   
 Г.  $\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1} = 0$

61. Рівняння площини у відрізках на осіх — це рівняння вигляду

- а.  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 0$   
 б.  $Ax + By + Cz = D$   
 в.  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$   
 г.  $ax + by + cz = 1$

62. Площу трикутника з вершинами у точках  $M_1(x_1, y_1)$ ,  $M_2(x_2, y_2)$  та  $M_3(x_3, y_3)$  обчислюють за формулою

- а.  $S = \frac{1}{2} \left| \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 \end{vmatrix} \right|$   
 б.  $S = \left| \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 \end{vmatrix} \right|$   
 в.  $S = \frac{1}{2} \left| \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 \end{vmatrix} \right|$   
 г.  $S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_2 - y_1) + (x_3 - x_1)(y_3 - y_1)|$

63. Прямі  $y = k_1x + b_1$  та  $y = k_2x + b_2$  паралельні, якщо

- а.  $k_1k_2 = 1$   
 б.  $k_1k_2 = -1$   
 в.  $k_1 = k_2$   
 г.  $k_1 = -k_2$

64. Ортогональні вектори — це вектори, які утворюють кут

- а.  $45^\circ$   
 б.  $90^\circ$   
 в.  $30^\circ$   
 г.  $0^\circ$

65. Колінеарні вектори — це вектори, які утворюють кут

- а.  $90^\circ$   
 б.  $60^\circ$   
 в.  $0^\circ$  або  $180^\circ$   
 г.  $120^\circ$

66. Стандартну відстань між точками  $A(x_1, y_1)$  та  $B(x_2, y_2)$  на площині обчислюють за формулою

- а.  $|x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$   
 б.  $|x_1 - y_1| + |x_2 - y_2|$   
 в.  $\sqrt{|x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|}$   
 г.  $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

67. Прямі в просторі, які мають напрямні вектори  $\vec{s}_1 = (m_1, n_1, p_1)$  та  $\vec{s}_2 = (m_2, n_2, p_2)$ , паралельні, якщо

- a.  $m_1m_2 + n_1n_2 + p_1p_2 = 0$
- б.  $m_1m_2 + n_1n_2 + p_1p_2 \neq 0$
- в.  $\frac{m_1}{m_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{p_1}{p_2}$
- г.  $m_1m_2 = n_1n_2 = p_1p_2$

68. Прямі в просторі, які мають напрямні вектори  $\vec{s}_1 = (m_1, n_1, p_1)$  та  $\vec{s}_2 = (m_2, n_2, p_2)$ , перпендикулярні, якщо

- a.  $m_1m_2 + n_1n_2 + p_1p_2 = 0$
- б.  $m_1m_2 + n_1n_2 + p_1p_2 \neq 0$
- в.  $\frac{m_1}{m_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{p_1}{p_2}$
- г.  $m_1m_2 = n_1n_2 = p_1p_2$

69. Площина, рівняння якої  $ax + by + cz = 0$  ( $abc \neq 0$ ),

- а. паралельна тільки до осі  $Ox$
- б. паралельна тільки до осі  $Oy$
- в. паралельна тільки до осі  $Oz$
- г. проходить через початок координат

70. Орт — це вектор, довжина якого дорівнює

- а. 1
- б. 0
- в.  $\sqrt{n}$ , де  $n$  — вимірність простору
- г.  $n$ , де  $n$  — вимірність простору

71. Радіус кола  $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 9$  дорівнює

- а. 2
- б. 1
- в. 3
- г. 9

72. Скалярний добуток векторів  $\vec{a} = (2; 5)$  та  $\vec{b} = (2; 3)$  дорівнює

- а. 12
- б. 19
- в. 4
- г. 15

73. Серединою відрізка з кінцями у точках  $A(0; 4)$  та  $B(-2; 2)$  є точка

- а.  $M(2; 2)$
- б.  $M(-2; 6)$
- в.  $M(-1; 3)$
- г.  $M(-2; -2)$

74. Яка з точок належить площині  $2x + y + z - 4 = 0$ ?

- а.  $(2; 2; -2)$
- б.  $(-2; 6; 0)$

- в.  $(-1; 3; 1)$   
г.  $(0; 2; -2)$

75. Точка  $M$  ділить відрізок  $AB$  у відношенні 2:1. У якому відношенні ділить ця точка відрізок  $BA$ ?

- а. у тому ж  
б. 1:2  
в. 1:3  
г. 3:1

76. Обчислити відстань  $\rho_0(y_1, y_2) = \max_{0 \leq x \leq 1} |y_1(x) - y_2(x)|$  між кривими  $y_1(x) = x^3$  і  $y_2(x) = x^2$

- а.  $4/27$   
б. 1  
в.  $31/27$   
г. інша відповідь

77. Обчислити відстань  $\rho_0(y_1, y_2) = \max_{1 \leq x \leq e} |y_1(x) - y_2(x)|$  між кривими  $y_1(x) = \ln x$  і  $y_2(x) = x$ .

- а. 1  
б.  $e - 1$   
в.  $\ln 1 - 1$   
г. інша відповідь

78. Обчислити відстань  $\rho_0(y_1, y_2) = \max_{0 \leq x \leq 1} |y_1(x) - y_2(x)|$  між кривими  $y_1(x) = x$  і  $y_2(x) = e^x$ .

- а. 1  
б.  $e - 1$   
в.  $\ln 1 - 1$   
г. інша відповідь

79. Перетином множин  $A = \{1, 3, 5\}$  та  $B = \{0, 1, 2, 3\}$  є

- а.  $\emptyset$   
б.  $\{0, 1, 2, 3, 5\}$   
в.  $\{1, 3\}$   
г.  $\{0, 2, 5\}$

80. Об'єднанням  $A \cup B$  множин  $A = \{1, 3, 5\}$  та  $B = \{0, 1, 2, 3\}$  є

- а.  $\emptyset$   
б.  $\{0, 1, 2, 3, 5\}$   
в.  $\{1, 3\}$   
г.  $\{0, 2, 5\}$

81. Різницею  $A \setminus B$  множин  $A = \{1, 3, 5\}$  та  $B = \{0, 1, 2, 3\}$  є

- а.  $\emptyset$   
б.  $\{5\}$

в.  $\{1, 3\}$

г.  $\{0, 2\}$

82. Різницею  $B \setminus A$  множин  $A = \{1, 3, 5\}$  та  $B = \{0, 1, 2, 3\}$  є

а.  $\emptyset$

б.  $\{5\}$

в.  $\{1, 3\}$

г.  $\{0, 2\}$

83. Відношення називають відношенням еквівалентності, якщо воно має властивості

а. рефлексивності, симетричності, транзитивності

б. рефлексивності, антисиметричності, транзитивності

в. антисиметричності, транзитивності

г. інша відповідь

84. Бінарне відношення  $R \subseteq M \times M$  називають рефлексивним, якщо

а.  $\exists a \in M : (a, a) \in R$

б.  $\forall a, b \in M : (a, b) \in R \Rightarrow (b, a) \in R$

в.  $\forall a, b \in M : (a, b) \in R$

г.  $\forall a \in M : (a, a) \in R$

85. Бінарне відношення  $R \subseteq M \times M$  називають симетричним, якщо

а.  $\exists a \in M : (a, a) \in R$

б.  $\forall a, b \in M : (a, b) \in R \Rightarrow (b, a) \in R$

в.  $\forall a, b \in M : (a, b) \in R$

г.  $\forall a \in M : (a, a) \in R$

86. Для двох множин принцип включення-виclusion базується на рівності

а.  $|A \cap B| = |A| + |B| - |A \cup B|$

б.  $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$

в.  $n - |A \cup B|$

г. інша відповідь

87. Число  $m$ -сполучень (комбінацій)  $n$ -елементної множини дорівнює

а.  $\frac{m!}{n!(n-m)!}$

б.  $\frac{n!}{m!(n-m)!}$

в.  $\frac{(n+m)!}{n!m!}$

г. інша відповідь

88. Обчисліть кількість усіх комбінацій (сполучень) з 10 по 8

а.  $\frac{10!}{8!}$

б.  $\frac{10!}{2!}$

в.  $\frac{10!}{8!2!}$

г.  $\frac{10!}{6!}$

89. Обчисліть кількість усіх розміщень (перестановок) з 5 по 3

- a. 60
- б. 30
- в. 120
- г. 15

90. Число перестановок елементів  $n$ -елементної множини дорівнює

- а.  $2^n$
- б.  $n!$
- в.  $\frac{n(n-1)}{2}$
- г. інша відповідь

91. Обчисліть кількість усіх комбінацій (сполучень) з 6 по 2

- а. 10
- б. 25
- в. 15
- г. 35

92. Обчисліть кількість усіх розміщень (перестановок) з 5 по 2

- а.  $\frac{3!}{2!}$
- б.  $\frac{5!}{2!}$
- в.  $\frac{5!}{3!2!}$
- г.  $\frac{5!}{3!}$

93. Скількома способами можна поміняти місцями три книжки на полиці?

- а. 1
- б. 2
- в. 3
- г. 6

94. Скількома способами можна обрати три з семи книжок на полиці?

- а. 3
- б. 21
- в. 35
- г.  $7^3$

95. Потужність множини всіх підмножин  $n$ -елементної множини дорівнює:

- а.  $2^{n-1}$
- б.  $n!$
- в.  $2^{2^n}$
- г.  $2^n$

96. Число  $m$ -перестановок (розміщень)  $n$ -елементної множини дорівнює

- а.  $\frac{n!}{n!(n-m)!}$
- б.  $\frac{n!}{(n-m)!}$
- в.  $\frac{m!}{(n-m)!}$
- г. інша відповідь

97. Граф  $G = \{V, E\}$  називається деревом, якщо ...
- він зв'язний і не містить циклів
  - він містить цикли
  - всі його вершини мають одинаковий степінь
  - він має цикл, який проходить через кожну його вершину
98. Граф  $G = \{V, E\}$  називається зв'язним, якщо ...
- він не містить циклів
  - його можна зобразити на площині так, щоб не перетиналися жодні ребра
  - всі його вершини мають одинаковий степінь
  - для довільних двох його вершини існує маршрут (шлях), який їх з'єднує
99. Граф  $G = \{V, E\}$  називається гамільтоновим, якщо ...
- він зв'язний і не містить циклів
  - він містить цикли
  - всі його вершини мають одинаковий степінь
  - він містить цикл, який проходить через кожну його вершину
100. Неоріентований граф  $G = \{V, E\}$  називається повним, якщо ...
- він не містить циклів
  - в ньому присутні всі можливі ребра
  - всі його вершини мають одинаковий степінь
  - для довільних двох його вершини існує маршрут, який їх з'єднує
101. Граф  $G = \{V, E\}$  називається ейлеровим, якщо ...
- він зв'язний і не містить циклів
  - він містить цикл, який включає кожне ребро графа лише по одному разу
  - всі його вершини мають одинаковий степінь
  - він містить цикл, який проходить через кожну його вершину
102. Граф  $G = \{V, E\}$  називається плоским, якщо ...
- він зв'язний і не містить циклів
  - його можна зобразити на площині так, щоб не перетиналися його ребра
  - всі його вершини мають одинаковий степінь
  - він має цикл, який проходить через кожну його вершину
103. Граф  $G = \{V, E\}$  називається регулярним, якщо ...
- він зв'язний і не містить циклів
  - він містить цикли
  - всі його вершини мають одинаковий степінь
  - він має цикл, який проходить через кожну його вершину
104. Ребро графа, що інцидентне тільки одній вершині, називаємо
- петлею
  - мостом
  - роз'єднувальним ребром

г. інша відповідь

105. Скільки ребер має дерево з  $n$  вершинами?

- а.  $n^2$
- б.  $n$
- в.  $n - 1$
- г.  $2n$

106. Який степінь мають вершини повного графа  $K_n$ ?

- а.  $n^2$
- б.  $n$
- в.  $n - 1$
- г.  $2n$

107. Закон ідемпотентності для операції об'єднання множин виражається рівністю

- а.  $A \cup \overline{A} = U$
- б.  $A \setminus A = \emptyset$
- в.  $A \cup \emptyset = A$
- г.  $A \cup A = A$

108. Яка з рівностей виражає закон де Моргана?

- а.  $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$
- б.  $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cup \overline{B}$
- в.  $\overline{A \cup B} = \overline{A \cap B}$
- г. інша відповідь

109. Серед наведених тотожностей знайдіть тотожність, яка виражає закон поглинання:

- а.  $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$
- б.  $A \cup B = B \cup A$
- в.  $A \cup (A \cap B) = A$
- г.  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

110. Потужність множини  $\{\{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$  дорівнює

- а. 1
- б. 2
- в. 3
- г. 4

111. Потужність множини  $\{\{\{3\}\}\}$  дорівнює

- а. 0
- б. 1
- в. 2
- г. 3

112. Потужність множини  $\{1, \{1\}, \{1, \{1\}\}\}$  дорівнює

- а. 1

б. 2

в. 3

г. 4

113. Потужність множини  $\{1, \{2, \{3\}\}\}$  дорівнює

а. 1

б. 2

в. 3

г. 4

114. Серед наведених нижче кривих оберіть криву зі сталою кривиною:

а. пряма

б. парабола

в. еліпс

г. інша відповідь

115. Крива в  $E^3$  плоска тоді і тільки тоді, коли

а. її кривина - величина стала

б. її скрут тотожно дорівнює 0

в. скрут і кривина пов'язані лінійною залежністю

г. інша відповідь

116. У точці розпрямлення кривої стична площа

а. існує і єдина

б. існує безліч

в. не існує

г. інша відповідь

117. Наступна крива є простою, але не елементарною:

а. парабола

б. гіпербола

в. коло

г. інша відповідь

118. Кривина кривої тотожно рівна нулеві, якщо

а. крива плоска

б. крива належить класу  $C^3$

в. ця крива є прямою

г. інша відповідь

119. Елементарна крива - це

а. коло

б. гомеоморфний образ прямої

в. будь-яка лінійно зв'язана множина

г. інша відповідь

120. Крива називається гладкою, якщо

- а. у кожній її точці існує дотична
- б. вона є гомеоморфним образом прямої
- в. вона замкнена
- г. інша відповідь

121. Точка кривої, у якій збігаються дві вітки кривої, кожна з яких має одну і ту ж півдотичну, називається

- а. особливою точкою звороту кривої
- б. точкою замикання кривої
- в. точкою самоперетину кривої
- г. інша відповідь

122. Для плоскої кривої площаина її розташування є

- а. стичною площеиною
- б. нормальнюю площеиною
- в. спрямною площеиною
- г. інша відповідь

123. Головна нормаль кривої в точці - це нормаль, що

- а. лежить у стичної площині
- б. перпендикулярна до стичної площини
- в. перетинає криву у двох точках
- г. інша відповідь

124. Бінормаль кривої в точці - це нормаль, що

- а. лежить у стичної площині
- б. перпендикулярна до стичної площини
- в. перетинає криву у двох точках
- г. інша відповідь

125. Натуральною параметризацією кривої називається

- а. параметризація довжиною дуги кривої
- б. довільна регулярна параметризація
- в. параметризація лінійною вектор-функцією по кожному аргументу
- г. інша відповідь

126. Кривина кривої — це

- а. кількісна міра відхилення кривої від дотичної
- б. кількісна міра відхилення кривої від стичної площини
- в. величина кута між векторами дотичної і головної нормалі (в радіанах)
- г. інша відповідь

127. Перша квадратична форма поверхні

- а. додатньовизначена
- б. від'ємновизначена
- в. тотожньо рівна нулеві
- г. інша відповідь

128. Яка з наступних поверхонь є елементарною?

- а. еліпсоїд
- б. параболоїд
- в. тор
- г. інша відповідь

129. Яке з диференціальних рівнянь не є лінійним:

- а.  $y' - \frac{2}{x+1}y = (x+1)^3$
- б.  $y' - \frac{2}{x}y = e^x$
- в.  $y' - \frac{2}{x}y = \frac{2}{y}$
- г.  $y' - \frac{2}{x+1}y = (x+1)^3y$

130. Диференціальне рівняння  $M(x, y)dy + N(x, y)dx = 0$  є рівнянням у повних диференціалах, якщо:

- а.  $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$
- б. Функції  $M(x, y)$  і  $N(x, y)$  неперервні
- в.  $M(x, y) = M_1(x)M_2(y)$ ,  $N(x, y) = N_1(x)N_2(y)$
- г.  $\frac{\partial M}{\partial x} = \frac{\partial N}{\partial y}$

131. До якого з наведених неоднорідних диференціальних рівнянь не можна застосовувати метод невизначених коефіцієнтів:

- а.  $y'' + 3y' - 4y = x + \sin 5x$
- б.  $x^2y'' - 4xy' + 3y = \sin 5x \sin 7x$
- в.  $y'' - 5y' + 4y = \frac{x}{e^{3x}}$
- г.  $y'' - 5y' + 4y = \frac{e^{3x}}{x}$

132. Загальним розв'язком рівняння  $y'' + 9y = 0$  є:

- а.  $y = C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x$
- б.  $y = C_1 e^{3x} + C_2 e^{-3x}$
- в.  $y = e^x(C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x)$
- г.  $y = C_1 \cos(3ix) + C_2 \sin(3ix)$

133. Функція  $y = C_1 \cos \frac{x}{4} + C_2 \sin \frac{x}{4}$  є загальним розв'язком рівняння:

- а.  $16y'' + y = e^x$
- б.  $16y'' + y = 0$
- в.  $y'' + 16y = 0$
- г.  $16y'' - y = 0$

134. Фундаментальна система розв'язків рівняння  $y''' - 4y'' + 4y' = 0$  має вигляд:

- а.  $y_1 = e^{-2x}$ ,  $y_2 = e^{2x}$ ,  $y_3 = 1$
- б.  $y_1 = e^{2x}$ ,  $y_2 = 2e^{2x}$ ,  $y_3 = 1$
- в.  $y_1 = e^{2x}$ ,  $y_2 = e^x$ ,  $y_3 = xe^x$
- г.  $y_1 = e^{2x}$ ,  $y_2 = xe^{2x}$ ,  $y_3 = 1$

135. Диференціальне рівняння  $y''' - (x+2)^2y'' + (x-10)y' - y^2 \ln x = e^{x^2}$  є:

- a. Лінійним неоднорідним третього порядку
- б. Нелінійним третього порядку
- в. Лінійним однорідним третього порядку зі змінними коефіцієнтами
- г. Лінійним однорідним третього порядку зі сталими коефіцієнтами

136. Диференціальне рівняння  $y'' + y^2 = 0$  має дійсних розв'язків:

- а. Безліч
- б. Жодного
- в. Чотири
- г. Один

137. Визначте рівняння, яке не інтегрується у квадратурах:

- а.  $y^{2017}y' = x^{2018}$
- б.  $y' = x^2 + y^2$
- в.  $y' = e^{3x} \sin 7x$
- г.  $x \arcsin y dx + y \arccos x dy = 0$

138. Інтегральні криві якого диференціального рівняння отримуються з будь-якої однієї з них зсувом вздовж осі  $Ox$ :

- а.  $y' = f(x)$
- б.  $y' = f(y)$
- в.  $y' = f\left(\frac{y}{x}\right)$
- г.  $y' + p(x)y = q(x)$

139. Загальним розв'язком рівняння  $y'' = \cos 3x + e^{2x}$  є:

- а.  $y = -\cos 3x + e^{2x} + C$
- б.  $y = -\frac{1}{9} \cos 3x + e^{2x} + C$
- в.  $y = -\frac{1}{9} \cos 3x + \frac{1}{4}e^{2x} + C$
- г. Серед наведених варіантів немає правильної відповіді

140. Методом варіації довільних сталах розв'язок рівняння  $y'' - y' - 6y = xe^x$  потрібно шукати в вигляді:

- а.  $y = C_1(x)e^{3x} + C_2(x)e^{-3x}$
- б.  $y = C_1(x)e^{3x} + C_2(x)e^{-2x}$
- в.  $y = e^{-2x}(C_1(x) + xC_2(x))$
- г.  $y = C_1(x)e^{-3x} + C_2(x)e^{2x}$

141. Якщо  $y_1$  і  $y_2$  - два лінійно незалежних розв'язки диференціального рівняння  $y'' + a_1(x)y' + a_2(x)y = 0$ , то загальним розв'язком цього рівняння є:

- а.  $y = C_1e^{y_1x} + C_2e^{y_2x}$
- б.  $y = y_1 + y_2$
- в.  $y = C_1y_1 + C_2y_2$
- г.  $y = C_1(y_1 + y_2) + C_2$

142. Яка система лінійних диференціальних рівнянь є однорідною:

- а.  $\begin{cases} x' = 3x + 6y - 1, \\ y' = 2x + y. \end{cases}$   
 б.  $\begin{cases} x' = x + 4t, \\ y' = 5x - 5y. \end{cases}$   
 в.  $\begin{cases} x' = 2x + 3y, \\ y' = 5x - 7y. \end{cases}$   
 г.  $\begin{cases} x' = 2x + 3y + e^t, \\ y' = 5x - 7y. \end{cases}$

143. При якому значенні  $x$  добуток  $a_{13}a_{21}a_{34}a_{4x}$  входить у визначник четвертого порядку?

- а. 2  
 б. 1  
 в. 3  
 г. 4

144. При якому значенні  $x$  добуток  $a_{15}a_{21}a_{33}a_{42}a_{5x}$  входить у визначник п'ятого порядку?

- а. 2  
 б. 1  
 в. 3  
 г. 4

145. Який з наведених нижче добутків входить у визначник четвертого порядку?

- а.  $a_{13}a_{22}a_{31}a_{44}$   
 б.  $a_{12}a_{23}a_{32}a_{41}$   
 в.  $a_{13}a_{23}a_{31}a_{42}$   
 г.  $a_{11}a_{22}a_{31}a_{43}$

146. Який з нижченаведених добутків входить у визначник четвертого порядку?

- а.  $a_{13}a_{21}a_{32}a_{44}$   
 б.  $a_{12}a_{23}a_{32}a_{41}$   
 в.  $a_{13}a_{22}a_{31}a_{42}$   
 г.  $a_{11}a_{22}a_{31}a_{43}$

147. Який з добутків не входить у визначник четвертого порядку?

- а.  $a_{13}a_{22}a_{31}a_{44}$   
 б.  $a_{12}a_{23}a_{32}a_{41}$   
 в.  $a_{13}a_{24}a_{31}a_{42}$   
 г.  $a_{11}a_{22}a_{34}a_{43}$

148. Який з нижченаведених добутків не входить у визначник четвертого порядку?

- а.  $a_{13}a_{22}a_{31}a_{44}$   
 б.  $a_{12}a_{23}a_{34}a_{41}$   
 в.  $a_{13}a_{24}a_{31}a_{42}$   
 г.  $a_{11}a_{23}a_{34}a_{43}$

149. При якому значенні  $x$  добуток  $a_{14}a_{2x}a_{35}a_{42}a_{53}a_{61}$  входить у визначник шостого порядку?

- а. 2
- б. 6
- в. 3
- г. 5

150. При якому значенні  $x$  добуток  $a_{15}a_{23}a_{34}a_{4x}a_{56}a_{61}$  входить у визначник шостого порядку?

- а. 2
- б. 6
- в. 3
- г. 5

151. Добутки  $a_{12}a_{23}a_{31}$  і  $a_{11}a_{23}a_{32}$  входять у визначник третього порядку із знаками відповідно

- а. + i +
- б. + i -
- в. - i +
- г. - i -

152. Добутки  $a_{12}a_{23}a_{31}$  і  $a_{13}a_{21}a_{32}$  входять у визначник третього порядку із знаками відповідно

- а. + i +
- б. + i -
- в. - i +
- г. - i -

153. Добутки  $a_{13}a_{22}a_{31}$  і  $a_{11}a_{23}a_{32}$  входять у визначник третього порядку із знаками відповідно

- а. + i +
- б. + i -
- в. - i +
- г. - i -

154. Добутки  $a_{13}a_{22}a_{31}$  і  $a_{13}a_{21}a_{32}$  входять у визначник третього порядку із знаками відповідно

- а. + i +
- б. + i -
- в. - i +
- г. - i -

155. Добуток  $a_{13}a_{22}a_{31}a_{44}$  входять у визначник четвертого порядку із знаком

- а. +
- б. -
- в. даний добуток не входить у визначник четвертого порядку
- г. інша відповідь

156. Добуток  $a_{14}a_{21}a_{33}a_{42}$  входять у визначник четвертого порядку із знаком

- а. +
- б. -
- в. даний добуток не входить у визначник четвертого порядку
- г. інша відповідь

157. Добуток  $a_{13}a_{24}a_{31}a_{42}$  входять у визначник четвертого порядку із знаком

- а. +
- б. -
- в. даний добуток не входить у визначник четвертого порядку
- г. інша відповідь

158. Вкажіть формулу визначника матриці  $A(a_{ij})$ ,  $i, j = 1, 2$  другого порядку

- а.  $\det A = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$
- б.  $\det A = a_{11}a_{22} + a_{12}a_{21}$
- в.  $\det A = a_{11}a_{12} - a_{21}a_{22}$
- г.  $\det A = a_{11}a_{21} - a_{12}a_{22}$

159. Скільки доданків входить в формулу визначника матриці третього порядку (якщо визначник виражений тільки через елементи матриці):

- а. 3
- б. 4
- в. 6
- г. 9

160. Нехай кількість парних підстановок  $n$ -ого порядку дорівнює числу  $p$ , а непарних -  $q$ .  
Порівняйте числа  $p$  і  $q$ :

- а.  $p > q$
- б.  $p < q$
- в.  $p = q$
- г. відповідь залежить від числа  $n$

161. Матриця  $A$  має розміри  $5 \times 4$ . Яку з операцій неможливо виконати?

- а. транспонувати  $A$
- б. перемножити  $A$  на  $A^T$
- в. перемножити  $A^T$  на  $A$
- г. перемножити  $A$  на  $A$

162. Якщо всі елементи визначника третього порядку дорівнюють числу  $m$ , то такий визначник дорівнюватиме

- а.  $m^3$
- б.  $m^9$
- в.  $m$
- г. 0

163. Якщо визначник матриці містить два однакові рядки то він

- а. кратний розміру матриці
- б. є парним числом
- в. є додатнім числом
- г. дорівнює 0

164. Якщо визначник матриці містить два однакові стовпці то він

- а. кратний розміру матриці
- б. є парним числом
- в. є додатнім числом
- г. дорівнює 0

165. Якщо визначник матриці містить два пропорційні стовпці то він

- а. кратний розміру матриці
- б. є парним числом
- в. є додатнім числом
- г. дорівнює 0

166. Якщо визначник матриці містить два пропорційні рядки то він

- а. кратний розміру матриці
- б. є парним числом
- в. є додатнім числом
- г. дорівнює 0

167. Якщо у визначнику матриці один рядок є сумаю всіх інших то він

- а. кратний розміру матриці
- б. є від'ємним числом
- в. є додатнім числом
- г. дорівнює 0

168. Якщо у визначнику матриці один стовпець є лінійною комбінацією інших стовпців то він

- а. кратний розміру матриці
- б. є від'ємним числом
- в. є додатнім числом
- г. дорівнює 0

169. Якщо у визначнику матриці один рядок є різницею двох інших то він

- а. кратний розміру матриці
- б. є від'ємним числом
- в. є додатнім числом
- г. дорівнює 0

170. Методом Гауса можна знайти розв'язок

- а. тільки лінійної системи рівнянь, в якій кількість невідомих дорівнює кількості рівнянь і  $\det A \neq 0$
- б. довільної лінійної системи рівнянь
- в. тільки лінійної системи рівнянь, в якій кількість невідомих дорівнює кількості рівнянь
- г. тільки лінійної однорідної системи рівнянь

171. Дві матриці можна додати, якщо вони

- а. невироджені
- б. квадратні
- в. однакового розміру
- г. діагональні

172. Система лінійних рівнянь сумісна, якщо ранг її розширеної матриці
- рівний рангу матриці коефіцієнтів
  - більший за ранг матриці коефіцієнтів
  - менший від рангу матриці коефіцієнтів
  - рівний кількості невідомих
173. Сумісна система лінійних рівнянь визначена, якщо ранг її розширеної матриці
- рівний кількості невідомих
  - рівний рангу матриці коефіцієнтів
  - більший за ранг матриці коефіцієнтів
  - менший від рангу матриці коефіцієнтів
174. Методом Крамера можна знайти розв'язок
- лінійної системи рівнянь, в якій кількість невідомих дорівнює кількості рівнянь і визначник матриці коефіцієнтів відмінний від нуля
  - довільної лінійної системи рівнянь
  - лінійної системи рівнянь, в якій кількість невідомих дорівнює кількості рівнянь
  - лінійної однорідної системи рівнянь
175. Матричним методом можна знайти розв'язок
- лінійної системи рівнянь, в якій кількість невідомих дорівнює кількості рівнянь і визначник матриці коефіцієнтів відмінний від нуля
  - довільної лінійної системи рівнянь
  - лінійної системи рівнянь, в якій кількість невідомих дорівнює кількості рівнянь
  - лінійної однорідної системи рівнянь
176. Метод Крамера не можна застосувати до системи лінійних рівнянь, в якій кількість невідомих дорівнює кількості рівнянь і визначник матриці складеної з коефіцієнтів біля невідомих дорівнює
- 0
  - 1
  - 2
  - 1000
177. Матричний метод не можна застосувати до системи лінійних рівнянь, в якій кількість невідомих дорівнює кількості рівнянь і визначник матриці складеної з коефіцієнтів біля невідомих дорівнює
- 0
  - 1
  - 2
  - 1000
178. Якщо систему лінійних рівнянь можна розв'язати методом Крамера, то її можна розв'язати
- методом Гауса та матричним методом
  - методом Гауса, але не завжди матричним методом
  - матричним методом, але не завжди методом Гауса
  - тільки методом Крамера
179. Матрицю можна помножити на число, якщо вона є

- а. тільки квадратною
- б. довільною
- в. тільки матрицею-стовпцем
- г. тільки матрицею-рядком

180. Система лінійних рівнянь називається однорідною, якщо

- а. вона не має жодного розв'язку
- б. вона має єдиний розв'язок
- в. вона має більше ніж один розв'язок
- г. всі вільні члени дорівнюють нулю

181. Як зміниться визначник матриці, якщо в ньому поміняти два рядки місцями?

- а. не зміниться
- б. змінить тільки знак
- в. дорівнюватиме нулю
- г. збільшиться в два рази

182. Як зміниться визначник матриці, якщо в ньому поміняти два стовпці місцями?

- а. не зміниться
- б. змінить тільки знак
- в. дорівнюватиме нулю
- г. збільшиться в два рази

183. Як зміниться визначник матриці, якщо її транспонувати?

- а. не зміниться
- б. змінить тільки знак
- в. дорівнюватиме нулю
- г. збільшиться в два рази

184. Визначник будь-якої квадратної матриці дорівнює нулю, якщо

- а. всі елементи деякого рядка рівні нулю
- б. всі діагональні елементи матриці рівні нулю
- в. кількість елементів, які рівні нулю більша за порядок матриці
- г. кількість елементів, які рівні нулю дорівнює порядку матриці

185. Визначник квадратної матриці не можна розкладати за

- а. діагональними елементами
- б. за одним рядком
- в. за двома рядками
- г. за одним стовпцем

186. Значення формули логіки висловлень  $p \rightarrow q \vee \bar{p}$  для  $|p| = |q| = 0$  дорівнює

- а. 0
- б. 1
- в. 2019
- г. інша відповідь

187. Формула  $p \wedge \bar{p}$  логіки висловлень є

- а. тавтологією
- б. суперечністю
- в. виконуваною
- г. проблемною

188. Формула  $p \rightarrow q$  логіки висловлень рівносильна формулі

- а.  $\bar{q} \rightarrow \bar{p}$
- б.  $\bar{p} \rightarrow \bar{q}$
- в.  $\bar{p} \rightarrow q$
- г.  $p \rightarrow \bar{q}$

189. Значення формули логіки висловлень  $\bar{q} \rightarrow p \wedge q$  для  $|p| = |q| = 1$  дорівнює

- а. 0
- б. 1
- в. 2019
- г. інша відповідь

190. Формула  $p \vee p$  логіки висловлень є

- а. тавтологією
- б. суперечністю
- в. виконуваною
- г. проблемною

191. Формула  $p \wedge 0$  логіки висловлень рівносильна формулі

- а. 0
- б.  $p$
- в. 1
- г.  $\bar{p}$

192. Операція "еквіваленція" позначається через

- а.  $\vee$
- б.  $\wedge$
- в.  $\leftrightarrow$
- г.  $\rightarrow$

193. Формула  $p \wedge 1$  логіки висловлень рівносильна формулі

- а. 0
- б.  $p$
- в. 1
- г.  $\bar{p}$

194. Логічним наслідком з формулі  $p$  є

- а.  $\bar{p}$
- б.  $p \wedge \bar{p}$
- в. 0
- г. 1

195. Поліномом Жегалкіна формули  $p \oplus p$  є

- а. 0
- б. 1
- в.  $p$
- г.  $p \oplus q$

196. Формула  $p \oplus p$  є

- а. тавтологією
- б. суперечністю
- в. виконуваною
- г. нейтральною

197. Операція "диз'юнкція" позначається через

- а.  $\vee$
- б.  $\wedge$
- в.  $\leftrightarrow$
- г.  $\rightarrow$

198. Поліномом Жегалкіна формули  $p \vee q$  є

- а.  $p \oplus 1$
- б.  $p \oplus q \oplus 1$
- в.  $pq \oplus p \oplus q$
- г.  $p \oplus q$

199. Операція "імплікація" позначається через

- а.  $\vee$
- б.  $\wedge$
- в.  $\leftrightarrow$
- г.  $\rightarrow$

200. Формула  $p \vee \bar{p}$  логіки висловлень є

- а. тавтологією
- б. суперечністю
- в. нейтральною
- г. проблемною

201. Логічним наслідком з формули  $p \vee \bar{p}$  є

- а.  $\bar{p}$
- б.  $p$
- в. 0
- г. 1

202. Яка з формул є ДНФ?

- а.  $p \wedge q \vee \bar{p} \wedge q$
- б.  $(p \vee q) \wedge (\bar{p} \vee \bar{q})$

в.  $p \rightarrow q$

г.  $p \leftrightarrow q$

203. Операція "кон'юнкція" позначається через

а.  $\vee$

б.  $\wedge$

в.  $\leftrightarrow$

г.  $\rightarrow$

204. Формула  $p \vee 1$  логіки висловлень рівносильна формулі

а. 0

б.  $p$

в. 1

г.  $\bar{p}$

205. Яка з формул є КНФ?

а.  $p \wedge q \vee \bar{p} \wedge q$

б.  $(p \vee q) \wedge (\bar{p} \vee \bar{q})$

в.  $p \rightarrow q$

г.  $p \leftrightarrow q$

206. Яка з формул є поліномом Жегалкіна?

а.  $p \oplus q \oplus 1$

б.  $p \vee q$

в.  $p \rightarrow q$

г.  $p \leftrightarrow q$

207. Яка операція має вищий пріоритет, ніж  $\vee$ ?

а.  $\wedge$

б.  $\rightarrow$

в.  $\leftrightarrow$

г.  $\oplus$

208. Формула  $p \vee 0$  логіки висловлень рівносильна формулі

а. 0

б.  $p$

в. 1

г.  $\bar{p}$

209. Булевих функцій від трьох змінних є

а. 1

б.  $2^3$

в.  $2^8$

г. безліч

210. Яка з наступних функцій належить  $T_1 \setminus T_0$ ?

- a. 0
- б.  $p \vee q$
- в.  $p \wedge q$
- г.  $p \rightarrow q$

211. Поліномів Жегалкіна від двох змінних є

- а. 1
- б. 4
- в. 16
- г. безліч

212. Сусіднім до булевого набору  $(0, 1, 1, 0)$  є набір

- а.  $(0, 0, 0, 0)$
- б.  $(0, 0, 1, 0)$
- в.  $(1, 1, 1, 1)$
- г.  $(1, 0, 0, 1)$

213. Яка з наступних булевих функцій не є монотонною?

- а.  $p \wedge q$
- б.  $p \vee q$
- в.  $p$
- г.  $p \oplus q$

214. Самодвоїстою є булева функція

- а.  $p$
- б.  $p \oplus q$
- в.  $p \leftrightarrow q$
- г.  $p \vee q$

215. Обчислити  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+a^2}}$ :

- а.  $\ln|x + \sqrt{x^2 + a^2}| + C$
- б.  $\arctg \frac{x}{a} + C$
- в.  $\arcsin \frac{x}{a} + C$
- г.  $\arccos \frac{x}{a} + C$

216. Обчислити  $\int \frac{dx}{\cos^2 x}$ :

- а.  $\operatorname{tg} x + C$
- б.  $-\operatorname{tg} x + C$
- в.  $-\operatorname{ctg} x + C$
- г.  $\frac{1}{\sin^2 x} + C$

217. Обчислити  $\int e^{3x+1} dx$ :

- а.  $\frac{1}{3}e^{3x+1} + C$
- б.  $3e^{3x+1} + C$
- в.  $e^{3x+1} + C$

г.  $e^{3x} + C$

218. Обчислити  $\int \frac{dx}{x}$ :

а.  $\ln|x| + C$

б.  $\frac{x^2}{2} + C$

в.  $-\frac{x^2}{2} + C$

г.  $\frac{1}{x^2} + C + C$

219. Обчислити  $\int \frac{dx}{x^2+a^2}$ :

а.  $\frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$

б.  $\operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$

в.  $-\operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$

г.  $\arcsin \frac{x}{a} + C + C$

220. Обчислити границю  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{2x}$ :

а.  $\frac{5}{2}$

б.  $\frac{5}{3}$

в.  $\frac{4}{3}$

г.  $\frac{4}{5}$

221. Обчислити границю  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{x}$ :

а. 3

б. 4

в. 2

г. 2,5

222. Обчислити границю  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x^2-x}$ :

а. 2

б. 1

в. 3

г. 4

223. Обчислити границю  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 5x}$ :

а. 0,4

б. 0,2

в. 0,3

г. 0,7

224. Обчислити границю  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+1}{x+2} \right)^{2x+1}$ :

а.  $e^{-2}$

б.  $e^{-1}$

в.  $e$

г.  $e^2$

225. Обчислити границю  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x}-1}{x}$ :

- a.  $\frac{1}{2}$
- б.  $\frac{1}{3}$
- в.  $\frac{2}{3}$
- г.  $\frac{3}{2}$

226. Обчислити границю  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\operatorname{tg} 7x}$ :

- a.  $\frac{3}{7}$
- б.  $\frac{7}{3}$
- в.  $\frac{3}{7}$
- г.  $\frac{7}{3}$

227. Обчислити границю  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \operatorname{tg}^2 \sqrt{x})^{\frac{1}{2x}}$ :

- a.  $e^{\frac{1}{2}}$
- б.  $e^{\frac{1}{3}}$
- в.  $e$
- г.  $e^{-\frac{1}{2}}$

228. Обчислити границю  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-3x)}{x}$ :

- а. -3
- б. -4
- в. -2
- г. -1

229. Обчислити похідну  $y'_x$ , якщо  $y = \frac{x}{\sin x + \cos x}$ :

- а.  $\frac{\sin x + \cos x + x(\sin x - \cos x)}{1 + \sin 2x}$
- б.  $\frac{\sin x + \cos x}{1 + \sin 2x}$
- в.  $\frac{\sin x - \cos x + x(\sin x + \cos x)}{1 + \sin 2x}$
- г.  $\frac{\sin x - \cos x}{1 + \sin 2x}$

230. Обчислити похідну  $y'_x$ , якщо  $y = \sqrt{1 + 2 \operatorname{tg} x}$ :

- а.  $\frac{1}{\sqrt{1+2\operatorname{tg} x} \cos^2 x}$
- б.  $-\frac{1}{\sqrt{1+2\operatorname{tg} x} \sin^2 x}$
- в.  $\frac{2}{\sqrt{1+2\operatorname{tg} x} \cos^2 x}$
- г.  $-\frac{2}{\sqrt{1+2\operatorname{tg} x} \sin^2 x}$

231. Обчислити похідну  $y'_x$ , якщо  $x = a \cos^3 t$ ,  $y = b \sin^3 t$ :

- а.  $-\frac{b}{a} \operatorname{tg} t$
- б.  $\frac{b}{a} \operatorname{tg} t$
- в.  $\frac{a}{b} \operatorname{tg} t$
- г.  $-\frac{a}{b} \operatorname{tg} t$

232. Область визначення функції  $y = \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt[3]{-x}}$  визначена умовою

- a.  $x > 0$
- б.  $x \geq 0$
- в.  $x = 0$
- г.  $x < 0$

233. Знайти похідну  $y'(x)$  функції  $y(x)$ , що задана неявно рівнянням  $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 2 = 0$ :

- a.  $\frac{x+1}{3-y}$
- б.  $\frac{x+1}{y-3}$
- в.  $\frac{x-1}{y+3}$
- г.  $\frac{x+1}{y+3}$

234. Знайти множину збіжності степеневого ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$ :

- a.  $[-1, 1)$
- б.  $(-1, 1)$
- в.  $[-1, 1]$
- г.  $(-1, 1]$

235. Змінити порядок інтегрування в інтегралі  $\int_{-2}^2 dx \int_{x^2}^4 f(x, y) dy$ :

- a.  $\int_0^4 dy \int_{-\sqrt{y}}^{\sqrt{y}} f(x, y) dx$
- б.  $\int_0^4 dy \int_{-y^2}^y f(x, y) dx$
- в.  $\int_{x^2}^4 dy \int_{-2}^2 f(x, y) dx$
- г.  $\int_0^4 dy \int_{-2}^2 f(x, y) dx$

236.  $\int \frac{1}{\sin^2 5x} dx =$

- a.  $-\frac{1}{5} \operatorname{ctg} 5x + C$
- б.  $\frac{1}{5} \operatorname{ctg} 5x + C$
- в.  $-5 \operatorname{ctg} 5x + C$
- г.  $\frac{1}{5} \operatorname{tg} 5x + C$

237.  $\int \frac{dx}{1-x^2} =$

- a.  $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{1+x}{1-x} \right| + C$
- б.  $\ln \left| \frac{1+x}{1-x} \right| + C$
- в.  $\frac{1}{6} \ln \left| \frac{1+x}{1-x} \right| + C$
- г.  $\frac{1}{4} \ln \left| \frac{1-x}{1+x} \right| + C$

238. Обчислити подвійний інтеграл  $\int \int_D , dx , dy$ , де область  $D$  — прямокутник, обмежений лініями  $x = 0, y = 0, x = a, y = b$ :

- a.  $ab$
- б.  $a + b$
- в.  $\frac{a+b}{2}$
- г. 1

239. Знайти значення  $r'\left(\frac{\pi}{8}\right)$ , якщо  $r(\varphi) = \sin^3 2\varphi$ :

- а.  $\frac{3}{\sqrt{2}}$
- б.  $\frac{2}{\sqrt{3}}$
- в. 3
- г.  $\frac{3}{2}$

240. Нехай  $y = f(x)$  — парна функція, а  $y = g(x)$  — непарна функція. Вкажіть, яка з функцій є парною:

- а.  $y = f(x) - g(|x|)$
- б.  $y = f(x)g(x)$
- в.  $y = f(x) + g(x)$
- г.  $y = f(x) - g(x)$

241. Інтеграл  $\int_0^2 \sqrt{4 - x^2} dx$  заміною  $x = 2 \sin t$  зводиться до інтеграла

- а.  $4 \int_0^{\pi/2} \cos^2 t dt$
- б.  $4 \int_0^{\pi} \cos t \sin t dt$
- в.  $2 \int_0^{\pi/2} \cos t dt$
- г.  $\int_0^{\pi/2} \cos^2 t dt$

242. Функція  $y = 3x^3 + 2x^2 - 2$  на інтервалі  $(0; 2)$

- а. монотонно зростає
- б. має максимум
- в. має мінімум
- г. монотонно спадає

243. Функція  $y = F(x)$  є первісною для функції  $y = f(x)$ . Вкажіть яка з функцій є первісною для  $y = 2f(-2x)$ :

- а.  $y = -F(-2x)$
- б.  $y = -2F(-2x)$
- в.  $y = 2F(-2x)$
- г.  $y = -\frac{1}{2}F(-2x)$

244. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt{n^2 + 4} - \sqrt{n^2 - 4})$ :

- а. 4
- б. -4
- в. 8
- г. -8

245. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1} + 3^{n+1}}{2^n + 3^n}$ :

- а. 3
- б. 2
- в.  $\frac{2}{3}$
- г.  $\frac{3}{2}$

246. Яка функція є парною?

- a.  $f(x) = x^2 + \ln|x|$
- б.  $f(x) = x^4 - \sin x$
- в.  $f(x) = \operatorname{tg}(2x + 1)$
- г.  $f(x) = \cos x - \sin^3 x$

247. Знайти область визначення функції  $y = \frac{x+2}{2x-5}$ :

- а.  $(-\infty; 2, 5) \cup (2, 5; +\infty)$
- б.  $(-\infty; +\infty)$
- в.  $(-\infty; 5) \cup (5; +\infty)$
- г.  $(0; +\infty)$

248. Знайти множину значень функції  $y = x^2$ ,  $x \in [-3, 2]$ :

- а.  $y \in [0; 9]$
- б.  $y \in [4; 9]$
- в.  $y \in [0; 9)$
- г.  $y \in (4; 9]$

249. Для функції  $y = \lg \frac{x}{2}$  знайти обернену:

- а.  $x = 2 \cdot 10^y$ ,  $y \in (-\infty; +\infty)$
- б.  $x = 10^y$ ,  $y \in (-\infty; +\infty)$
- в.  $x = 10^{2y}$ ,  $y \in (-\infty; +\infty)$
- г.  $x = 2 \cdot 10^y$ ,  $y \in (0; +\infty)$

250. Записати у явному вигляді функцію  $y$ , задану рівнянням  $10^x + 10^y = 10$ :

- а.  $y = \lg(10 - 10^x)$ ,  $-\infty < x < 1$
- б.  $y = \lg(10 - x)$ ,  $-\infty < x < 1$
- в.  $y = \lg(10 - 10^x)$ ,  $-\infty < x < -1$
- г.  $y = \lg(10 - 10x)$ ,  $-\infty < x < 1$

251. Обчислити інтеграл  $\int \frac{dx}{\sqrt[n]{x}}$ :

- а.  $\frac{n}{n-1} \sqrt[n]{x^{n-1}} + C$
- б.  $\frac{n-1}{n} \sqrt[n]{x^{n-1}} + C$
- в.  $\frac{n+1}{n} \sqrt[n-1]{x^n} + C$
- г.  $\frac{n}{n-1} \sqrt[n-1]{x^n} + C$

252. Обчислити інтеграл  $\int\limits_2^6 \sqrt{x-2} dx$ :

- а.  $\frac{16}{3}$
- б.  $\frac{8}{3}$
- в.  $-\frac{16}{3}$
- г. 16

253. Знайти площину, обмежену параболою  $y = 4x - x^2$  і віссю абсцис:

а.  $s = \frac{32}{3}$

б.  $s = \frac{32}{5}$

в.  $s = 32$

г.  $s = \frac{31}{3}$

254. Написати рівняння дотичної до параболи  $y = \sqrt{x}$  у точці  $A(4, 2)$ :

а.  $x - 4y + 4 = 0$

б.  $x + 4y + 4 = 0$

в.  $x - 4y - 4 = 0$

г.  $-x - 4y + 4 = 0$

255. Знайти суму ряду  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n}{n!}$ :

а.  $e^3$

б.  $\operatorname{arctg} 3$

в.  $\ln 3$

г. 3

256. Якщо перехід від прямокутних координат  $(x, y, z)$  до сферичних  $(r, \theta, \varphi)$  здійснюється за формулами  $x = r \sin \theta \cos \varphi$ ,  $y = r \sin \theta \sin \varphi$ ,  $z = r \cos \theta$ , то якобіан цього відображення дорівнює:

а.  $r^2 \sin \theta$

б.  $r$

в.  $r \sin \theta$

г.  $r \sin \varphi$

257. Якщо  $f''(x) < 0$  на інтервалі  $(a, b)$ , то графік функції  $y = f(x)$  на цьому інтервалі

а. опуклий вгору

б. опуклий вниз

в. має перегин

г. має максимум

258. Дві нескінченно малі при  $x \rightarrow x_0$  функції  $f$  і  $g$  називають еквівалентними, якщо

а.  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$

б.  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$

в.  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \infty$

г.  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \pi$

259. Графік функції  $y = f(2x)$  можна побудувати, якщо щодо графіка функції  $y = f(x)$  здійснити

а. стиск у 2 рази вздовж осі  $Ox$

б. стиск у 2 рази вздовж осі  $Oy$

в. розтяг у 2 рази вздовж осі  $Ox$

г. розтяг у 2 рази вздовж осі  $Oy$

260.  $\int_a^b u(x) dv(x) =$

- a.  $u(x)v(x) \Big|_a^b - \int_a^b v(x) du(x)$
- б.  $u(x)v(x) \Big|_a^b + \int_a^b v(x) du(x)$
- в.  $u(x)v(x) - \int_a^b v(x) du(x)$
- г.  $u(x)v(x) \Big|_a^b$

261. Числовий ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} q^n$ , де  $q > 0$ , збіжний при

- а.  $q < 1$
- б.  $q \leq 1$
- в.  $q > 1$
- г.  $q \geq 1$

262. Для числового ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  умова  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$  є

- а. необхідною умовою збіжності
- б. достатньою умовою збіжності
- в. необхідною і достатньою умовою збіжності
- г. правильної відповіді немає

263. Розклад функції  $\ln(1 + x)$  в ряд Маклорена має вигляд

- а.  $x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^6}{6} + \dots$
- б.  $x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^6}{6} + \dots$
- в.  $x - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} - \frac{x^4}{4!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^6}{6!} + \dots$
- г.  $x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^6}{6!} + \dots$

264. Функції  $f(x) = \lg x^2$  і  $g(x) = 2 \lg x$

- а. тотожні для всіх  $x \in (0, +\infty)$
- б. тотожні для всіх  $x \in [0, +\infty)$
- в. тотожні для всіх  $x \in (-\infty, +\infty)$
- г. не рівні для жодного аргументу

265. Функція  $f(x)$  неперервна в точці  $x_0$ , якщо

- а.  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$
- б.  $\exists \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$
- в.  $\lim_{x \rightarrow x_0-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0+0} f(x)$
- г. функція визначена в точці  $x_0$

266. Похідну функції  $y = y(x)$ , заданої параметрично як  $x = x(t)$ ,  $y = y(t)$ , обчислюють за формулою

- а.  $y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$

б.  $y'_x = \frac{x'_t}{y'_t}$

в.  $y'_x = x'_t y'_t$

г.  $y'_x = x'_t (y'_t)^2$

267. Радіус збіжності степеневого ряду  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(x - x_0)^n$  обчислюють за формулою

а.  $R = \frac{1}{\liminf_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|a_n|}}$

б.  $R = \limsup_{n \rightarrow \infty} |a_n|^n$

в.  $R = \frac{1}{\limsup_{n \rightarrow \infty} |a_n|^n}$

г.  $R = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|a_n|}$

268. Ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n}$  є

а. умовно збіжним

б. абсолютно збіжним

в. розбіжним

г. неможливо дослідити на збіжність

269. Графік функції  $y = f(\frac{1}{2}x)$  можна побудувати, якщо щодо графіка функції  $y = f(x)$  здійснити

а. розтяг у 2 рази вздовж осі  $Ox$

б. стиск у 2 рази вздовж осі  $Oy$

в. стиск у 2 рази вздовж осі  $Ox$

г. розтяг у 2 рази вздовж осі  $Oy$

270. Графік функції  $y = \frac{1}{2}f(x)$  можна побудувати, якщо щодо графіка функції  $y = f(x)$  здійснити

а. стиск у 2 рази вздовж осі  $Oy$

б. розтяг у 2 рази вздовж осі  $Ox$

в. стиск у 2 рази вздовж осі  $Ox$

г. розтяг у 2 рази вздовж осі  $Oy$

271. Графік функції  $y = f(x + 1)$  можна побудувати, якщо щодо графіка функції  $y = f(x)$  здійснити

а. перенос на 1 вліво вздовж осі  $Ox$

б. перенос на 1 вправо вздовж осі  $Ox$

в. перенос на 1 вгору вздовж осі  $Oy$

г. перенос на 1 вниз вздовж осі  $Oy$

272. Графік функції  $y = f(x) + 1$  можна побудувати, якщо щодо графіка функції  $y = f(x)$  здійснити

а. перенос на 1 вгору вздовж осі  $Oy$

б. перенос на 1 вправо вздовж осі  $Ox$

в. перенос на 1 вліво вздовж осі  $Ox$

г. перенос на 1 вниз вздовж осі  $Oy$

273. Кожна непорожня обмежена зверху множина має

- а. точну верхню грань
- б. точну нижню грань
- в. мінімум
- г. максимум

274. Для множин натуральних, цілих та раціональних чисел виконуються включення

- а.  $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$
- б.  $\mathbb{N} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{Z}$
- в.  $\mathbb{Q} \subset \mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$
- г.  $\mathbb{Z} \subset \mathbb{N} \subset \mathbb{Q}$

275. Множина дійсних чисел

- а. містить єдиний нуль
- б. не містить одиничного елемента
- в. містить обернений елемент до будь-якого дійсного числа
- г. не містить нульового елемента

276. Визначити тип рівняння другого порядку  $u_{xx} + 4u_{xy} - 5u_{yy} = 0$

- а. гіперболічний
- б. параболічний
- в. еліптичний
- г. ергодичний

277. Визначити тип рівняння другого порядку  $u_{xx} - 24u_{xy} + 10u_{yy} = 0$

- а. гіперболічний
- б. параболічний
- в. еліптичний
- г. ергодичний

278. Визначити тип рівняння другого порядку  $u_{xx} + 8u_{xy} + 16u_{yy} = 0$

- а. параболічний
- б. гіперболічний
- в. еліптичний
- г. ергодичний

279. Визначити тип рівняння другого порядку  $u_{xx} - 12u_{xy} + 36u_{yy} = 0$

- а. параболічний
- б. гіперболічний
- в. еліптичний
- г. ергодичний

280. Визначити тип рівняння другого порядку  $u_{xx} + 8u_{xy} + 17u_{yy} = 0$

- а. еліптичний
- б. гіперболічний
- в. параболічний
- г. ергодичний

281. Визначити тип рівняння другого порядку  $u_{xx} - 6u_{xy} + 10u_{yy} = 0$
- еліптичний
  - гіперболічний
  - параболічний
  - ергодичний
282. Яке з наступних рівнянь є другою канонічною формою рівнянь гіперболічного типу?
- $u_{xy} + f(x, y, u, u_x, u_y) = 0$
  - $u_{xx} + u_{yy} + f(x, y, u, u_x, u_y) = 0$
  - $u_{xx} + f(x, y, u, u_x, u_y) = 0$
  - $u_{yy} + f(x, y, u, u_x, u_y) = 0$
283. Добутком двох випадкових подій є подія, яка полягає в тому, що:
- відбулися обидві події
  - відбулася тільки одна з двох подій
  - відбулася хоча б одна з двох подій
  - не відбулася одна з подій
284. Протилежною до суми двох подій є подія, яка полягає в тому, що:
- не відбулася хоча б одна із подій
  - не відбулися обидві події
  - одна подія відбулася, а інша ні
  - відбулася хоча б одна із подій
285. Протилежною до добутку двох подій є подія, яка полягає в тому, що:
- відбулася хоча б одна із подій
  - не відбулися обидві події
  - одна подія відбулася, а інша ні
  - не відбулася хоча б одна із подій
286. Ймовірність суми двох подій  $A$  і  $B$  обчислюється за формулою:
- $P(A + B) = P(A) + P(B)$
  - $P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B)$
  - $P(A + B) = P(A) + P(B) + P(A \cdot B)$
  - $P(A + B) = P(A) + P(B) + P(\overline{A \cdot B})$
287. Ймовірність добутку несумісних подій дорівнює:
- доброту ймовірностей цих подій
  - сумі ймовірностей цих подій
  - нулю
  - одиниці
288. Ймовірність добутку незалежних подій дорівнює:
- доброту ймовірностей цих подій
  - сумі ймовірностей цих подій
  - нулю

г. одиниці

289. За формулою повної ймовірності ймовірність події  $A$  дорівнює (де  $\{H_k : 1 \leq k \leq n\}$  - повна група подій):

- a.  $\sum_{k=1}^n P(A/H_k)$
- б.  $\sum_{k=1}^n P(H_k/A)$
- в.  $\sum_{k=1}^n P(H_k) \cdot P(A/H_k)$
- г.  $\sum_{k=1}^n P(H_k) \cdot P(H_k/A)$

290. Формула Байєса має вигляд (де  $\{H_k : 1 \leq k \leq n\}$  - повна група подій):

- a.  $P(A/H_i) = \frac{\sum_{k=1}^n P(H_k/A) \cdot P(H_k)}{P(H_i/A) \cdot P(H_i)}$
- б.  $P(A/H_i) = \frac{\sum_{k=1}^n P(A/H_k) \cdot P(H_k)}{P(A/H_i) \cdot P(H_i)}$
- в.  $P(H_i/A) = \frac{P(H_i) \cdot P(A/H_i)}{\sum_{k=1}^n P(H_k/A) \cdot P(H_k)}$
- г.  $P(H_i/A) = \frac{P(A/H_i) \cdot P(H_i)}{\sum_{k=1}^n P(A/H_k) \cdot P(H_k)}$

291. Математичним сподіванням дискретної випадкової величини з розподілом  $(x_i; p_i)$  є:

- a.  $\frac{1}{n} \sum_i x_i$
- б.  $\sum_i x_i \cdot p_i$
- в.  $\sum_i x_i \cdot p_i^2$
- г.  $\sum_i x_i^2 \cdot p_i$

292. З наступних чотирьох тверджень про канторову множину виберіть правильне:

- а. всі точки канторової множини - ізольовані
- б. канторова множина - відкрита
- в. канторова множина - незліченна
- г. лінійна міра Лебега канторової множини дорівнює 1

293. Знайти  $\lim_{z \rightarrow i} \frac{z-i}{z^2+1}$ .

- а.  $-\frac{1}{2}i$
- б.  $\frac{1}{2}i$
- в.  $2i$
- г.  $-2i$

294. Вказати множину тих значень  $z$ , в яких коефіцієнт лінійного розтягу відображення  $w = z^2 - 2z$  дорівнює 2.

- а.  $\{z : |z - 1| = 1\}$
- б.  $\{z : |z - 2| = 2\}$
- в.  $\{z : |z - 1| = 2\}$
- г.  $\{z : |z - 2| = 1\}$

295. Знайти образ множини  $\{z : 2 < |z| < 3, -\frac{\pi}{6} < \arg z < \frac{\pi}{4}\}$  при відображення  $w = z^2$ .

- а.  $\{w : 4 < |w| < 9, -\frac{\pi}{3} < \arg w < \frac{\pi}{2}\}$
- б.  $\{w : 4 < |w| < 9, -\frac{\pi}{2} < \arg w < \frac{\pi}{3}\}$
- в.  $\{w : 4 < |w| < 9, -\frac{\pi}{2} < \arg w < \frac{\pi}{2}\}$

г.  $\{w : 4 < |w| < 9, -\frac{\pi}{3} < \arg w < \frac{\pi}{3}\}$

296. Якщо  $z = 1$ , то

- а.  $\sqrt{z} = \pm 1$
- б.  $\sqrt{z} = 1$
- в.  $\sqrt{z} = 0$
- г.  $\sqrt{z} = -1$

297. Північний полюс на сфері при стереографічній проекції є образом:

- а. нескінченно віддаленої точки
- б. початку відліку
- в. точки  $z = 5 - 4i$
- г. будь-якої точки вигляду  $z = \cos \varphi + i \sin \varphi, 0 \leq \varphi \leq 2\pi$

298. Норма вектора  $(1, 1/2, \dots, 1/2^n, \dots)$  у просторі  $\ell_3$  дорівнює

- а. 1
- б. 2
- в.  $\sqrt{4/3}$
- г.  $\sqrt[3]{8/7}$

299. Норма елемента  $x(t) = \sin(t)$  у просторі  $L_2[0, \pi]$  дорівнює

- а. 1
- б. 2
- в. 3
- г.  $\sqrt{\pi/2}$

300. Простір  $L_1[a, b]$  не є

- а. гільбертовим
- б. банаховим
- в. нормованим
- г. лінійним

## Основний рівень

1. Елемент  $s$  напівгрупи  $S$  з одиницею  $e$  називається оберточним, якщо для деякого  $x \in S$ 
  - а.  $se = x$
  - б.  $s^{-1}s = x$
  - в.  $sx = xs = e$
  - г. інша відповідь
2. Модулем комплексного числа  $z = x + iy$ , де  $x, y \in \mathbb{R}$ , називається число
  - а.  $\sqrt{x^2 + y^2}$
  - б.  $x^2 + y^2$
  - в.  $\sqrt{(x + y)^2}$
  - г.  $|x| + |y|$
3. Скільки елементів містить симетрична група  $S_n$ ?

- а.  $n!$
- б.  $n$
- в.  $\frac{n!}{2}$
- г. інша відповідь

4. Яке з чисел є характеристикою деякого поля?

- а. 7
- б. 8
- в. 9
- г. 10

5. Попарно неізоморфних груп порядку 4 існує рівно

- а. 0
- б. 1
- в. 2
- г. 4

6. Записом комплексного числа  $z = -\cos \varphi - i \sin \varphi$  в тригонометричній формі є

- а.  $z = \cos(\pi + \varphi) + i \sin(\pi + \varphi)$
- б.  $z = \cos(-\varphi) + i \sin(-\varphi)$
- в.  $z = \cos(\pi - \varphi) + i \sin(\pi - \varphi)$
- г.  $z = \cos(\frac{\pi}{2} + \varphi) + i \sin(\frac{\pi}{2} + \varphi)$

7. Для того, щоб два многочлени мали спільний корінь, необхідно і достатньо, щоб

- а. їхній результат дорівнював нулю
- б. один з них був дільником іншого
- в. вони мали рівні дискримінанти
- г. вони ділилися один на одного

8. Скільки існує абелевих груп, які містять неабелеву підгрупу?

- а. 0
- б. 1
- в. 5
- г. безліч

9. Яка з наступних груп є нескінченною абелевою?

- а.  $A_3$
- б.  $\mathbb{R}$
- в.  $V_4$
- г.  $D_3$

10. Яка з наступних структур є групою?

- а.  $(\mathbb{R}, +)$
- б.  $(\mathbb{R}, \cdot)$
- в.  $(\mathbb{R}, -)$
- г.  $(\mathbb{R}, /)$

11. Підгрупи якого порядку містить циклічна група порядку 7?

- a. 1 і 7
- б. 1, 3, 4, 7
- в. 3, 4
- г. інша відповідь

12. Теорема Вільсона стверджує, що

- a.  $(p - 1)! + 1 \equiv 0 \pmod{p}$
- б.  $(p - 1)! - 1 \equiv 0 \pmod{p}$
- в.  $(p - 1)! \equiv 0 \pmod{p}$
- г. інша відповідь

13. Чому дорівнює кількість натуральних чисел, які не перевищують натурального числа  $N$  і діляться на просте  $p$ ?

- a.  $\left[ \frac{N}{p} \right]$
- б.  $\left[ \frac{N}{p} \right] + 1$
- в.  $\frac{N}{p}$
- г. інша відповідь

14. Яка з конгруенцій правильна?

- а.  $-7 \equiv 8 \pmod{5}$
- б.  $-7 \equiv 8 \pmod{4}$
- в.  $-1 \equiv 1 \pmod{3}$
- г.  $-3 \equiv 3 \pmod{2013}$

15. Скільки елементів містить знакозмінна група  $A_n$ ?

- а.  $n!$
- б.  $n$
- в.  $\frac{n!}{2}$
- г. інша відповідь

16. Яка з наступних груп є циклічною?

- а.  $(\mathbb{Z}, +)$
- б.  $S_3$
- в.  $(\mathbb{R}, +)$
- г.  $Q_8$

17. Порядок групи  $S_5$  дорівнює

- а. 24
- б. 12
- в. 4
- г. інша відповідь

18. Скільки існує цикліческих груп, які містять нециклическі підгрупи?

- а. 0

- б. 1
  - в. 5
  - г. безліч
19. Для того, щоб напівгрупа була групою, необхідно і достатньо, щоб вона була
- а. квазігрупою
  - б. групоїдом
  - в. моногрупою
  - г. біноїдом
20. Теорему про нескінченність множини простих чисел називають теоремою
- а. Евкліда
  - б. Діріхле
  - в. Ейлера
  - г. Вільсона
21. Остача від ділення 117 на 11 в кільці цілих чисел дорівнює
- а. 0
  - б. 3
  - в. 7
  - г. 4
22. Розв'яжіть в простих числах рівняння  $\varphi(p^2) = 20$ , де  $\varphi$  - функція Ейлера.
- а.  $-4$
  - б.  $2\sqrt{5}$
  - в. 3
  - г. 5
23. Значення функції  $\tau(n)$  для  $n = 392$  дорівнює
- а. 5
  - б. 6
  - в. 12
  - г. інша відповідь
24. Значення ланцюгового дробу  $[2; 1; 2]$  дорівнює
- а. 5
  - б. 3
  - в.  $\frac{7}{2}$
  - г.  $\frac{8}{3}$
25. Канонічний розклад числа  $7!$  має вигляд
- а.  $2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$
  - б.  $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$
  - в.  $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$
  - г. інша відповідь
26. Елемент  $e$  напівгрупи  $S$  називається правою одиницею, якщо для будь-якого  $s \in S$

- а.  $se = s$
- б.  $s^{-1}s = e$
- в.  $es = s$
- г. інша відповідь

27. Для груп  $(G, \circ)$  і  $(H, *)$  гомоморфізм  $\varphi : G \rightarrow H$  називається ізоморфізмом, якщо він є

- а. ін'єктивним
- б. сюр'єктивним
- в. біективним
- г. інша відповідь

28. Порядок групи  $D_3$  дорівнює

- а. 3
- б. 6
- в. 4
- г. інша відповідь

29. Група називається абелевою, якщо задана на ній бінарна операція  $\epsilon$

- а. комутативною
- б. асоціативною
- в. дистрибутивною
- г. неперервною

30. Яка з наступних груп є неабелевою?

- а.  $\mathbb{Z}$
- б.  $\mathbb{R}$
- в.  $V_4$
- г.  $D_3$

31. Одиницею групи  $(\mathbb{Z}, +)$  є число

- а. -1
- б. 0
- в. 1
- г. інша відповідь

32. Яка з наступних структур є моноїдом, але не є групою?

- а.  $(\mathbb{Z}, +)$
- б.  $(\mathbb{Z}, \cdot)$
- в.  $(\mathbb{Z}, -)$
- г.  $(\mathbb{Z}, /)$

33. Яка з підгруп не є нормальнюю в симетричній групі  $S_3 = \{(1), (12), (13), (23), (123), (132)\}$ ?

- а.  $S_3$
- б.  $\{(1)\}$
- в.  $\{(1), (23)\}$

г.  $\{(1), (123), (132)\}$

34. Елемент  $e$  напівгрупи  $S$  називається одиницею, якщо для будь-якого  $s \in S$

- а.  $se = s$
- б.  $s^{-1}s = e$
- в.  $es = s$
- г.  $es = se = s$

35. Для груп  $(G, \circ)$  і  $(H, *)$  гомоморфізм  $\varphi : G \rightarrow H$  називається вкладенням (мономорфізмом), якщо він є

- а. ін'єктивним
- б. сюр'єктивним
- в. біективним
- г. інша відповідь

36. Комутатор  $[a, b]$  елементів  $a, b$  групи  $G$  дорівнює

- а.  $b^{-1}ab$
- б.  $a^{-1}b^{-1}ab$
- в.  $ab$
- г. інша відповідь

37. Скільки існує попарно неізоморфних груп порядку 5?

- а. 1
- б. 2
- в. 3
- г. 5

38. Оберненим до елемента 3 групи  $(\mathbb{Z}, +)$  є елемент

- а.  $\frac{1}{3}$
- б. 0
- в. -3
- г. інша відповідь

39. Порядок групи  $Q_8$  дорівнює

- а. 4
- б. 16
- в. 8
- г. інша відповідь

40. Порядок групи  $S_4$  дорівнює

- а. 24
- б. 12
- в. 4
- г. інша відповідь

41. Яка з наступних груп є абелевою?

- a.  $\mathbb{Z}$
- б.  $Q_8$
- в.  $A_4$
- г.  $D_3$

42. Яка з підмножин є ідеалом кільця  $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ ?

- а.  $Q$
- б.  $\mathbb{R}$
- в.  $\mathbb{Z}$
- г.  $\mathbb{N}$

43. Порядок знакозмінної групи  $A_4$  дорівнює

- а. 4
- б. 6
- в. 24
- г. 12

44. Серед підстановок, заданих циклами, парною є

- а.  $(12)$
- б.  $(13)$
- в.  $(23)$
- г.  $(123)$

45. Група симетрій ромба є

- а. циклічною
- б. простою
- в. нескінченною
- г. абелевою

46. Кількість підгруп циклічної групи  $C_6$  дорівнює

- а. 2
- б. 3
- в. 6
- г. 4

47. Кількість нецикліческих груп простого порядку дорівнює

- а. 0
- б. 1
- в. 2
- г.  $\omega$

48. Кількість різних нормальніх підгруп в симетричній групі  $S_3$  дорівнює

- а. 1
- б. 2
- в. 6
- г. 3

49. Простою є група

- а.  $C_4$
- б.  $C_5$
- в.  $C_6$
- г.  $S_3$

50. Нульовим елементом кільця  $(\mathbb{R}, +, \cdot)$  є число

- а. 1
- б. 2
- в. 2019
- г. 0

51. Характеристика кільця  $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$  дорівнює

- а. 0
- б. 2
- в. 2019
- г. 4

52. Ідемпотентами кільця  $(\mathbb{R}, +, \cdot)$  є

- а. 1, 2 і 3
- б. всі елементи кільця
- в. -1 і 1
- г. 0 і 1

53. Оборотними елементами кільця  $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$  є

- а. 1, 2 і 3
- б. всі елементи кільця
- в. 0 і 1
- г. -1 і 1

54. Простим елементом кільця  $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$  є

- а. -5
- б. 4
- в. -6
- г. 2019

55. Асоційованими елементами в кільці  $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$  є

- а. 1, 2 і 3
- б. всі елементи кільця
- в. 0 і 1
- г. -2019 і 2019

56. Елемент 2 кільця цілих гаусових чисел  $\mathbb{Z}[i]$  є

- а. дільником нуля
- б. оборотним
- в. простим

г. складеним

57. Площина, рівняння якої  $ax + cz + d = 0$  ( $acd \neq 0$ ), паралельна
- а. тільки до осі  $OX$
  - б. тільки до осі  $OY$
  - в. тільки до осі  $OZ$
  - г. до площини  $XOY$
58. Встановити вид чотирикутника  $ABCD$  з вершинами у точках  $A(0; 0)$ ,  $B(1; 3)$ ,  $C(4; 4)$ ,  $D(3; 1)$ :
- а. ромб
  - б. прямокутник
  - в. квадрат
  - г. трапеція
59. Конічна поверхня - це поверхня, утворена прямими, які
- а. проходять через задану точку і перетинають задану лінію
  - б. проходять через задану точку
  - в. паралельні заданій прямій і перетинають задану лінію
  - г. паралельні заданій прямій
60. Рівняння  $9x^2 - 4y^2 - 4z^2 = 0$  задає в просторі
- а. еліпсоїд
  - б. конічну поверхню
  - в. циліндричну поверхню
  - г. однопорожнинний гіперболоїд
61. Рівняння  $9x^2 + 4y^2 + 4z^2 = 36$  задає в просторі
- а. еліпсоїд
  - б. конічну поверхню
  - в. циліндричну поверхню
  - г. однопорожнинний гіперболоїд
62. Рівняння  $9x^2 - 4z^2 = 36$  задає в просторі
- а. еліпсоїд
  - б. конічну поверхню
  - в. циліндричну поверхню
  - г. однопорожнинний гіперболоїд
63. Рівняння  $9x^2 + 4y^2 - 4z = 0$  задає в просторі
- а. еліпсоїд
  - б. конічну поверхню
  - в. циліндричну поверхню
  - г. еліптичний параболоїд
64. Прямолінійні твірні поверхні другого порядку - це прямі, які
- а. перетинають поверхню в одній точці

- б. перетинають поверхню в двох точках
- в. дотикаються до поверхні
- г. інша відповідь

65. Лінія першого порядку на площині — це

- а. довільна замкнена лінія без самоперетинів
- б. довільна замкнена лінія
- в. пряма
- г. коло

66. Нерівність  $ax + by + c \leq 0$  визначає на площині

- а. пряму
- б. відрізок
- в. круг
- г. півплощину

67. Вектори  $\vec{a} = x_1\vec{i} + y_1\vec{j} + z_1\vec{k}$ ,  $\vec{b} = x_2\vec{i} + y_2\vec{j} + z_2\vec{k}$  ортогональні, якщо

- а.  $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2}$
- б.  $x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2 = 0$
- в.  $\frac{x_1}{x_2} + \frac{y_1}{y_2} + \frac{z_1}{z_2} = 0$
- г.  $(x_1 + y_1 + z_1)(x_2 + y_2 + z_2) = 0$

68. Вектори  $\vec{a} = x_1\vec{i} + y_1\vec{j} + z_1\vec{k}$ ,  $\vec{b} = x_2\vec{i} + y_2\vec{j} + z_2\vec{k}$  колінеарні, якщо

- а.  $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2}$
- б.  $x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2 = 0$
- в.  $\frac{x_1}{x_2} + \frac{y_1}{y_2} + \frac{z_1}{z_2} = 0$
- г.  $(x_1 + y_1 + z_1)(x_2 + y_2 + z_2) = 0$

69. Рівняння прямої у відрізках на осіах — це рівняння вигляду

- а.  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 0$
- б.  $Ax + By = C$
- в.  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$
- г.  $ax + by = 1$

70. Рівняння площини, яка проходить через три точки  $M_1(x_1, y_1, z_1)$ ,  $M_2(x_2, y_2, z_2)$ ,  $M_3(x_3, y_3, z_3)$ , записується у вигляді

$$\begin{array}{l}
 \text{а. } \begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 1 \\
 \text{б. } \begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 0 \\
 \text{в. } \begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 1
 \end{array}$$

г.  $xx_1 + yy_2 + zz_3 = 0$

71. Відстань від точки  $A(x_0, y_0)$  до прямої  $ax + by + c = 0$  можна обчислити за допомогою формулі

- a.  $\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$
- б.  $|ax_0 + by_0 + c|$
- в.  $\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{|a|+|b|}}$
- г.  $\frac{|ax_0+by_0|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$

72. Кут між прямими  $y = k_1x + b_1$  та  $y = k_2x + b_2$  дорівнює

- а.  $\text{arcctg} \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2} \right|$
- б.  $\arctg \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2} \right|$
- в.  $\tg \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2} \right|$
- г.  $\left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2} \right|$

73. Рівняння асимпtot гіперболи  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  має вигляд

- а.  $x = \pm \frac{a}{\varepsilon}$
- б.  $y = \pm \varepsilon x$
- в.  $y = \pm \frac{a}{b} x$
- г.  $y = \pm \frac{b}{a} x$

74. Прямі  $A_1x + B_1y + C_1 = 0$  та  $A_2x + B_2y + C_2 = 0$  паралельні, якщо

- а.  $A_1A_2 + B_1B_2 = 0$
- б.  $A_1B_1 + A_2B_2 = 0$
- в.  $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2}$
- г.  $\frac{A_1}{A_2} = \frac{C_1}{C_2}$

75. Еліпсом називається геометричне місце точок площини, для яких

- а. відстань до заданої точки дорівнює відстані до заданої прямої
- б. сума відстаней до двох фікованих точок є величина стала
- в. добуток відстаней до двох фікованих точок є величина стала
- г. модуль різниці відстаней до двох фікованих точок є величина стала

76. Гіпербою називається геометричне місце точок площини, для яких

- а. відстань до заданої точки дорівнює відстані до заданої прямої
- б. сума відстаней до двох фікованих точок є величина стала
- в. добуток відстаней до двох фікованих точок є величина стала
- г. модуль різниці відстаней до двох фікованих точок є величина стала

77. Параболою називається геометричне місце точок площини, для яких

- а. відстань до заданої точки дорівнює відстані до заданої прямої
- б. сума відстаней до двох фікованих точок є величина стала
- в. добуток відстаней до двох фікованих точок є величина стала

г. модуль різниці відстаней до двох фіксованих точок є величина стала

78. Поверхня першого порядку — це

- а. довільна замкнена поверхня
- б. круг
- в. площа
- г. сфера

79. Площа, задана рівнянням  $by + cz + d = 0$  ( $bcd \neq 0$ ), паралельна

- а. тільки до осі  $Ox$
- б. тільки до осі  $Oy$
- в. тільки до осі  $Oz$
- г. до площини  $xOy$

80. Площа, задана рівнянням  $ax + cz + d = 0$  ( $acd \neq 0$ ), паралельна

- а. тільки до осі  $Ox$
- б. тільки до осі  $Oy$
- в. тільки до осі  $Oz$
- г. до площини  $xOy$

81. Більше, ніж два головні діаметри має

- а. еліпс
- б. коло
- в. парабола
- г. гіпербола

82. Для прямої з рівнянням  $Ax + By + C = 0$  пара чисел  $(A, B)$  — це

- а. координати напрямного вектора прямої
- б. координати точки, через яку проходить пряма
- в. величини відрізків, які відтинає пряма на осях координат
- г. координати перпендикулярного (нормального) вектора

83. Для прямої з рівнянням  $Ax + By + C = 0$  пара чисел  $(-B, A)$  — це

- а. координати напрямного вектора прямої
- б. координати точки, через яку проходить пряма
- в. величини відрізків, які відтинає пряма на осях координат
- г. координати перпендикулярного (нормального) вектора

84. Яка з наступних ліній не має центра симетрії?

- а. гіпербола
- б. парабола
- в. коло
- г. еліпс

85. Канонічне рівняння прямої в просторі має вигляд

- а.  $m(x - x_0) = n(y - y_0) = p(z - z_0)$

- б.  $\frac{x-x_0}{m} - \frac{y-y_0}{n} - \frac{z-z_0}{p} = 0$   
 в.  $\frac{x-x_0}{m} + \frac{y-y_0}{n} + \frac{z-z_0}{p} = 0$   
 г.  $\frac{x-x_0}{m} = \frac{y-y_0}{n} = \frac{z-z_0}{p}$

86. Рівняння площини в просторі, яка проходить через дану точку, має вигляд

- а.  $m(x - x_0) + n(y - y_0) + p(z - z_0) = 0$   
 б.  $\frac{x-x_0}{m} - \frac{y-y_0}{n} - \frac{z-z_0}{p} = 0$   
 в.  $\frac{x-x_0}{m} + \frac{y-y_0}{n} + \frac{z-z_0}{p} = 0$   
 г.  $\frac{x-x_0}{m} = \frac{y-y_0}{n} = \frac{z-z_0}{p}$

87. Відстань від точки  $A(x_0, y_0, z_0)$  до площини  $ax + by + cz + d = 0$  можна обчислити за допомогою формули

- а.  $\frac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$   
 б.  $|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|$   
 в.  $\frac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{\sqrt{|a|+|b|+|c|}}$   
 г.  $\frac{|ax_0+by_0+cz_0|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2+d^2}}$

88. Еліпсоїд — це поверхня, канонічне рівняння якої в прямокутній декартовій системі координат має наступний вигляд:

- а.  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$   
 б.  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -10$   
 в.  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$   
 г.  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$

89. Однопорожнинний гіперболоїд — це поверхня, канонічне рівняння якої в прямокутній декартовій системі координат має наступний вигляд:

- а.  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$   
 б.  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -10$   
 в.  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$   
 г.  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$

90. Двопорожнинний гіперболоїд — це поверхня, канонічне рівняння якої в прямокутній декартовій системі координат має наступний вигляд:

- а.  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$   
 б.  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$   
 в.  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$   
 г.  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$

91. Ексцентриситетом еліпса  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  (позначено  $c^2 = a^2 - b^2$ ) називається число:

- а.  $\frac{b}{a}$   
 б.  $\frac{a}{c}$   
 в.  $\frac{b}{c}$

Г.  $\frac{c}{a}$

92. Ексцентриситетом гіперболи  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  (позначено  $c^2 = a^2 + b^2$ ) називається число:

- а.  $\frac{b}{a}$
- б.  $\frac{a}{c}$
- в.  $\frac{b}{c}$
- г.  $\frac{c}{a}$

93. Знайти довжину проекції вектора  $\vec{a} = (2; -1; -2)$  на вектор  $\vec{b}$ , якщо кут між цими векторами рівний  $\frac{\pi}{3}$ :

- а. 4,5
- б. 1,5
- в.  $1,5\sqrt{3}$
- г.  $-0,5\sqrt{3}$

94. Знайти відстань між прямими  $5x - 12y - 17 = 0$  і  $5x - 12y + 9 = 0$ :

- а. 8
- б. 2
- в. 5
- г. 13

95. Центром еліпса  $\frac{(x-2)^2}{16} + \frac{(y+1)^2}{9} = 1$  є точка

- а. (4; 3)
- б. (2; -1)
- в. (-2; 1)
- г. (0; 0)

96. Центром гіперболи  $\frac{(x+2)^2}{4} - \frac{(y-1)^2}{25} = 1$  є точка

- а. (4; 3)
- б. (2; -1)
- в. (-2; 1)
- г. (0; 0)

97. Задано вектори  $\vec{a} = (1; 0)$  та  $\vec{b} = (-2; 1)$ . Знайти вектор  $\vec{c}$ , який є розв'язком рівняння  $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c} = 0$ :

- а.  $\vec{c} = (3; -1)$
- б.  $\vec{c} = (-3; 1)$
- в.  $\vec{c} = (-1; 1)$
- г.  $\vec{c} = (1; -1)$

98. Пряма  $4x - 2y - 7 = 0$  утворює з додатним напрямком осі  $Ox$  кут, тангенс якого дорівнює

- а. 2
- б. 7
- в.  $-\frac{7}{2}$
- г.  $\frac{1}{2}$

99. Серед прямих  $y = 2x - 5$ ,  $y = \frac{1}{2}x - 7$ ,  $y = -\frac{1}{2}x + 8$  та  $y = 2x + 7$  перпендикулярними є ті, що задані рівняннями

- а. першим і другим
- б. першим і третім
- в. другим і третім
- г. першим та четвертим

100. Знайти площину квадрата  $ABCD$ , якщо  $A(3; 5)$ ,  $B(0; 1)$ :

- а. 5
- б. 10
- в. 15
- г. 25

101. Відрізок з кінцями у точках  $A(2; 4)$  та  $B(6; 12)$  видно з початку координат під

- а. тупим кутом
- б. прямим кутом
- в. гострим кутом
- г. кутом  $0^\circ$

102. В базисі  $B = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$  вектор  $\vec{e}_1$  має координати

- а.  $(0; 0; 0)$
- б.  $(1; 0; 0)$
- в.  $(0; 1; 0)$
- г.  $(0; 1; 1)$

103. Знайти відстань від точки  $A(1; 4)$  до прямої  $3x + y - 7 = 0$ :

- а. 2
- б. 1
- в. 5
- г. 0

104. В базисі  $B = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2\}$  вектор  $\vec{e}_2$  має координати

- а.  $(0; 0)$
- б.  $(1; 0)$
- в.  $(0; 1)$
- г.  $(1; 1)$

105. Радіус кола, заданого рівнянням  $x^2 + y^2 - 2y = 3$ , дорівнює

- а. 2
- б. 1
- в. 9
- г. 3

106. Прямі  $x + y - 2 = 0$  та  $2x + 3y - 5 = 0$  перетинаються в точці

- а.  $(4; 3)$
- б.  $(2; -1)$

- в.  $(-2; 1)$   
г.  $(1; 1)$

107. Серед прямих  $y = 2x - 5$ ,  $y = \frac{1}{2}x - 7$ ,  $y = -\frac{1}{2}x + 8$  та  $y = 2x + 7$  паралельними є ті, що задані рівняннями

- а. першим і другим  
б. першим і третім  
в. другим і третім  
г. першим та четвертим

108. Відрізок з кінцями у точках  $A(2; 4)$  та  $B(3; -1)$  видно з початку координат під

- а. тупим кутом  
б. прямим кутом  
в. гострим кутом  
г. кутом  $0^\circ$

109. Сума дійсної та уявної півосей гіперболи  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$  дорівнює

- а. 25  
б. 7  
в. 14  
г. 1

110. Сума великої та малої півосей еліпса  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$  дорівнює

- а. 13  
б. 7  
в. 5  
г. 1

111. Який загальний вигляд має перший інтеграл рівняння Ейлера-Лагранжа найпростішої варіаційної задачі з інтегрантом  $L = L(y'(x))$ ?

- а.  $y'(x) = c$   
б.  $L(y'(x)) = 0$   
в.  $L(y'(x)) - y'(x)L_{y'}(y'(x)) = c$   
г. інша відповідь

112. Який загальний вигляд має перший інтеграл рівняння Ейлера-Лагранжа найпростішої варіаційної задачі з інтегрантом  $L = L(x, y'(x))$ ?

- а.  $L(x, y'(x)) = c$   
б.  $L_{y'}(x, y'(x)) = c$   
в.  $L(x, y'(x)) - y'(x)L_{y'}(x, y'(x)) = c$   
г. інша відповідь

113. Який загальний вигляд має перший інтеграл рівняння Ейлера-Лагранжа найпростішої варіаційної задачі з інтегрантом  $L = L(y(x), y'(x))$ ?

- а.  $L(y(x), y'(x)) = c$   
б.  $L_{y'}(y(x), y'(x)) = c$

- в.  $L(y(x), y'(x)) - y'(x)L_{y'}(y(x), y'(x)) = c$   
 г. інша відповідь

114. Нехай  $f \in C[a, b]$  і  $C_0^1[a, b]$  - множина неперервно-диференційовних функцій  $\varphi(x)$  таких, що  $\varphi(a) = \varphi(b) = 0$ . Тоді  $\int_a^b f(x)h(x) + g(x)h'(x)dx = 0 \forall h \in C_0^1[a, b]$ , якщо і тільки якщо ...

- а.  $f \in C^1[a, b]$  і  $f'(x) = g(x)$  на  $[a, b]$   
 б.  $g \in C^1[a, b]$  і  $g'(x) = f(x)$  на  $[a, b]$   
 в.  $g \in C_0^1[a, b]$  і  $g'(x) = f(x)$  на  $[a, b]$   
 г.  $f \in C_0^1[a, b]$  і  $f'(x) = g(x)$  на  $[a, b]$

115. Яка з поданих функцій не є допустимою для варіаційної задачі  $J[y(x)] = \int_{-1}^1 [xy^2(x) + y'(x)] dx$ ,  $y(-1) = y(1) = 0$  ?

- а. 0  
 б.  $1 - x^2$   
 в.  $|x| - 1$   
 г. інша відповідь

116. Яка з поданих функцій не є допустимою для варіаційної задачі  $J[y(x)] = \int_{-1}^1 [x + y^2(x)] y'(x) dx$ ,  $y(-1) = y(1) = 1$  ?

- а.  $2 - x^2$   
 б.  $1/|x|$   
 в.  $x^2$   
 г. інша відповідь

117. Яка з поданих функцій є допустимою для варіаційної задачі  $J[y(x)] = \int_{-1}^1 y^2(x)y'(x) dx$ ,  $y(-1) = -1$ ,  $y(1) = 1$  ?

- а.  $-1$   
 б.  $\text{sign } x$   
 в. 1  
 г. інша відповідь

118. Розв'язком якого рівняння є екстремаль варіаційної задачі  $J[y(x)] = \int_{x_0}^{x_1} L(x, y(x), y'(x), y''(x)) dx \rightarrow \text{extr}$ ,  $y(x_0) = y(x_1) = y'(x_0) = y'(x_1) = 0$  ?

- а. системи рівнянь Ейлера-Лагранжа  
 б. рівняння Ейлера-Пуассона  
 в. рівняння Ейлера-Остроградського  
 г. інша відповідь

119. Розв'язком якого рівняння є екстремаль варіаційної задачі  $J[y(x), z(x)] = \int_{x_0}^{x_1} L(x, y(x), z(x), y'(x), z'(x)) dx \rightarrow \text{extr}$ ,  $y(x_0) = y(x_1) = z(x_0) = z(x_1) = 0$  ?

- а. системи рівнянь Ейлера-Лагранжа  
 б. рівняння Ейлера-Пуассона  
 в. рівняння Ейлера-Остроградського  
 г. інша відповідь

120. Розв'язком якого рівняння є екстремаль варіаційної задачі  $J[z(x, y)] = \int_G L(x, y, z(x, y), z'_x(x, y), z'_y(x, y)) dx dy \rightarrow \text{extr}, z(x, y) |_{(x,y) \in \partial G} = 0$ ?

- а. системи рівнянь Ейлера-Лагранжа
- б. рівняння Ейлера-Пуассона
- в. рівняння Ейлера-Остроградського
- г. інша відповідь

121. Як називають рівняння Ейлера-Лагранжа для варіаційної задачі, спряженої з найпростішою варіаційною задачею?

- а. рівняння Бернуллі
- б. рівняння Ріккаті
- в. рівняння Якобі
- г. інша відповідь

122. Яка з умов є підсиленою умовою Якобі для найпростішої варіаційної задачі  $J[y(x)] = \int_{x_0}^{x_1} L(x, y(x), y'(x)) dx \rightarrow \max, y(x_0) = y_0, y(x_1) = y_1$ ?

- а. на інтервалі  $(x_0, x_1)$  не існує точок, спряжених з точкою  $x_0$
- б. на відрізку  $[x_0, x_1]$  не існує точок, спряжених з точкою  $x_0$
- в. на півінтервалі  $[x_0, x_1)$  не існує точок, спряжених з точкою  $x_0$
- г. інша відповідь

123. До якого типу необхідних умов екстремуму функціонала відноситься умова Якобі?

- а. локальна
- б. нелокальна
- в. голкова
- г. інша відповідь

124. Обчислити першу варіацію за Лагранжем  $\delta J[\tilde{y}, \delta y]$  функціоналу  $J[y(x)] = \int_0^1 [xy^2(x) + y'(x)] dx, y \in C^1[0, 1]$  на кривій  $\tilde{y}(x) = 0, x \in [0, 1]$ .

- а. 0
- б.  $2 \int_0^1 x \delta y(x) dx$
- в.  $\delta y(1) - \delta y(0)$
- г. інша відповідь

125. Обчислити першу варіацію за Лагранжем  $\delta J[\tilde{y}, \delta y]$  функціоналу  $J[y(x)] = \int_0^1 [y^2(x) + xy'(x)] dx, y \in C^1[0, 1]$  на кривій  $\tilde{y}(x) = 1/2, x \in [0, 1]$ .

- а. 0
- б.  $\int_0^1 \delta y(x) dx$
- в.  $\delta y(1)$
- г. інша відповідь

126. Обчислити першу варіацію за Лагранжем  $\delta J[\tilde{y}, \delta y]$  функціоналу  $J[y(x)] = \int_0^1 [1 - y(x)] y'(x) dx, y \in C^1[0, 1]$  на кривій  $\tilde{y}(x) = 1, x \in [0, 1]$ .

- a. 0
- б.  $\delta y(1) - \delta y(0)$
- в.  $\int_0^1 \delta y(x) dx$
- г. інша відповідь

127. Яка з поданих функцій є екстремаллю варіаційної задачі  $J[y(x)] = \int_0^1 \sqrt{1 + [y'(x)]^2} dx \rightarrow \text{extr}$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y(1) = 0$ ?

- а.  $1 - \text{sign } x$
- б.  $1 - |x|$
- в.  $1 - x^2$
- г. інша відповідь

128. Яка з поданих функцій є екстремаллю варіаційної задачі  $J[y(x)] = \int_0^1 (1 + [y'(x)]^2)^{2015} dx \rightarrow \text{extr}$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y(1) = 1$ ?

- а.  $\sqrt{x}$
- б.  $x$
- в.  $\text{sign } x$
- г. інша відповідь

129. Яка з поданих функцій є екстремаллю варіаційної задачі  $J[y(x)] = \int_0^1 \ln^{2015} y'(x) dx \rightarrow \text{extr}$ ,  $y(0) = -1$ ,  $y(1) = 0$ ?

- а.  $\sqrt{x} - 1$
- б.  $\text{sign } x - 1$
- в.  $x - 1$
- г. інша відповідь

130. Для заданих множин  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{3, 4, 5\}$ ,  $C = \{2, 4\}$  визначити  $(B \setminus A) \cup (C \setminus A)$ :

- а.  $\{1, 2, 4\}$
- б.  $\{5\}$
- в.  $\{2, 4\}$
- г.  $\{1, 2, 3\}$

131. Для заданих множин  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{3, 4, 5\}$ ,  $C = \{2, 4\}$  визначити  $(A \Delta B) \cap C$ :

- а.  $\{2\}$
- б.  $\{1, 2, 5\}$
- в.  $\{1, 2, 4\}$
- г.  $\{4\}$

132. Для заданих множин  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{3, 4, 5\}$ ,  $C = \{2, 4\}$  визначити  $(A \setminus C) \Delta B$ :

- а.  $\{2\}$
- б.  $\{1, 4, 5\}$
- в.  $\{1, 2, 4\}$
- г.  $\{4\}$

133. Для заданих множин  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{3, 4, 5\}$ ,  $C = \{2, 4\}$  визначити  $(A \setminus B) \Delta C$ :

- a.  $\{1, 2\}$
- б.  $\{2, 4, 5\}$
- в.  $\{1, 2, 4\}$
- г.  $\{1, 4\}$

134. Для заданих множин  $A = \{1, 2\}$  і  $B = \{2, 3, 4\}$  визначити:  $(B \cap A) \times A$ :

- a.  $(1, 1), (1, 2), (3, 1), (4, 2)$
- б.  $(2, 1), (2, 2)$
- в.  $(1, 2), (2, 2)$
- г.  $(3, 1), (3, 2), (4, 1), (4, 2)$

135. Для заданих множин  $A = \{1, 2\}$  і  $B = \{2, 3, 4\}$  визначити:  $A \times (A \setminus B)$ :

- a.  $(1, 1), (2, 1)$
- б.  $(2, 1), (2, 2)$
- в.  $(1, 2), (2, 2)$
- г.  $(1, 1), (2, 2), (1, 3), (2, 4)$

136. Для заданих множин  $A = \{1, 2\}$  і  $B = \{2, 3, 4\}$  декартовий добуток  $(B \setminus A) \times A$  складається з елементів:

- a.  $(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4)$
- б.  $(2, 1), (3, 1), (4, 1)$
- в.  $(1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4)$
- г.  $(3, 1), (3, 2), (4, 1), (4, 2)$

137. Для заданих множин  $A = \{1, 2\}$  і  $B = \{2, 3, 4\}$  декартовий добуток  $B \times (A \setminus B)$  складається з елементів:

- a.  $(2, 3), (2, 4), (3, 3), (3, 4)$
- б.  $(1, 2), (1, 3), (1, 4)$
- в.  $(1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4)$
- г.  $(2, 1), (3, 1), (4, 1)$

138. На множині  $M = \{1, 2, 3\}$  задано відношення  $R = \{(1, 2), (2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\}$ .

Йому відповідає матриця

- a. 
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$
- б. 
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
- в. 
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
- г. 
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

139. На множині  $M = \{1, 2, 3\}$  задано відношення  $R = \{(1, 1), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 3)\}$ . Йому відповідає матриця

a.  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

б.  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

в.  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

г.  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

140. Указати, які з властивостей має відношення  $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (1, 2), (2, 3), (2, 1), (3, 2), (1, 3), (3, 1)\}$  визначене на множині  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ :

- а. рефлексивності, симетричності, транзитивності
- б. рефлексивності, антисиметричності, транзитивності
- в. антирефлексивності, антисиметричності, транзитивності
- г. інша відповідь

141. Указати, які з властивостей має відношення  $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (1, 2), (1, 3), (1, 4)\}$  визначене на множині  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ :

- а. рефлексивності, симетричності, транзитивності
- б. рефлексивності, антисиметричності, транзитивності
- в. антирефлексивності, антисиметричності, транзитивності
- г. інша відповідь

142. Указати, які з властивостей має відношення  $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (2, 3), (2, 4), (3, 2), (4, 2), (3, 4)\}$  визначене на множині  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ :

- а. рефлексивності, транзитивності
- б. рефлексивності, антисиметричності, транзитивності
- в. рефлексивності
- г. інша відповідь

143. Указати, які з властивостей має відношення  $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (1, 2), (2, 1), (3, 4), (4, 3)\}$  визначене на множині  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ :

- а. рефлексивності, симетричності, транзитивності
- б. антирефлексивності, симетричності, транзитивності
- в. симетричності
- г. інша відповідь

144. Скільки п'ятизначних чисел, які закінчуються цифрою 0, можна утворити з цифр  $\{0, 1, 2, 3, 4\}$

, якщо кожну цифру використовувати лише 1 раз?

- a.  $5!$
- б.  $4!$
- в.  $5! \cdot 5$
- г.  $5! \cdot 4!$

145. Скільки різних слів можна утворити, переставляючи літери слова "ЛОНДОН"

- a.  $\frac{4!}{2!2!}$
- б.  $\frac{6!}{2!2!}$
- в.  $6!$
- г. інша відповідь

146. Кількість всіх підмножин, які містять більше одного елемента, множини, що складається із 10 елементів, дорівнює

- a.  $2^{10}$
- б.  $2^{10} - 1$
- в.  $2^{10} - 11$
- г.  $2^{10} - 10$

147. Скільки п'ятизначних чисел, можна утворити з цифр  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ , якщо кожну цифру використовувати лише 1 раз?

- a.  $5!$
- б.  $4!$
- в.  $5! \cdot 5$
- г.  $5! \cdot 4!$

148. Скільки п'ятизначних чисел можна утворити з цифр  $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ , якщо цифри можуть повторюватись?

- a.  $5^4$
- б.  $4!$
- в.  $4 \cdot 5^4$
- г.  $5! \cdot 4!$

149. Кожну клітинку таблиці  $3 \times 4$  потрібно зафарбувати у білий або чорний колір. Скількома способами можна це зробити?

- a.  $12^2$
- б.  $2 \cdot 12$
- в.  $2^{12}$
- г. 12

150. Скільки різних слів можна утворити, переставляючи літери слова "ОСЛО"

- a.  $4!$
- б.  $\frac{4!}{2!}$
- в.  $\frac{4!}{2!2!}$
- г. інша відповідь

151. Скільки ребер має неоріентований граф, заданий матрицею суміжності

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- а. 4
- б. 5
- в. 8
- г. інша відповідь

152. Скільки ребер має неоріентований граф, заданий матрицею суміжності

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- а. 4
- б. 5
- в. 7
- г. інша відповідь

153. Скільки ребер має неоріентований граф, заданий матрицею суміжності

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- а. 4
- б. 5
- в. 7
- г. інша відповідь

154. Скільки ребер має неоріентований граф, заданий матрицею суміжності

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- а. 10
- б. 5
- в. 7
- г. інша відповідь

155. Які із графів  $G_1, G_2, G_3, G_4$  є каркасами (остовними деревами) неоріентованого графа  $G = \{\{a, b, c, d\}, \{(a, b), (a, c), (c, b), (c, d), (d, a)\}\}$ , якщо:  $G_1 = \{\{a, b, c, d\}, \{(a, b), (a, c), (c, d)\}\}$   $G_2 = \{\{a, b, c, d\}, \{(a, b), (a, c), (c, b)\}\}$   $G_3 = \{\{a, b, c, d\}, \{(a, b), (c, b), (c, d), (d, a)\}\}$   $G_4 = \{\{a, b, c, d\}, \{(a, b), (a, c), (c, d), (d, a)\}\}$

- а.  $G_1$
- б.  $G_2$
- в.  $G_3$
- г.  $G_4$

156. Котрі з неоріентованих графів  $G_1, G_2, G_3, G_4$  є деревами, якщо:  $G_1 = \{V_1, E_1\} =$

$\{\{a, b, c, d, e, f\}, \{\{a, b\}, \{a, f\}, \{b, e\}, \{c, e\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}\}\} G_2 = \{V_2, E_2\} =$   
 $\{\{a, b, c, d, e, f\}, \{\{a, b\}, \{b, f\}, \{c, e\}, \{d, e\}, \{e, f\}\}\} G_3 = \{V_3, E_3\} =$   
 $\{\{a, b, c, d, e, f\}, \{\{a, b\}, \{a, f\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{c, f\}, \{d, e\}, \{e, f\}\}\} G_4 = \{V_4, E_4\} =$   
 $\{\{a, b, c, d, e, f\}, \{\{a, e\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}\}\}$

- a.  $G_2, G_4$
- б.  $G_1, G_3$
- в.  $G_2$
- г. таких немає

157. Котрі з неоріентованих графів  $G_1, G_2, G_3, G_4$  є деревами, якщо:  $G_1 = \{V_1, E_1\} =$   
 $\{\{a, b, c, d, e, f\}, \{\{a, b\}, \{a, e\}, \{a, f\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{c, e\}, \{d, e\}, \{e, f\}\}\} G_2 = \{V_2, E_2\} =$   
 $\{\{a, b, c, d, e, f\}, \{\{a, b\}, \{b, d\}, \{c, d\}, \{c, e\}, \{e, f\}\}\} G_3 = \{V_3, E_3\} =$   
 $\{\{a, b, c, d, e, f\}, \{\{a, e\}, \{b, d\}, \{b, f\}, \{c, e\}\}\} G_4 = \{V_4, E_4\} =$   
 $\{\{a, b, c, d, e, f\}, \{\{a, e\}, \{a, f\}, \{b, e\}, \{b, f\}, \{c, e\}, \{c, d\}, \{d, e\}\}\}$

- a.  $G_1$
- б.  $G_2$
- в.  $G_3$
- г. таких немає

158. Котрі з неоріентованих графів  $G_1, G_2, G_3, G_4$  є гамільтоновими, якщо:  $G_1 = \{V_1, E_1\} =$   
 $\{\{a, b, c, d, e, f\}, \{\{a, d\}, \{b, d\}, \{b, e\}, \{c, e\}, \{c, f\}\}\} G_2 = \{V_2, E_2\} =$   
 $\{\{a, b, c, d, e, f\}, \{\{a, d\}, \{b, d\}, \{c, e\}, \{c, f\}\}\} G_3 = \{V_3, E_3\} =$   
 $\{\{a, b, c, d, e, f\}, \{\{a, b\}, \{a, d\}, \{b, c\}, \{c, f\}, \{e, d\}, \{e, f\}\}\} G_4 = \{V_4, E_4\} =$   
 $\{\{a, b, c, d, e, f\}, \{\{a, b\}, \{a, d\}, \{b, c\}, \{b, e\}, \{c, f\}, \{e, d\}, \{e, f\}\}\}$

- a.  $G_3, G_4$
- б.  $G_1$
- в.  $G_3$
- г.  $G_4$

159. Котрі з неоріентованих графів  $G_1, G_2, G_3, G_4$  є зв'язними, якщо:  $G_1 = \{V_1, E_1\} =$   
 $\{\{a, b, c, d, e, f\}, \{\{a, d\}, \{b, d\}, \{b, e\}, \{c, e\}, \{c, f\}\}\} G_2 = \{V_2, E_2\} =$   
 $\{\{a, b, c, d, e, f\}, \{\{a, d\}, \{b, d\}, \{c, e\}, \{c, f\}\}\} G_3 = \{V_3, E_3\} =$   
 $\{\{a, b, c, d, e, f\}, \{\{a, b\}, \{a, d\}, \{b, c\}, \{c, f\}, \{e, d\}, \{e, f\}\}\} G_4 = \{V_4, E_4\} =$   
 $\{\{a, b, c, d, e, f\}, \{\{a, b\}, \{a, d\}, \{b, c\}, \{b, e\}, \{c, f\}, \{e, d\}, \{e, f\}\}\}$

- a.  $G_1, G_3, G_4$
- б.  $G_1, G_3$
- в.  $G_2$
- г. таких немає

160. Котрі з неоріентованих графів  $G_1, G_2, G_3, G_4$  є зв'язними, якщо:  $G_1 = \{V_1, E_1\} =$   
 $\{\{a, b, c, d, e, f\}, \{\{a, b\}, \{a, e\}, \{b, c\}, \{c, e\}, \{d, e\}, \{e, f\}\}\} G_2 = \{V_2, E_2\} =$   
 $\{\{a, b, c, d, e, f\}, \{\{a, b\}, \{a, f\}, \{b, c\}, \{b, e\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}\}\} G_3 = \{V_3, E_3\} =$   
 $\{\{a, b, c, d, e, f\}, \{\{a, b\}, \{b, c\}, \{b, e\}, \{d, e\}, \{e, f\}\}\} G_4 = \{V_4, E_4\} =$   
 $\{\{a, b, c, d, e, f\}, \{\{a, b\}, \{a, f\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{b, e\}, \{c, d\}, \{e, f\}\}\}$

- a.  $G_3$
- б.  $G_1, G_2, G_4$
- в.  $G_1, G_2, G_3, G_4$
- г. таких немає

161. Нехай  $\vec{r}: U \rightarrow E^3$  - вектор-функція скалярного аргументу ( $U \subseteq \mathbb{R}$ ). Множиною визначення вектор-функції  $\vec{r}$  називають множину

- a.  $R(\vec{r}) = \{\vec{a} \in E^3 \mid \exists t \in U : \vec{r}(t) = \vec{a}\}$
- б.  $D(\vec{r}) = U$
- в. що є деякою підмножиною множини  $U$
- г. інша відповідь

162. Вектор-функція називається гладкою класу  $C^k$ ,  $k \geq 1$ , якщо

- а. множина її значень є підмножиною в  $E^k$
- б. вона має неперервну похідну  $k$ -го порядку
- в. вона розкладається в ряд Тейлора
- г. інша відповідь

163. Нехай  $\vec{f}$  та  $\vec{g}$  - вектор-функції класу  $C^1$ . Тоді  $[\vec{f}, \vec{g}]' =$

- а.  $[\vec{f}', \vec{g}']$
- б.  $[\vec{f}', \vec{g}] + [\vec{f}, \vec{g}']$
- в.  $(\vec{f}, \vec{g})'$
- г. інша відповідь

164. Регулярна класу  $C^k$  крива - це

- а. будь-яка елементарна крива
- б. крива, що є образом елементарної при неперервному відображені
- в. крива, кожна точка якої має окіл, що в ньому крива допускає регулярну, класу  $C^k$ , параметризацію
- г. інша відповідь

165. Яка точка належить кривій  $\vec{r} = (t - \sin(t), 1 - \cos(t), \sin(t))$ ?

- а.  $(1, 0, 0)$
- б.  $(0, 0, 0)$
- в.  $(\pi/2, 1, 1)$
- г. інша відповідь

166. Точка  $A(-2, 9, 18)$  лежить на кривій  $\vec{r} = (4 - 2t, t^2, \frac{2}{3}t^3)$ . Яке значення параметра  $t$  відповідає цій точці?

- а. 1
- б. 3
- в. 9
- г. інша відповідь

167. На поверхні з другого квадратичною формою  $II = vdu^2 + dv^2$  точка  $P(u = 0, v = 0)$  є точкою

- а. еліптичного типу
- б. гіперболічного типу
- в. параболічного типу
- г. інша відповідь

168. Загальна крива — це образ простої кривої при

- а. локально-топологічному відображені
- б. топологічному відображені
- в. неперервному відображені
- г. інша відповідь

169. Яка точка належить кривій  $\vec{r} = (2 \cos t, 2 \sin t, 3t)$ ?

- а.  $(2, 0, 0)$
- б.  $(2, 2, 3)$
- в.  $(0, 2, 0)$
- г. інша відповідь

170. Дотична до лінії  $\vec{r} = (t, t^2, e^t)$  в точці  $t = 0$  проходить у напрямі вектора

- а.  $(1, 0, 1)$
- б.  $(0, 0, 1)$
- в.  $(1, 2, e)$
- г. інша відповідь

171. На поверхні з другою квадратичною формою  $II = du^2 + (u - 1)dv^2$  точка  $P(u = 0, v = 1)$  є точкою

- а. еліптичного типу
- б. гіперболічного типу
- в. параболічного типу
- г. інша відповідь

172. Модуль вектора першої похідної по натуральному параметру  $\vec{r} = \vec{r}(s)$  — величина

- а. стала
- б. змінна
- в. від'ємна
- г. інша відповідь

173. Яка точка належить кривій  $\vec{r} = (1 - \sin t, \cos t, 2t)$ ?

- а.  $(1, 1, \pi/2)$
- б.  $(0, 0, 2)$
- в.  $(1, 0, 0)$
- г. інша відповідь

174. Дотична до лінії  $\vec{r} = (3t - t^3, 3t^2, 3t + t^3)$  в точці  $t = 0$  проходить у напрямі вектора

- а.  $(0, 6, 6)$
- б.  $(0, 1, 1)$
- в.  $(0, 0, 0)$
- г. інша відповідь

175. На поверхні з другою квадратичною формою  $II = (v + 1)du^2 + dv^2$  точка  $P(u = 0, v = -1)$  є точкою

- а. сплощення
- б. гіперболічного типу
- в. параболічного типу
- г. інша відповідь

176. На поверхні з другою квадратичною формою  $II = du^2 + udv^2$  точка  $P(u = 1, v = 1)$  є точкою

- а. сплощення
- б. гіперболічного типу
- в. еліптичного типу
- г. інша відповідь

177. Напрямним вектором дотичної до регулярної кривої  $\vec{r} = \vec{r}(t)$  є

- а. векторний добуток  $[\vec{r}(t), \vec{r}''(t)]$
- б. одиничний вектор  $\vec{r}'(t)/|\vec{r}'(t)|$
- в. вектор першої похідної  $\vec{r}'(t)$
- г. інша відповідь

178. Нехай  $\vec{r} = \vec{r}(u, v)$  деяка гладка параметризація поверхні  $\Phi$  в околі точки  $X$ . Дотична площаина до поверхні у цій точці проходить у напрямі векторів

- а.  $\vec{r}'_u$  та  $\vec{r}''_{uu}$
- б.  $\vec{r}'_v$  та  $\vec{r}''_{vv}$
- в.  $\vec{r}'_u$  та  $\vec{r}'_v$
- г. інша відповідь

179. Координатні лінії на поверхні з першою квадратичною формою  $I = Edu^2 + 2Fdudv + Gdv^2$  перетинаються під прямим кутом якщо і тільки якщо

- а.  $E = 0$
- б.  $EG - F^2 = 0$
- в.  $F = 0$
- г. інша відповідь

180. Однакову першу квадратичну форму мають

- а. ізометричні поверхні
- б. поверхні, що перетинаються
- в. поверхні, гомеоморфні сфері
- г. інша відповідь

181. Дискримінант другої квадратичної форми поверхні, обчислений у точці  $X$ , менший за нуль. Точка  $X$

- а. еліптична
- б. гіперболічна
- в. параболічна
- г. інша відповідь

182. Нормальною кривиною поверхні  $\Phi$  у точці  $X$  у напрямі  $(du : dv)$  є
- кривина нормального перерізу поверхні у точці  $X$  у напрямі  $(du : dv)$
  - кривина довільного перерізу поверхні у точці  $X$  у напрямі  $(du : dv)$
  - кривина нормального перерізу у довільній точці у напрямі  $(du : dv)$
  - інша відповідь
183. Головні кривини поверхні — це
- нормальні кривини в головних напрямах
  - кривини, рівні нулеві
  - рівні між собою кривини
  - інша відповідь
184. Напрям на поверхні називається асимптотичним, якщо
- нормальна кривина у цьому напрямі дорівнює нулеві
  - нормальна кривина у цьому напрямі невизначена
  - нормальна кривина у цьому напрямі прямує до нескінченності
  - інша відповідь
185. Гаусовою кривиною поверхні називається
- добуток її головних кривин
  - сума її головних кривин
  - квадрат різниці її головних кривин
  - інша відповідь
186. Лінійно зв'язний простір — це топологічний простір, у якому
- між кожними двома різними точками можна провести відрізок прямої лінії
  - кожні дві точки можна сполучити неперервною кривою
  - крім топології, визначено операції додавання і множення
  - інша відповідь
187. Об'єднання двох лінійно зв'язних множин
- завжди є лінійно зв'язним
  - ніколи не є лінійно зв'язним
  - є лінійно зв'язним, якщо дві множини мають спільну точку
  - інша відповідь
188. Відомо, що у топологічному просторі існує рівно дві множини, які одночасно є відкритими і замкненими. Тоді такий простір
- є лінійно зв'язним
  - не є зв'язним
  - є зв'язним, але не обов'язково лінійно зв'язним
  - є лінійно зв'язним, але не обов'язково зв'язним
189. Декартів добуток множин  $X$  та  $Y$  складається з
- усіх добутків  $xy$ , де  $x \in X, y \in Y$
  - усіх пар  $(F, G)$ , де  $F \subset X, G \subset Y$

в. усіх пар  $(x, y)$ , де  $x \in X, y \in Y$

г. інша відповідь

190. Відомо, що топологія на нескінченній множині складається зі скінченної кількості множин. Які з аксіом  $T_1$  та  $T_2$  можуть виконуватись у такому просторі:

а. і  $T_1$ , і  $T_2$

б. ані  $T_1$ , ані  $T_2$

в.  $T_1$ , але не  $T_2$

г.  $T_2$ , але не  $T_1$

191. З наступних топологій на множині  $\mathbb{R}$  гаусдорфовою НЕ є

а. стандартна топологія

б. дискретна топологія

в. антидискретна топологія

г. топологія стрілки Зоргенфрея

192. Топологія на множині  $X$  складається з

а. підмножин множини  $X$

б. точок множини  $X$

в. метрик на множині  $X$

г. інша відповідь

193. Сукупність всіх скінчених підмножин нескінченної множини  $X$

а. є топологією на  $X$

б. стане топологією на  $X$ , якщо доповнити її самою множиною  $X$

в. стане топологією на  $X$ , якщо вилучити з неї порожню множину

г. не буде топологією у жодному з інших зазначених випадків

194. Топологічний простір називається сепараційним, якщо

а. у ньому існує не більш, ніж зліченна база

б. у ньому існує не більш, ніж зліченна скрізь щільна множина

в. у ньому кожна фундаментальна послідовність є збіжною

г. інша відповідь

195. Простір, з кожного покриття якого відкритими множинами можна обрати скінченнє підпокриття, називається

а. компактним

б. повним

в. сепараційним

г. інша відповідь

196. Нормальним простором є кожен

а. метричний простір

б. топологічний простір

в. гаусдорфів простір

г. жоден з вказаних варіантів не є правильним

197. Сукупність всіх точок дотику множини  $A$  називається
- замиканням  $A$
  - межею  $A$
  - внутрішністю  $A$
  - інша відповідь
198. Якщо метричний простір є повним і цілком обмеженим, то він
- зліченний
  - скінчений
  - компактний
  - інша відповідь
199. Якщо у множині  $A$  метричного простору міститься деяка куля з центром  $a$ , то точка  $a$  називається
- граничною точкою  $A$
  - внутрішньою точкою  $A$
  - точкою дотику  $A$
  - інша відповідь
200. Точка  $x$ , кожен окіл якої перетинається і з множиною  $A$ , і з її доповненням у просторі  $X$ , належить до
- різниці  $A \setminus X$
  - внутрішності множини  $A$
  - межі множини  $A$
  - інша відповідь
201. Якщо деякий окіл точки  $x$  не перетинається з множиною  $A$ , то точка  $x$
- є точкою дотику  $A$
  - є точкою межі  $A$
  - не є точкою дотику  $A$
  - інша відповідь
202. Якщо один окіл точки  $x$  лежить у множині  $A$  топологічного простору  $X$ , а інший окіл точки  $x$  не лежить у множині  $A$ , то  $x$
- є точкою межі  $A$
  - є внутрішньою точкою  $A$
  - не є внутрішньою точкою  $A$
  - інша відповідь
203. Якщо відображення  $f : X \rightarrow Y$  між топологічними просторами є неперевним, то для кожної відкритої множини  $U \subset Y$  її повний прообраз  $f^{-1}(U) \subset X$
- теж є відкритим
  - завжди є замкненим
  - є непорожнім
  - інша відповідь

204. Межа довільної множини  $A$  у топологічному просторі
- міститься у замиканні множини  $A$ , але не перетинає внутрішність  $A$
  - міститься у внутрішності множини  $A$ , але не перетинає замикання  $A$
  - є перетином замикання і внутрішності множини  $A$
  - інша відповідь
205. Для множин  $A, B$  виконано  $A \subset B$ . Тоді
- межа множини  $A$  міститься у межі множини  $B$
  - межа множини  $A$  міститься у замиканні множини  $B$
  - межа множини  $A$  міститься у внутрішності множини  $B$
  - інша відповідь
206. Метричний простір називається повним, якщо
- у ньому кожна фундаментальна послідовність є збіжною
  - у ньому кожна збіжна послідовність є фундаментальною
  - у ньому кожна збіжна послідовність є обмеженою
  - інша відповідь
207. Дискретна метрика на довільній неодноточковій множині набуває значення
- всі, які є натуральними числами
  - всі, які є невід'ємними цілими числами
  - 0 та 1
  - інша відповідь
208. Множина у  $\mathbb{R}^n$  є компактною, якщо і тільки якщо вона
- обмежена і зліченна
  - обмежена і замкнена
  - обмежена і скінчена
  - інша відповідь
209. Дві множини у топологічному просторі називаються відокремленими, якщо
- жодна з них не містить точок дотику іншої множини
  - відстань між ними додатна
  - для них існують неперетинні околи
  - інша відповідь
210. Стандартна відстань між точками  $(x_1, x_2)$  та  $(y_1, y_2)$  у  $\mathbb{R}^2$  обчислюється як
- $|x_1 - y_1| + |x_2 - y_2|$
  - $(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2$
  - $\sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2}$
  - інша відповідь
211. З наступних функцій  $\mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  метрикою на  $\mathbb{R}$  є
- $\rho(x, y) = |x| + |y|$
  - $\rho(x, y) = |x| - |y|$
  - $\rho(x, y) = ||x| - |y||$

г. жодна з вказаних функцій

212. Якщо функції  $\rho_1, \rho_2 : X \times X \rightarrow X$  є метриками на  $X$ , то функція  $\rho_1 + \rho_2$

- а. обов'язково є метрикою
- б. не може бути метрикою
- в. є метрикою тільки при  $\rho_1 = \rho_2$
- г. інша відповідь

213. Якщо функція  $\rho : X \times X \rightarrow X$  є ультраметрикою на  $X$ , то функція  $2\rho$

- а. обов'язково є ультраметрикою
- б. не може бути ультраметрикою
- в. є метрикою, але не обов'язково ультраметрикою
- г. інша відповідь

214. З наступних сімей підмножин множини  $X = \{a, b, c\}$  топологією на  $X$  є

- а.  $\tau = \{\emptyset, \{a\}, \{b, c\}\}$
- б.  $\tau = \{\emptyset, \{a\}, \{a, b, c\}\}$
- в.  $\tau = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b, c\}\}$
- г. жодна з вказаних сімей

215. Куля радіуса  $1/2$  у просторі з дискретною метрикою завжди

- а. є порожньою
- б. є одноточковою
- в. збігається з усім простором
- г. інша відповідь

216. Куля радіуса  $2$  у просторі з дискретною метрикою завжди

- а. є порожньою
- б. є одноточковою
- в. збігається з усім простором
- г. інша відповідь

217. База  $\beta$  довільної топології  $\tau$  завжди

- а. є елементом топології  $\tau$
- б. міститься у топології  $\tau$
- в. містить топологію  $\tau$
- г. інша відповідь

218. Підпростір повного метричного простору

- а. завжди є повним
- б. є повним, якщо і тільки якщо є замкненою підмножиною
- в. ніколи не є повним
- г. інша відповідь

219. Перетин нескінченної кількості відкритих множин

- а. завжди є відкритою множиною
- б. є відкритою множиною, тільки якщо цей перетин — порожній

- в. ніколи не є відкритою множиною
- г. інша відповідь

220. Перетин відкритої і замкненої множини

- а. завжди є відкритою множиною
- б. завжди є замкненою множиною
- в. ніколи не є ні відкритою, ні замкненою множиною
- г. інша відповідь

221. Різниця відкритої і замкненої множини

- а. завжди є відкритою множиною
- б. завжди є замкненою множиною
- в. ніколи не є ні відкритою, ні замкненою множиною
- г. інша відповідь

222. Скінчена множина у топологічному просторі

- а. завжди є компактною множиною
- б. є компактною множиною, якщо і тільки якщо весь простір теж є скінченним
- в. ніколи не є компактною множиною
- г. інша відповідь

223. Відомо, що дві множини у топологічному просторі мають однакову межу. Тоді

- а. ці множини обов'язково однакові
- б. ці множини обов'язково не перетинаються
- в. ці множини або однакові, або не перетинаються
- г. інша відповідь

224. Для якої з вказаних метрик та псевдометрик на  $\mathbb{R}$  внутрішність і замикання множини  $[1; 2]$  рівні:

- а. для стандартної метрики
- б. для дискретної метрики
- в. для тривіальної (тотожно рівної нулю) псевдометрики
- г. це не виконано для жодної з вказаних (псевдо)метрик

225. Рівняння  $(3x^2 + 6xy^2)dx + (6yx^2 + 4y^3)dy = 0$ :

- а. З відокремлюваними змінними
- б. Однорідне
- в. Лінійне
- г. У повних диференціалах

226. Диференціальне рівняння  $y' = \frac{1}{2xy+y^3}$ :

- а. Однорідне
- б. Лінійне відносно  $y(x)$
- в. Лінійне відносно  $x(y)$
- г. Рівняння Бернуллі

227. Рівняння  $(2xy + 3y^2)dy + (x^2 + 6xy - 3y^2)dx = 0$ :

- a. Однорідне
- б. Лінійне відносно функції  $y(x)$
- в. У повних диференціалах
- г. З відокремлюваними змінними

228. Якщо  $\mu(x) = e^{\int \varphi(x)dx}$  - інтегрувальний множник рівняння  $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ , то функція  $\varphi(x)$  дорівнює:

- a.  $\frac{M'_y - N'_x}{M}$
- б.  $\frac{M'_y - N'_x}{N}$
- в.  $\frac{N'_x - M'_y}{N}$
- г.  $\frac{N'_x + M'_y}{N}$

229. Рівняння  $y' = xy + x^2 + 1$  можна зінтегрувати розв'язувати за допомогою заміни:

- a.  $y = z \cdot x$
- б.  $y = u \cdot v$
- в.  $y = z^2$
- г.  $y = \int z dx$

230. Частинний розв'язок рівняння  $y'' + 6y' = 5x$  методом невизначених коефіцієнтів потрібно шукати у вигляді:

- a.  $y = (Ax + B)x$
- б.  $y = Ax + B$
- в.  $y = Ax$
- г.  $y = 5Ax$

231. Частинний розв'язок рівняння  $y'' + 36y = 24 \cos 6x$  методом невизначених коефіцієнтів потрібно шукати у вигляді:

- a.  $y = A \cos 6x$
- б.  $y = A \cos x + B \sin x$
- в.  $y = A \cos 6x + B \sin 6x$
- г.  $y = Ax \cos 6x + Bx \sin 6x$

232. Методом варіації довільних сталих розв'язок диференціального рівняння  $4y'' + 4y' + y = \frac{1}{1+e^x}$  потрібно шукати в вигляді:

- a.  $y = C_1(x)e^{\frac{x}{2}} + C_2(x)e^{-\frac{x}{2}}$
- б.  $y = e^{\frac{x}{2}}(C_1(x) \cos x + C_2(x) \sin x)$
- в.  $y = C_1(x)e^{-\frac{x}{2}} + xC_2(x)e^{-\frac{x}{2}}$
- г.  $y = C_1(x)e^{\frac{x}{2}} + xC_2(x)e^{\frac{x}{2}}$

233. Частинний розв'язок диференціального рівняння  $y'' - 8y' + 15y = 2e^{3x} + \sin 5x$  методом невизначених коефіцієнтів потрібно шукати у вигляді:

- a.  $y = Ax^2 e^{3x} + Bx \cos 5x + Cx \sin 5x$
- б.  $y = Ae^{3x} + B \sin 5x$
- в.  $y = Ae^{3x} + B \sin 5x + C \cos 5x$

г.  $y = Axe^{3x} + B \sin 5x + C \cos 5x$

234. Загальний розв'язок лінійного неоднорідного диференціального рівняння дорівнює:

- а. Лінійній комбінації розв'язків з фундаментальної системи розв'язків цього рівняння
- б. Сумі частинних розв'язків цього і відповідного однорідного рівняння
- в. Сумі довільного розв'язку цього рівняння і лінійної комбінації розв'язків з фундаментальної системи розв'язків відповідного однорідного рівняння
- г. Серед наведених варіантів немає правильної відповіді

235. Загальний вигляд рівняння Лагранжа:

- а.  $y' = x\varphi(y) + \psi(y)$
- б.  $y = x\varphi(y') + \psi(y')$
- в.  $x = y\varphi(y') + \psi(y')$
- г.  $y = xy' + \psi(y')$

236. Загальним розв'язком рівняння Клеро  $y = xy' + \varphi(y')$  є:

- а.  $y = Cx + C$
- б.  $y = Cx + \varphi(C)$
- в.  $y = x + \varphi(C)$
- г.  $y = Cx + C\varphi(C)$

237. Рівняння Лагранжа є окремим випадком рівняння:

- а. Клеро
- б.  $y = f(x, y')$
- в.  $y' = f(x, y)$
- г.  $x = f(y, y')$

238. Яке з рівнянь є рівнянням Ейлера:

- а.  $x^2y'' - 3y' + 4y = 0$
- б.  $(x^2 + 1)y'' + 2xy' - 7y = 0$
- в.  $yy'' + xy'^2 + 1 = 0$
- г.  $x^2y'' - 3xy' + 4y = 0$

239. Функція  $y = x^{100}$  є розв'язком диференціального рівняння:

- а.  $y^{(100)} = 99!$
- б.  $y^{(100)} = 100!$
- в.  $y^{(100)} = 101!$
- г.  $y^{(101)} = 100!$

240.  $y'^2 = 4y$  - диференціальне рівняння сім'ї:

- а. парабол  $y = (x - C)^2$
- б. парабол  $x = (y - C)^2$
- в. гіпербол  $y = (x - C)^{-1}$
- г. кіл  $y^2 + (x - C)^2 = 1$

241. Для рівняння  $y' = f(x, y)$  розв'язок  $y = y(x)$ , у кожній точці якого порушується єдиність

розв'язку задачі Коші, називають:

- а. єдиним
- б. особливим
- в. частинним
- г. загальним

242. Визначте рівняння з відокремлюваними змінними:

- а.  $ydx + (x^2 + x^2y^2)dy = 0$
- б.  $y^2dx + (x^2 - y^2)dy = 0$
- в.  $ydx + (x^2 + y^2)dy = 0$
- г.  $y^2dx + \sqrt{x^2 - y^2}dy = 0$

243. Рівняння  $y' = \sqrt[3]{2x - y} + 1$  зводиться до рівняння з відокремлюваними змінними за допомогою заміни:

- а.  $z = \frac{y}{x}$
- б.  $z = 2x - y$
- в.  $z = \sqrt[3]{2x - y}$
- г.  $z = \sqrt[3]{2x - y} + 1$

244. Рівняння  $y' = (x - y)^3$  зводиться до рівняння з відокремлюваними змінними за допомогою заміни

- а.  $z = \frac{y}{x}$
- б.  $z = (x - y)^3$
- в.  $z = x - y$
- г.  $z = uv$

245. Визначте однорідне диференціальне рівняння першого порядку:

- а.  $y' = \frac{x+y+2}{x+y}$
- б.  $(x + y + 1)dx + (x + y)dy = 0$
- в.  $(x + y)dx - 2xydy = 0$
- г.  $y' = \ln y - \ln x$

246.  $f(x, y)$  - однорідна функція виміру  $m$ , якщо:

- а.  $f(tx, ty) = f^m(x, y)$
- б.  $f(x, y) = t^m f(tx, ty)$
- в.  $f(tx, ty) = m f(x, y)$
- г.  $f(tx, ty) = t^m f(x, y)$

247. Рівняння  $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$  є однорідним, якщо його коефіцієнти:

- а. однорідні виміру 0
- б. однорідні одинакового виміру
- в. відмінні від нуля
- г. неперервні

248. Визначте рівняння, яке не є рівнянням з відокремлюваними змінними:

- a.  $x^2 e^{x+y} dx + \sqrt{yx} dy = 0$
- б.  $x(y+1)dx - (x^2 + 1)dy = 0$
- в.  $y' + x^2y = \sqrt{xy}$
- г.  $y' + x^2y = x\sqrt{y}$

249. Рівняння  $y' = \frac{2x-y-3}{8x-4y-8}$  зводиться до рівняння з відокремлюваними змінними з допомогою заміни:

- a.  $y = uv$
- б.  $z = \frac{y}{x}$
- в.  $y = ux^k$
- г.  $z = 2x - y$

250. Визначте рівняння Бернуллі:

- a.  $y' + x^2y = xy$
- б.  $y' + xy^3 = xy^2$
- в.  $y' + x^2y = xy^2$
- г.  $y = y' + x^2y'^2$

251. Диференціальне рівняння  $f'(y)y' + p(x)f(y) = q(x)$  зводиться до лінійного за допомогою заміни:

- a.  $z = f(x)$
- б.  $z = \frac{y}{x}$
- в.  $z = f(y)$
- г.  $y = uv$

252. Формула для знаходження інтегрувального множника лінійного рівняння  $y' + p(x)y = q(x)$ :

- a.  $\mu(x) = e^{\int p(x)dx}$
- б.  $\mu(x) = e^{\int q(x)dx}$
- в.  $\mu(x) = e^{-\int q(x)dx}$
- г.  $\mu(x) = e^{-\int p(x)dx}$

253. Визначте рівняння Клеро:

- a.  $y + xy' = \sqrt{y'}$
- б.  $y - xy' = \sqrt[4]{y'}$
- в.  $y = xy'^2 + \sqrt[3]{y'}$
- г.  $y = xy'^2 - y'^3$

254. Загальним розв'язком рівняння Клеро є сім'я:

- а. прямих
- б. кіл
- в. парабол
- г. гіпербол

255. Характеристичними числами рівняння  $y''' - 3y'' + 3y' - y = 0$  є:

- а.  $k_1 = 1, k_{2,3} = -1$

- б.  $k_{1,2,3} = 1$
- в.  $k_{1,2,3} = -1$
- г.  $k_{1,2} = 1, k_3 = 0$

256. Характеристичними числами рівняння  $y^{(4)} + 6y'' + 9y = 0$  є:

- а.  $k_{1,2} = \sqrt{3}, k_{3,4} = -\sqrt{3}$
- б.  $k_{1,2} = \sqrt{3}i, k_{3,4} = -\sqrt{3}i$
- в.  $k_{1,2} = 3i, k_{3,4} = -3i$
- г.  $k_{1,2} = \pm 3i, k_{3,4} = \pm \sqrt{3}i$

257. Порядок рівняння  $y'' = 2yy'$  можна зменшити за допомогою заміни:

- а.  $y' = z(x)$
- б.  $y' = yz(x)$
- в.  $y'' = z(x)$
- г.  $y' = z(y)$

258. Які функції можуть утворювати фундаментальну систему розв'язків деякого лінійного однорідного диференціального рівняння другого порядку:

- а.  $y_1 = x, y_2 = 3x$
- б.  $y_1 = x, y_2 = x^3$
- в.  $y_1 = 12 \sin 3x + 8 \cos 3x, y_2 = 6 \cos 3x + 9 \sin 3x$
- г.  $y_1 = e^{3x}, y_2 = 3e^{3x}$

259. Визначник Вронського для лінійно незалежних розв'язків рівняння  $y'' + 3x^2y' - 4y = 0$  подається формулою:

- а.  $W(x) = Ce^{3x^2}$
- б.  $W(x) = Ce^{-x^3}$
- в.  $W(x) = Ce^{x^3}$
- г.  $W(x) = Ce^{-3x}$

260. Якщо вронськіан розв'язків диференціального рівняння  $y''' + 4xy'' - (x^2 + 1)y' + 5y = 0$  дорівнює нулю в точці  $x = 5$ , то він:

- а. дорівнює нулю в точці  $x = 6$
- б. може як дорівнювати нулю, так і не дорівнювати нулю в точці  $x = 6$
- в. не існує в точці  $x = 6$
- г. не дорівнює нулю в точці  $x = 6$

261. Якщо  $\mu = \mu(x, y)$  - інтегрувальний множник рівняння  $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ , то інтегрувальним множником цього рівняння буде також функція:

- а.  $\mu + x$
- б.  $C\sqrt{\mu}$
- в.  $C\mu$
- г.  $\mu^2$

262. Якщо  $y_1 = x$  - частинний розв'язок рівняння  $(1 - x^2)y'' - 2xy' + 2y = 0$ , то порядок цього

рівняння можна зменшити за допомогою заміни:

- a.  $y = u \int y_1 dx$
- б.  $y = y_1 + \int u dx$
- в.  $y = y_1 \int u dx$
- г.  $y = y_1 u$

263. Після заміни  $y' = z$  рівняння  $4y' + y''^2 = 4xy''$  зведеться до рівняння:

- а. Клеро
- б. Ріккаті
- в. Бернуллі
- г. з відоокремлюваними змінними

264. Рівняння  $x^2 y'' + 2xy' + n^2 y = 0$  є рівнянням:

- а. Ейлера
- б. Чебишова
- в. Лагранжа
- г. Бернуллі

265. Частинний розв'язок  $Y = Y(x)$  рівняння  $y^{(4)} - y''' + y'' - y' = x^2 + x$  методом невизначених коефіцієнтів потрібно шукати у вигляді:

- а.  $Y = x(Ax + Bx)$
- б.  $Y = x^2(Ax^2 + Bx + C)$
- в.  $Y = Ax^2 + Bx + C$
- г.  $Y = x(Ax^2 + Bx + C)$

266. Рівняння  $n$ -го порядку, розв'язане відносно старшої похідної  $y^{(n)} = f(x, y, y', \dots, y^{(n-1)})$ , зводиться до рівносильної нормальної системи диференціальних рівнянь за допомогою замін:

- а.  $x = e^t, y = z(t)e^{kt}$
- б.  $y' = y_1, y'' = y_2, y''' = y_3, \dots, y^{(n)} = y_n$
- в.  $y = y_1, y' = y_2, y'' = y_3, \dots, y^{(n-1)} = y_n$
- г.  $y' = y_1, y'' = y_2, \dots, y^{(n-1)} = y_{n-1}$

267. Частинний розв'язок  $Y = Y(x), Z = Z(x)$  системи  $\begin{cases} y' = y - 2z + e^x, \\ z' = y + 4z + e^{2x} \end{cases}$

(характеристичні числа  $k_1 = 2, k_2 = 3$ ) за допомогою методу невизначених коефіцієнтів потрібно шукати у вигляді

- а.  $Y = Ae^x, Z = (Ax + B)e^{2x}$
- б.  $Y = Ae^x + (Bx + C)e^{2x}, Z = De^x + (Ex + F)e^{2x}$
- в.  $Y = Ae^x + Be^{2x}, Z = Ce^x + De^{2x}$
- г.  $Y = Ae^x + x(Bx + C)e^{2x}, Z = De^x + x(Ex + F)e^{2x}$

268. Частинний розв'язок  $Y = Y(x), Z = Z(x)$  системи  $\begin{cases} y' = 4y - z + e^{3x} \sin x, \\ z' = y + 2z + xe^{3x} \cos x \end{cases}$

(характеристичні числа  $k_1 = k_2 = 3$ ) за допомогою методу невизначених коефіцієнтів потрібно шукати у вигляді

- a.  $Y = A \sin x + (Bx + C) \cos x, \quad Y = a \sin x + (bx + c) \cos x$
- б.  $Y = A \sin x + B \cos x, \quad Y = a \sin x + b \cos x$
- в.  $Y = (Ax + B) \sin x, \quad Y = (ax + b) \cos x$
- г.  $Y = (Ax + B) \sin x + (Cx + D) \cos x, \quad Y = (ax + b) \sin x + (cx + d) \cos x$

269. Матрицю можна додати до транспонованої до неї, якщо вона є

- а. довільною
- б. тільки матрицею-стовпцем
- в. тільки матрицею-рядком
- г. тільки квадратною

270. Матрицю можна перемножити на транспоновану до неї, якщо вона є

- а. тільки діагональною
- б. тільки квадратною
- в. довільною
- г. тільки матрицею стовпцем

271. Якщо всі елементи деякого рядка квадратної матриці помножити на їх алгебраїчні доповнення і додати, то ми отримаємо

- а. визначник даної матриці
- б. число нуль
- в. подвійний визначник даної матриці
- г. визначник даної матриці з протилежним знаком

272. Якщо всі елементи деякого рядка квадратної матриці помножити на алгебраїчні доповнення до відповідних елементів іншого рядка і додати, то ми отримаємо

- а. визначник даної матриці
- б. число нуль
- в. подвійний визначник даної матриці
- г. визначник даної матриці з протилежним знаком

273. Матрицю  $A$  можна помножити на матрицю  $B$ , якщо

- а.  $A$  і  $B$  довільні матриці
- б. кількість рядків матриці  $A$  дорівнює кількості стовпців матриці  $B$
- в. кількість стовпців матриці  $A$  дорівнює кількості рядків матриці  $B$
- г.  $A$  і  $B$  однакового розміру

274. Якщо всі елементи визначника третього порядку  $\Delta$  помножити на число  $m$ , то одержаний визначник дорівнюватиме

- а.  $m^9\Delta$
- б.  $m\Delta$
- в.  $m^3\Delta$
- г.  $m^2\Delta$

275. Якщо всі елементи деякого рядка визначника третього порядку  $\Delta$  помножити на число  $m$ , то одержаний визначник дорівнюватиме

а.  $m^3\Delta$

б.  $m^9\Delta$

в.  $m\Delta$

г.  $m^2\Delta$

276. Матриці  $A$  і  $B$  мають однакові розміри  $4 \times 2$ . Над ними можна виконати таку операцію:

а. перемножити  $A$  на  $B$

б. додати

в. перемножити  $B$  на  $A$

г. поділити  $A$  на  $B$

277. Матриці  $A$  і  $B$  мають розміри  $4 \times 2$  і  $2 \times 3$  відповідно. Над ними можна виконати таку операцію:

а. перемножити  $A$  на  $B$

б. додати

в. перемножити  $B$  на  $A$

г. поділити  $A$  на  $B$

278. Матриці  $A$  і  $B$  мають розміри  $3 \times 2$  і  $4 \times 3$  відповідно. Над ними можна виконати таку операцію:

а. перемножити  $A$  на  $B$

б. додати

в. перемножити  $B$  на  $A$

г. поділити  $A$  на  $B$

279. Матриці  $A$  і  $B$  мають розміри  $4 \times 5$  і  $2 \times 4$  відповідно. Над ними можна виконати таку операцію:

а. перемножити  $A$  на  $B$

б. додати

в. перемножити  $B$  на  $A$

г. поділити  $A$  на  $B$

280. Матриці  $A$  і  $B$  мають розміри  $4 \times 5$  і  $5 \times 3$  відповідно. Які розміри матиме добуток  $AB$

а.  $4 \times 3$

б.  $5 \times 5$

в.  $4 \times 5$

г.  $5 \times 3$

281. Матриці  $A$  і  $B$  мають розміри  $4 \times 3$  і  $3 \times 4$  відповідно. Які розміри матиме добуток  $AB$

а.  $4 \times 3$

б.  $3 \times 3$

в.  $4 \times 4$

г.  $5 \times 3$

282. Матриці  $A$  і  $B$  мають розміри  $4 \times 2$  і  $5 \times 4$  відповідно. Які розміри матиме добуток  $BA$

- a.  $4 \times 4$
- б.  $2 \times 4$
- в.  $5 \times 2$
- г.  $5 \times 3$

283. Однорідна система лінійних рівнянь завжди

- а. сумісна і визначена
- б. сумісна і невизначена
- в. не сумісна
- г. сумісна

284. Визначник матриці не зміниться, якщо

- а. до елементів одного рядка додати відповідні елементи іншого рядка
- б. елементи двох рядків поміняти місцями
- в. до елементів деякого рядка додати число відмінне від нуля
- г. елементи деякого рядка помножити на довільне дійсне число

285. Визначник заданої матриці не зміниться, якщо

- а. до елементів одного стовпця додати відповідні елементи іншого стовпця
- б. елементи двох стовпців поміняти місцями
- в. до елементів деякого стовпця додати число відмінне від нуля
- г. елементи деякого стовпця помножити на довільне дійсне число

286. Визначник добутку двох матриць

- а. дорівнює добутку визначників цих матриць
- б. менший від добутку визначників цих матриць
- в. більший від добутку визначників цих матриць
- г. дорівнює сумі визначників цих матриць

287. До квадратної матриці існує обернена матриця лише тоді, коли

- а. її визначник не дорівнює нулю
- б. її визначник дорівнює одиниці
- в. всі її елементи відмінні від нуля
- г. її визначник дорівнює нулю

288. Кут між векторами  $x = (1, 0, \frac{1}{2}, 0, \frac{1}{4}, 0, \dots)$  та  $y = (0, 1, 0, \frac{1}{3}, 0, \frac{1}{9}, 0, \dots)$  дорівнює

- а.  $\frac{\pi}{2}$
- б. 0
- в.  $\frac{\pi}{4}$
- г.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

289. Матриці  $A$  і  $B$  називають подібними, якщо

- а. існує невироджена матриця  $C$  така, що  $A = C^{-1}BC$
- б. існує невироджена матриця  $C$  така, що  $A = BC$
- в.  $A = B^{-1}$
- г.  $A = B^2$

290. Вектори  $a = (1; 2)$ ,  $b = (-4; -3)$  утворюють базис. Знайти розклад вектора  $d = (-2; 1)$  у цьому базисі:

- а.  $(-3; -1)$
- б.  $(2; 1)$
- в.  $(-1; -3)$
- г.  $(1; 1)$

291. Обчислити визначник матриці  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & -3 & 2 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$

- а. 3
- б. 2
- в. 4
- г. 0

292. Обчислити визначник матриці  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$

- а. 5
- б. -15
- в. 15
- г. 0

293. Обчислити визначник матриці  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -2 \end{pmatrix}$

- а. -8
- б. -15
- в. 12
- г. 0

294. Обчислити визначник матриці  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$

- а. 7
- б. -1
- в. -2
- г. 0

295. Обчислити визначник матриці  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$

- а. 7
- б. -1
- в. -2
- г. 0

296. Обчислити ранг матриці

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & -3 & 2 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

- а. 3
- б. 2
- в. 4
- г. 0

297. Обчислити ранг матриці

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

- а. 3
- б. 2
- в. 1
- г. 0

298. Обчислити ранг матриці

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 \\ 2 & 2 & -6 \\ -3 & -3 & 9 \end{pmatrix}$$

- а. 3
- б. 2
- в. 1
- г. 0

299. Обчислити ранг матриці

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 & 2 \\ 2 & 2 & -6 & 1 \\ -3 & -3 & 9 & 3 \end{pmatrix}$$

- а. 3
- б. 2
- в. 1
- г. 0

300. При якому значенні  $x$  ранг матриці дорівнює 2

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & x \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

- а. -3
- б. 2
- в. -1
- г. 0

301. При якому значенні  $x$  ранг матриці дорівнює 2

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & x & -1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- а. -3
- б. 2
- в. -1
- г. 0

302. При якому значенні  $x$  ранг матриці дорівнює 2

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & x & 1 \end{pmatrix}$$

- а. -3
- б. 2
- в. -1
- г. 0

303. Знайти ранг нульової квадратної матриці  $n$ -ого порядку:

- а. 0
- б. 1
- в.  $n$
- г. -1

304. Знайти ранг одиничної матриці  $n$ -ого порядку:

- а. 0
- б. 1
- в.  $n$
- г. -1

305. Підпростір лінійного простору — це

- а. підмножина замкнена відносно додавання і множення на скаляр
- б. довільна його підмножина
- в. підмножина замкнена відносно додавання
- г. підмножина замкнена відносно множення на скаляр

306. Базис лінійного простору — це множина його елементів, які

- а. лінійно незалежні, і будь-який елемент простору є їх лінійною комбінацією
- б. лінійно незалежні
- в. лінійно залежні
- г. лінійно залежні, і будь-який елемент простору є їх лінійною комбінацією

307. Розмірність лінійного простору дорівнює

- а. кількості елементів в його базі
- б. кількості всіх його елементів
- в. кількості його підпросторів
- г. кількості елементів деякого його підпростору

308. Вкажіть правильну рівність для розмірності суми підпросторів  $L_1$  та  $L_2$  деякого лінійного простору  $L$ :

- а.  $\dim(L_1 + L_2) = \dim(L_1) + \dim(L_2) - \dim(L_1 \cap L_2)$
- б.  $\dim(L_1 + L_2) = \dim(L_1) + \dim(L_2) + \dim(L_1 \cap L_2)$
- в.  $\dim(L_1 + L_2) = \dim(L_1) + \dim(L_2)$
- г.  $\dim(L_1 + L_2) = \dim(L_1 \cap L_2)$

309. Розмірність лінійного простору  $L = \{(a; 0; b; c; d) | a = 2b - c + d; a, b, c, d \in R\}$  рівна:

- а. 3
- б. 4
- в. 5
- г. 2

310. Розмірність лінійного простору  $L = \{(a; b; b; c; d) | c = 2b - d; a, b, c, d \in R\}$  рівна:

- а. 3
- б. 4
- в. 5
- г. 2

311. Розмірність лінійного простору  $L = \{(a; b; c; c; c) | a = 2b - c; a, b, c, \in R\}$  рівна:

- а. 3
- б. 4
- в. 5
- г. 2

312. Розмірність лінійного простору  $L = \{(a; a; b; c; d) | a, b, c, d \in R\}$  рівна:

- а. 3
- б. 4
- в. 5
- г. 2

313. Розмірність лінійного простору  $L = \{(a; 0; b; c; 0) | a = b + 2c; a, b, c, d \in R\}$  рівна:

- а. 3
- б. 4
- в. 5
- г. 2

314. Розмірність лінійного простору поліномів не вище 4 степеня рівна:

- а. 3
- б. 4
- в. 5
- г. 2

315. Знайти розмірність лінійного простору поліномів не вище 4 степеня, у яких коефіцієнт біля  $x^2$  рівний нулю.

- а. 3
- б. 4
- в. 5
- г. 2

316. Знайти розмірність лінійного простору поліномів не вище 4 степеня, у яких коефіцієнти біля  $x^2$  та  $x^3$  рівні нулю.

- а. 3
- б. 4
- в. 5

г. 2

317. Знайти розмірність лінійного простору поліномів не вище 4 степеня, у яких сума коефіцієнтів біля  $x^2$  та  $x^3$  дорівнює нулю.

- а. 3
- б. 4
- в. 5
- г. 2

318. Знайти розмірність лінійного простору квадратних матриць другого порядку, у яких сума елементів головної діагоналі дорівнює нулю.

- а. 3
- б. 4
- в. 1
- г. 2

319. Знайти розмірність лінійного простору квадратних матриць другого порядку, у яких сума елементів кожного рядка дорівнює нулю.

- а. 3
- б. 4
- в. 1
- г. 2

320. Знайти розмірність лінійного простору квадратних матриць другого порядку, у яких сума всіх елементів дорівнює нулю.

- а. 3
- б. 4
- в. 1
- г. 2

321. Матриця переходу від одного базису до іншого деякого лінійного простору завжди є

- а. невиродженою
- б. виродженою
- в. симетричною
- г. діагональною

322. Яке з наступних перетворень лінійного простору  $R^2$  є лінійним оператором?

- а.  $A_1(x, y) = (x + y, x - y)$
- б.  $A_2(x, y) = (x + y, x \cdot y)$
- в.  $A_3(x, y) = (x - y, x + y + 2)$
- г.  $A_4(x, y) = (x - y, x^2 + y^2)$

323. Яке із заданих перетворень лінійного простору  $R^2$  є лінійним оператором?

- а.  $A_1(x, y) = (x + 2y, 3x - y)$
- б.  $A_2(x, y) = (x + y, x \cdot y)$
- в.  $A_3(x, y) = (x - y, x + y + 1)$
- г.  $A_4(x, y) = (x - y, x^2 + y)$

324. Яке із перелічених перетворень лінійного простору  $R^2$  є лінійним оператором?

- a.  $A_1(x, y) = (3x + 2y, 3x - y)$
- б.  $A_2(x, y) = (x + y^2, x - y)$
- в.  $A_3(x, y) = (x - y, x + y - 1)$
- г.  $A_4(x, y) = (x - y, x^2 + y)$

325. Яке з нижченаведених перетворень лінійного простору  $R^2$  є лінійним оператором?

- a.  $A_1(x, y) = (3x - 2y, 3x - 2y)$
- б.  $A_2(x, y) = (x + y^2, x - y^2)$
- в.  $A_3(x, y) = (x - y - 1, x + y - 1)$
- г.  $A_4(x, y) = (x - y, x^2 + y)$

326. Яке з наступних перетворень лінійного простору  $R^2$  не є лінійним оператором?

- a.  $A_1(x, y) = (x + y, 2x - 3y)$
- б.  $A_2(x, y) = (x + y, x - y)$
- в.  $A_3(x, y) = (x - y, x + y + 2)$
- г.  $A_4(x, y) = (x - y, 3x + 2y)$

327. Яке із перелічених перетворень лінійного простору  $R^2$  не є лінійним оператором?

- a.  $A_1(x, y) = (x + 2y, 2x - 3y)$
- б.  $A_2(x, y) = (x + 2y, x - 3y)$
- в.  $A_3(x, y) = (x - y - 1, x + y + 2)$
- г.  $A_4(x, y) = (x - y, 3x + 2y)$

328. Яке із нижченаведених перетворень лінійного простору  $R^2$  не є лінійним оператором?

- a.  $A_1(x, y) = (x + 2y, x + 2y)$
- б.  $A_2(x, y) = (x + 2y, x - 3y)$
- в.  $A_3(x, y) = (x - y^2, x + y)$
- г.  $A_4(x, y) = (x - y, 2x + 2y)$

329. Яке із заданих перетворень лінійного простору  $R^2$  не є лінійним оператором?

- a.  $A_1(x, y) = (x, 2x - 3y)$
- б.  $A_2(x, y) = (y, x - 3y)$
- в.  $A_3(x, y) = (x^3, x^2)$
- г.  $A_4(x, y) = (x - y, x + y)$

330. Знайти ядро лінійного оператора тривимірного простору, який проектує вектори на площину  $XOY$ :

- а. вектори паралельні осі  $OZ$
- б. вектори паралельні площині  $XOZ$
- в. вектори паралельні площині  $YOZ$
- г. тільки нуль-вектор

331. Знайти ядро лінійного оператора тривимірного простору, який проектує вектори на площину  $YOZ$ :

- а. вектори паралельні осі  $OZ$
- б. вектори паралельні осі  $OX$
- в. вектори паралельні площині  $YOZ$
- г. тільки нуль-вектор

332. Знайти ядро лінійного оператора тривимірного простору, який проектує вектори на пряму  $OZ$ :

- а. вектори паралельні осі  $OZ$
- б. вектори паралельні площині  $XOY$
- в. вектори паралельні площині  $YOZ$
- г. тільки нуль-вектор

333. Знайти ядро лінійного оператора двовимірного простору, який здійснює поворот всіх векторів площини на деякий кут  $\alpha$ :

- а. вектори паралельні осі  $OX$
- б. вектори паралельні осі  $OY$
- в. вектори паралельні бісектрисі першої і третьої чвертей
- г. тільки нуль-вектор

334. Знайти ядро лінійного оператора двовимірного простору, який здійснює симетрію всіх векторів площини відносно осі  $OX$ :

- а. вектори паралельні осі  $OX$
- б. вектори паралельні осі  $OY$
- в. вектори паралельні бісектрисі першої і третьої чвертей
- г. тільки нуль-вектор

335. Для лінійного оператора  $A$ , заданого на просторі  $L$ , виконується рівність

- а.  $\dim(L) = \dim(Im(A)) + \dim(Ker(A))$
- б.  $\dim(L) = \dim(Im(A)) - \dim(Ker(A))$
- в.  $\dim(L) = \dim(Im(A))$
- г.  $\dim(L) = \dim(Ker(A))$

336. Ненульовий вектор  $x$  є власним вектором лінійного оператора  $A$ , якщо

- а. існує число  $\alpha$  таке, що  $A(x) = \alpha x$
- б. існує ненульове число  $\alpha$  таке, що  $A(x) = \alpha + x$
- в.  $A(x)$  - нуль-вектор
- г. для всіх дійсних  $\alpha$  виконується рівність  $A(x) = \alpha x$

337. Власні значення лінійного оператора ( $A$  - його матриця в деякому базисі) знаходимо з рівняння

- а.  $\det(A - \lambda E) = 0$
- б.  $(A - \lambda E) = 0$
- в.  $\det(\lambda A) = 0$
- г.  $\det(A^2 - \lambda E) = 0$

338. Який з наведених нижче векторів є власним вектором лінійного оператора  $A(x; y; z) =$

$(x + y - 2z; x + 2z; 2x + z)$ ?

- а.  $(1; 1; 2)$
- б.  $(0; 2; 1)$
- в.  $(0; 0; 1)$
- г.  $(2; 1; 1)$

339. Який з наведених нижче векторів є власним вектором лінійного оператора  $A(x; y; z) = (x + y - z; x - z; x - y)$ ?

- а.  $(1; 1; 2)$
- б.  $(0; 2; 1)$
- в.  $(0; 0; 1)$
- г.  $(2; 1; 1)$

340. Який з наведених нижче векторів є власним вектором лінійного оператора  $A(x; y; z) = (x + y + z; x - y; x - z)$ ?

- а.  $(1; 1; 2)$
- б.  $(0; 2; 1)$
- в.  $(0; -1; 1)$
- г.  $(2; 1; 1)$

341. Який з наведених нижче векторів є власним вектором лінійного оператора  $A(x; y; z) = (x + y - 2z; x - y; x - z)$ ?

- а.  $(1; 1; 2)$
- б.  $(0; 2; 1)$
- в.  $(0; -1; 1)$
- г.  $(2; 1; 1)$

342. При якому значенні  $\alpha$  оператор повороту площини на кут  $\alpha$  має власні вектори

- а.  $\alpha = \pi/2$
- б.  $\alpha = \pi$
- в. при будь-якому
- г. при жодному

343. Знайти власне значення оператора диференціювання в просторі поліномів не вище степеня  $n$ :

- а. 1
- б. 0
- в. -1
- г.  $n$

344. Знайти власні значення лінійного оператора двовимірного простору, який здійснює симетрію всіх векторів площини відносно осі  $OX$ :

- а. 1 і -1
- б. 0
- в. 2 і -2

г.  $\sqrt{2}$

345. Знайти власні значення лінійного оператора двовимірного простору, який проєктує вектори площини на вісь  $OX$ :

- а. 1 і 0
- б. 0 і -1
- в. 2
- г.  $\sqrt{2}$

346. Яке власне значення відповідає кососиметричним матрицям для лінійного оператора транспонування квадратних матриць другого порядку:

- а. 1
- б. -1
- в. 0
- г. 2

347. Метод Лагранжа зведення квадратичної форми до канонічного виду базується на

- а. виділенні повних квадратів
- б. обчисленні кутових мінорів матриці квадратичної форми
- в. знаходженні власних значень і власних векторів матриці квадратичної форми
- г. обчисленні значень квадратичної форми для базисних елементів

348. Метод Якобі зведення квадратичної форми до канонічного виду базується на

- а. обчисленні кутових мінорів матриці квадратичної форми
- б. виділенні повних квадратів
- в. знаходженні власних значень і власних векторів матриці квадратичної форми
- г. обчисленні значень квадратичної форми для базисних елементів

349. Метод ортогонального перетворення зведення квадратичної форми до канонічного виду базується на

- а. обчисленні кутових мінорів матриці квадратичної форми
- б. виділенні повних квадратів
- в. знаходженні власних значень і власних векторів матриці квадратичної форми
- г. обчисленні значень квадратичної форми для базисних елементів

350. Визначити тип квадратичної форми  $A(x, y) = x^2 + 2xy + 3y^2$ :

- а. додатньовизначена
- б. від'ємновизначена
- в. знакозмінна
- г. тип даної квадратичної форми визначити неможливо

351. Визначити тип квадратичної форми  $A(x, y) = x^2 + 2xy - 3y^2$ :

- а. додатньовизначена
- б. від'ємновизначена
- в. знакозмінна
- г. тип даної квадратичної форми визначити неможливо

352. Визначити тип квадратичної форми  $A(x, y) = -2x^2 + 2xy - y^2$ :

- а. додатньовизначена
  - б. від'ємновизначена
  - в. знакозмінна
  - г. тип даної квадратичної форми визначити неможливо
353. Квадратична форма називається додатньовизначеною, якщо
- а. для всіх ненульових векторів її значення є додатним числом
  - б. для всіх ненульових векторів її значення є недодатним числом
  - в. для деяких ненульових векторів її значення є додатним числом
  - г. для деяких ненульових векторів її значення є недодатним числом

354. Квадратична форма називається від'ємновизначеною, якщо
- а. для всіх ненульових векторів її значення є від'ємним числом
  - б. для всіх ненульових векторів її значення є невід'ємним числом
  - в. для деяких ненульових векторів її значення є від'ємним числом
  - г. для деяких ненульових векторів її значення є невід'ємним числом

355. В полі дійсних чисел жорданову нормальну форму має
- а. довільна матриця
  - б. матриця, характеристичне рівняння якої має тільки дійсні корені
  - в. матриця, визначник якої не дорівнює нулю
  - г. тільки симетрична матриця

356. В полі комплексних чисел жорданову нормальну форму має
- а. довільна матриця
  - б. матриця, характеристичне рівняння якої має тільки дійсні корені
  - в. матриця, визначник якої не дорівнює нулю
  - г. тільки симетрична матриця

357. В якому порядку жорданові клітки розміщаються на діагоналі в жордановій нормальній формі?
- а. за зростанням порядків
  - б. у довільному
  - в. за спаданням порядків
  - г. за зростанням власних значень

358. Вкажіть формулу для дійснозначної матриця спряженого оператора в ортонормованому базисі:
- а.  $A^* = A^{-1}$
  - б.  $A^* = A^T$
  - в.  $A^* = -A$
  - г.  $A^* = A$

359. Для ортогонального (унітарного) оператора  $A$  виконується рівність
- а.  $A^* = A^{-1}$
  - б.  $A^* = A^2$
  - в.  $A^* = -A$

г.  $A^* = A$

360. В якій нерівності використовується скалярний добуток?

- а. трикутника
- б. Паскаля
- в. Галуа-Вієта
- г. Коші-Буняковського

361. Правило логічного виведення виключення кон'юнкції має вигляд

- а.  $p \vdash p \vee q$
- б.  $p \wedge q \vdash p$
- в.  $p, p \Rightarrow q \vdash q$
- г.  $\bar{q}, p \Rightarrow q \vdash \bar{p}$

362. Із наведених систем логічних операцій  $\{\neg, \wedge\}$ ,  $\{\vee, \neg, \rightarrow\}$ ,  $\{\wedge, \oplus, 1\}$ ,  $\{\wedge, \rightarrow\}$ ,  $\{\uparrow\}$  функціонально неповною є система

- а.  $\{\wedge, \rightarrow\}$
- б.  $\{\neg, \wedge\}$
- в.  $\{\vee, \neg, \rightarrow\}$
- г.  $\{\wedge, \oplus, 1\}$

363. Яка з булевих функцій є лінійною?

- а.  $f(x, y) = x \wedge \bar{y}$
- б.  $f(x, y) = x \Rightarrow y$
- в.  $f(x, y) = x \oplus \bar{y}$
- г. жодна з вказаних

364. Серед наведених формул логіки висловлень:

- 1)  $(p \mid p) \vee p$ ,
- 2)  $r \wedge \bar{r}$ ,
- 3)  $p \vee \bar{p}$ ,
- 4)  $q \rightarrow \bar{p}$ ,
- 5)  $p \leftrightarrow p$ ,
- 6)  $p \vee p$ ,
- 7)  $(p \rightarrow \bar{p}) \vee p$ , тавтологіями є формули під номерами

- а. 1,3,5,7
- б. 1,2,4,5
- в. 2,5,6,7
- г. 2,4,5,7

365. Формула логіки висловлень  $r \wedge p \vee q \rightarrow \bar{r}$  приймає хибні значення лише на наборах значень пропозиційних змінних  $p, q, r$ , що записані у лексикографічному порядку під номерами

- а. 3,5,7
- б. 0,2,4
- в. 3,4,7
- г. 0,1,2

366. Формула логіки висловлень називається тавтологією,
- якщо на будь-яких наборах значень змінних вона приймає значення ``істина''
  - якщо на будь-яких наборах значень змінних вона приймає значення ``хибність''
  - якщо на деякому наборі значень змінних вона приймає значення ``істина''
  - якщо на деякому наборі значень змінних вона приймає значення ``хибність''
367. Формула логіки висловлень називається суперечністю,
- якщо на будь-яких наборах значень змінних вона приймає значення ``істина''
  - якщо на будь-яких наборах значень змінних вона приймає значення ``хибність''
  - якщо на деякому наборі значень змінних вона приймає значення ``істина''
  - якщо на деякому наборі значень змінних вона приймає значення ``хибність''
368. Формула логіки висловлень називається виконуваною,
- якщо на будь-яких наборах значень змінних вона приймає значення ``істина''
  - якщо на будь-яких наборах значень змінних вона приймає значення ``хибність''
  - якщо на деякому наборі значень змінних вона приймає значення ``істина''
  - якщо на деякому наборі значень змінних вона приймає значення ``хибність''
369. Формула логіки висловлень записана у вигляді кон'юнктивної нормальної форми, якщо вона є
- диз'юнкцією елементарних кон'юнкцій
  - кон'юнкцією елементарних диз'юнкцій
  - сумою елементарних кон'юнкцій за модулем 2
  - інша відповідь
370. Формула логіки висловлень записана у вигляді диз'юнктивної нормальної форми, якщо вона є
- диз'юнкцією елементарних кон'юнкцій
  - кон'юнкцією елементарних диз'юнкцій
  - сумою елементарних кон'юнкцій за модулем 2
  - інша відповідь
371. Формула логіки висловлень записана у вигляді полінома Жегалкіна, якщо вона є
- диз'юнкцією елементарних кон'юнкцій
  - кон'юнкцією елементарних диз'юнкцій
  - сумою монотонних елементарних кон'юнкцій за модулем 2
  - інша відповідь
372. Формула логіки висловлень називається нейтральною, якщо вона є
- диз'юнкцією елементарних кон'юнкцій
  - кон'юнкцією елементарних диз'юнкцій
  - сумою елементарних кон'юнкцій за модулем 2
  - інша відповідь
373. Кількість булевих розв'язків  $(x, y)$  рівняння  $x \vee y = 1$  дорівнює
- 0
  - 1
  - 2

г. 3

374. Серед наведених формул логіки висловлень:

- 1)  $r \wedge \bar{r}$ ,
- 2)  $p \vee \bar{p}$ ,
- 3)  $p \leftrightarrow p$ ,
- 4)  $p \vee p$ ,

тавтологіями є формули під номерами

- а. 1,3
- б. 1,4
- в. 2,3
- г. 2,4

375. Серед наведених формул логіки висловлень:

- 1)  $r \wedge \bar{r}$ ,
- 2)  $p \vee \bar{p}$ ,
- 3)  $p \leftrightarrow p$ ,
- 4)  $p \vee p$ , виконуваними є формули під номерами

- а. 1,2,4
- б. 1,2,3
- в. 2,3,4
- г. 1,3,4

376. Які закони логіки висловлень називаються законами де Моргана?

- а.  $(p \vee q) \vee r = p \vee (q \vee r)$ ,  $(p \wedge q) \wedge r = p \wedge (q \wedge r)$
- б.  $p \vee q = q \vee p$ ,  $p \wedge q = q \wedge p$
- в.  $\overline{p \vee q} = \bar{p} \wedge \bar{q}$ ,  $\overline{p \wedge q} = \bar{p} \vee \bar{q}$
- г.  $p \vee (q \wedge r) = (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ ,  $p \wedge (q \vee r) = (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

377. Які закони логіки висловлень називаються комутативними законами?

- а.  $(p \vee q) \vee r = p \vee (q \vee r)$ ,  $(p \wedge q) \wedge r = p \wedge (q \wedge r)$
- б.  $p \vee q = q \vee p$ ,  $p \wedge q = q \wedge p$
- в.  $\overline{p \vee q} = \bar{p} \wedge \bar{q}$ ,  $\overline{p \wedge q} = \bar{p} \vee \bar{q}$
- г.  $p \vee (q \wedge r) = (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ ,  $p \wedge (q \vee r) = (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

378. Які закони логіки висловлень називаються законами асоціативності?

- а.  $(p \vee q) \vee r = p \vee (q \vee r)$ ,  $(p \wedge q) \wedge r = p \wedge (q \wedge r)$
- б.  $p \vee q = q \vee p$ ,  $p \wedge q = q \wedge p$
- в.  $\overline{p \vee q} = \bar{p} \wedge \bar{q}$ ,  $\overline{p \wedge q} = \bar{p} \vee \bar{q}$
- г.  $p \vee (q \wedge r) = (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ ,  $p \wedge (q \vee r) = (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

379. Які закони логіки висловлень називаються законами дистрибутивності?

- а.  $(p \vee q) \vee r = p \vee (q \vee r)$ ,  $(p \wedge q) \wedge r = p \wedge (q \wedge r)$
- б.  $p \vee q = q \vee p$ ,  $p \wedge q = q \wedge p$
- в.  $\overline{p \vee q} = \bar{p} \wedge \bar{q}$ ,  $\overline{p \wedge q} = \bar{p} \vee \bar{q}$
- г.  $p \vee (q \wedge r) = (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ ,  $p \wedge (q \vee r) = (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

380. Яка серед нижчеприведених формул логіки висловлень рівносильна формулі  $p \Rightarrow \bar{p} \vee q$ ?

- a.  $\bar{p} \vee q$
- б.  $p \vee q$
- в.  $\bar{p} \Rightarrow q$
- г.  $\bar{p}$

381. Набір  $(1, 0, 1, 0)$  булевих змінних має номер

- a. 10
- б. 2
- в. 1010
- г. інша відповідь

382. Кількість конституент одиниці в ДДНФ булевої функції  $f(p, q, r) = p\bar{q} \vee q\bar{r}$  дорівнює

- a. 2
- б. 3
- в. 4
- г. інша відповідь

383. Яка з наступних булевих функцій належить  $T_0 \setminus T_1$ ?

- a.  $p \oplus q$
- б.  $p \vee q$
- в.  $p \wedge q$
- г.  $p \rightarrow q$

384. Яка з наступних булевих функцій належить  $T_0 \cap T_1$ ?

- a. 0
- б. 1
- в.  $p \wedge q$
- г.  $p \rightarrow q$

385. Яка з наступних сімей булевих функцій не є функціонально повною?

- а.  $\{\wedge, \neg\}$
- б.  $\{| \}$
- в.  $\{\uparrow\}$
- г.  $\{\wedge, \vee\}$

386. Скільки є монотонних булевих функцій від  $n$  змінних?

- а.  $2^n$
- б.  $2^{2^n}$
- в. безліч
- г. інша відповідь

387. Поліномів Жегалкіна від трьох булевих змінних є

- а. 2020
- б. 8
- в. 256

г. безліч

388. Яка з наступних функцій не належить класу  $M$  монотонних булевих функцій?

- а. 0
- б.  $p \vee q$
- в.  $p \wedge q$
- г.  $p \rightarrow q$

389. Двоїстою до булевої функції  $p \oplus q$  є

- а.  $p \wedge q$
- б.  $p \vee q$
- в.  $p \leftrightarrow q$
- г.  $p \rightarrow q$

390. Кількість немонотонних булевих функцій від однієї змінної дорівнює

- а. 2
- б. 4
- в. 1
- г. безліч

391. Сусіднім до булевого набору  $(0, 1, 0, 0)$  не є набір

- а.  $(0, 0, 0, 0)$
- б.  $(0, 1, 1, 0)$
- в.  $(1, 1, 0, 0)$
- г.  $(1, 0, 0, 0)$

392. Яка з наступних булевих функцій не належить класу  $T_0$ ?

- а.  $\bar{p}$
- б. 0
- в.  $p \oplus p$
- г.  $p$

393. Яка з наступних булевих функцій не належить класу  $T_1$ ?

- а.  $\bar{p}$
- б. 1
- в.  $p \vee \bar{p}$
- г.  $p \oplus \bar{p}$

394. Лінійною булевою функцією не є:

- а.  $\bar{p}$
- б.  $p \vee q$
- в. 1
- г. 0

395. Кон'юнктивною нормальню формою є

- а.  $\bar{p} \vee q \wedge p$

- б.  $p \wedge q$
- в.  $\bar{q} \rightarrow \bar{p}$
- г.  $p \wedge q \vee \bar{p} \wedge \bar{q}$

396. Скільки є різних булевих наборів з трьома компонентами?

- а. 2
- б. 3
- в. 8
- г. безліч

397. Скільки існує різних ДКНФ булевої функції  $f(p, q) = p \vee q \rightarrow p$

- а. 1
- б. 2
- в. 3
- г. безліч

398. Скільки різних значень набуває булева функція  $f(p) = \bar{p} \vee p$ ?

- а. 2
- б. 1
- в. безліч
- г. інша відповідь

399. Функціонально повною сім'єю булевих функцій є

- а.  $\{| \}$
- б.  $\{\vee\}$
- в.  $\{\wedge\}$
- г.  $\{\rightarrow\}$

400. Яка булева функція не є самодвоїстою?

- а.  $p$
- б.  $\bar{p}$
- в.  $p \oplus q \oplus r$
- г.  $p \vee q$

401. Протилежним до булевого набору  $(0, 0, 0, 0)$  є набір

- а.  $(0, 0, 0, 0)$
- б.  $(0, 0, 1, 0)$
- в.  $(0, 1, 1, 1)$
- г.  $(1, 1, 1, 1)$

402. Скільки існує суперечностей, які є виконуваними формулами логіки висловлень?

- а. 0
- б. 1
- в. 2
- г. безліч

403. Обчислити границю  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x-5}{x^2-25}$ :

- а. 0,1  
 б. 0,3  
 в. 0,4  
 г. 0,7

404. Обчислити границю  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{1+x}\right)^x$ :

- а.  $e^{-1}$   
 б.  $e^{-2}$   
 в.  $e$   
 г.  $e^2$

405. Обчислити границю  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{\frac{x+1}{x}}$ :

- а. 1  
 б. 3  
 в. 4  
 г. 3,7

406. Обчислити границю  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{x}$ :

- а. 3  
 б. 4  
 в. 2  
 г. 2,5

407. Обчислити границю  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - x}$ :

- а. 2  
 б. 1  
 в. 3  
 г. 4

408. Обчислити границю  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^3 - 8}$ :

- а.  $\frac{1}{12}$   
 б.  $\frac{5}{2}$   
 в.  $\frac{5}{3}$   
 г.  $\frac{1}{4}$

409. Обчислити границю  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-4}{3x+5}\right)^{\frac{x+2}{9}}$ :

- а.  $e^{-\frac{1}{3}}$   
 б.  $e^{-\frac{2}{3}}$   
 в.  $e$   
 г.  $e^{-\frac{1}{2}}$

410. Обчислити границю  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x-2}-1}{x-3}$ :

- а.  $\frac{1}{2}$

- б.  $\frac{1}{3}$   
 в.  $\frac{4}{3}$   
 г.  $\frac{3}{2}$

411. Обчислити границю  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 7x}{5x^2}$ :

- а. 4,9  
 б. 4,2  
 в. 4,3  
 г. 4,8

412. Обчислити границю  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - \sqrt{x}}{\sqrt{x-1}}$ :

- а. 3  
 б. -2  
 в. 4  
 г. 5

413. Обчислити границю  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 6x}{3x}$ :

- а. 2  
 б. 1  
 в. 0  
 г. -1

414. Обчислити границю  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 4x + 2} \right)^x$ :

- а.  $e^2$   
 б.  $e^3$   
 в.  $e^{-3}$   
 г.  $e^{-1}$

415. Обчислити границю  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1}-2}{x-5}$ :

- а.  $\frac{1}{4}$   
 б.  $\frac{1}{5}$   
 в.  $\frac{1}{2}$   
 г.  $\frac{2}{5}$

416. Обчислити границю  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}$ :

- а. 0  
 б. 1  
 в. 2  
 г. 3

417. Обчислити границю  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}$ :

- а. 1  
 б. 2

- в. 0  
г. 0,5

418. Обчислити границю  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x})$ :

- а. 0  
б. 1  
в. 2  
г. 3

419. Обчислити границю  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 5x - \cos 7x}{x^2}$ :

- а. 12  
б. 11  
в. 10  
г. 9

420. Обчислити границю  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{x^2}$ :

- а. 8  
б. 5  
в. 7  
г. 9

421. Обчислити границю  $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{x}{3}\right)^{\frac{1}{x-3}}$ :

- а.  $e^{\frac{1}{3}}$   
б.  $e^{\frac{1}{2}}$   
в.  $e$   
г.  $e^{-\frac{1}{2}}$

422. Обчислити похідну  $y'_x$ , якщо  $y = x^{x^2}$ :

- а.  $x^{x^2+1}(2 \ln x + 1)$   
б.  $x^{x^2}(2 \ln x + 1)$   
в.  $2x^{x^2} \ln x$   
г.  $x^{x^2+1}(2 \ln x - 1)$

423. Обчислити похідну  $y'_x$ , якщо  $x = a \cos t, y = b \sin t$ :

- а.  $-\frac{b}{a} \operatorname{ctg} t$   
б.  $\frac{b}{a} \operatorname{ctg} t$   
в.  $-\frac{a}{b} \operatorname{ctg} t$   
г.  $\frac{a}{b} \operatorname{ctg} t$

424. Обчислити похідну  $y'_x$ , якщо  $y = (\ln x)^x$ :

- а.  $(\ln x)^x \left( \frac{1}{\ln x} + \ln \ln x \right)$   
б.  $(\ln x) \left( \frac{1}{\ln x} + \ln \ln x \right)$   
в.  $(\ln x)^2 \ln \ln x$

г.  $(\ln x)^x \ln \ln x$

425. Обчислити похідну  $y'_x$ , якщо  $y = \sin \sqrt{1+x^2}$ :

а.  $\frac{x \cos \sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1+x^2}}$

б.  $\frac{x \sin \sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1+x^2}}$

в.  $-\frac{x \sin \sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1+x^2}}$

г.  $-\frac{x \cos \sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1+x^2}}$

426. Обчислити похідну  $y'_x$ , якщо  $y = x^{\ln x}$ :

а.  $2x^{\ln x - 1} \ln x$

б.  $x^{\ln x - 1} \ln x$

в.  $x^{\ln x + 1} \ln x$

г.  $2x^{\ln x + 1} \ln x$

427.  $(\ln(y \sin 2xy))'_x =$

а.  $2y \operatorname{ctg}(2xy)$

б.  $-2 \operatorname{tg}(2xy)$

в.  $\operatorname{ctg}(2xy)$

г.  $-2 \operatorname{ctg}(2xy)$

428. Знайти частинну похідну  $\frac{\partial z}{\partial x}$  функції  $z(x, y)$ , що задана неявно рівнянням  $x^2 + y^2 + z^2 + 2xz = 1$ :

а.  $-1$

б.  $1$

в.  $\frac{x+z}{x-z}$

г.  $\frac{x-z}{x+z}$

429. Змінити порядок інтегрування в інтегралі  $\int_2^4 dy \int_y^4 f(x, y) dx$ :

а.  $\int_2^4 dx \int_2^x f(x, y) dy$

б.  $\int_0^4 dx \int_0^x f(x, y) dy$

в.  $\int_2^4 dx \int_x^4 f(x, y) dy$

г.  $\int_0^4 dx \int_2^4 f(x, y) dy$

430.  $\int e^{x^2} x dx =$

а.  $\frac{1}{2}e^{x^2} + C$

б.  $e^{x^2} + C$

в.  $\frac{1}{2}e^x + C$

г.  $\frac{1}{4}e^{x^2} + C$

431. Обчислити інтеграл від функції  $z = x^2y$  за скінченою обlastю  $D$ , що обмежена частиною параболи  $y = x^2$  і прямою  $y = 1$ :

а.  $\frac{4}{21}$

б.  $\frac{1}{2}$

в.  $-2$

г.  $1$

432. Обчислити подвійний інтеграл  $\int_0^1 dx \int_x^{2x} (x - y + 1) dy$ :

а.  $\frac{1}{3}$

б.  $\frac{1}{2}$

в.  $\frac{1}{6}$

г.  $0$

433. Обчислити криволінійний інтеграл другого роду  $\int_L (xy - 1) dx + x^2y dy$  від точки  $A(1; 0)$  до точки  $B(0; 2)$  вздовж прямої  $2x + y = 2$ :

а.  $1$

б.  $2$

в.  $-1$

г.  $-2$

434. Визначити інтервал збіжності степеневого ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-x)^n}{3^{n-1} \sqrt{n}}$ :

а.  $(-3; 3]$

б.  $[-3; 3]$

в.  $(-3; 3)$

г.  $[-3; 3)$

435. Знайти значення  $s'(-1)$ , якщо  $s(t) = \left(\frac{t}{2t+1}\right)^{10}$ :

а.  $10$

б.  $-1$

в.  $1$

г.  $-10$

436. Знайти похідну функції  $y(x) = x^3 3^x$ :

а.  $x^2 3^x (3 + x \ln 3)$

б.  $x^2 3^x (3 - x \ln 3)$

в.  $3x^2 3^x \ln 3$

г.  $x^2 3^x$

437. Знайти похідну функції  $y(x) = \operatorname{arcctg} \frac{1}{x}$ :

а.  $\frac{1}{x^2 + 1}$

б.  $\frac{1}{x^2 - 1}$

в.  $-\frac{1}{x^2 + 1}$

г.  $-\frac{1}{x^2 - 1}$

438. Знайти похідну функції  $y(x) = \sqrt[x]{x}$ :

а.  $\frac{\sqrt[x]{x}}{x^2} (1 - \ln x)$

б.  $\frac{\sqrt[x]{x}}{x^2} (1 + \ln x)$

в.  $\frac{\sqrt[x]{x}}{x} (1 - \ln x)$

г.  $\sqrt[3]{x}(1 - \ln x)$

439. Графік функції  $y = e^{x+2}$  симетричний відносно прямої  $y = x$  до графіка функції

- а.  $y = \ln x - 2$
- б.  $y = \ln(x + 2)$
- в.  $y = e^{x-2}$
- г.  $y = \ln(x - 2)$

440. Коефіцієнт при  $x^3$  ряду Маклорена функції  $y = e^{-2x}$  дорівнює

- а.  $-\frac{4}{3}$
- б.  $\frac{4}{3}$
- в.  $\frac{8}{3}$
- г.  $-\frac{8}{3}$

441. Коефіцієнт при  $x^2$  ряду Маклорена функції  $y = \ln(3x + 1)$  дорівнює

- а.  $-\frac{9}{2}$
- б.  $-9$
- в.  $\frac{9}{2}$
- г.  $-\frac{9}{4}$

442. Функція  $y = x^4 - 2x^2 + 5$  на інтервалі  $(0; 2)$

- а. має мінімум
- б. має максимум
- в. монотонно зростає
- г. монотонно спадає

443. Знайти область збіжності функціонального ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} e^{-nx}$ :

- а.  $(0, +\infty)$
- б.  $[0, +\infty)$
- в.  $(-\infty, +\infty)$
- г.  $(-\infty, 0)$

444. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+5}{n-7}\right)^{\frac{n}{6}+1}$ :

- а.  $e^2$
- б.  $e$
- в.  $\frac{1}{e}$
- г.  $\frac{1}{e^2}$

445. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 - (n-1)^3}{(n+1)^2 + (n-1)^2}$ :

- а. 3
- б. 2
- в.  $\frac{3}{2}$
- г.  $\frac{2}{3}$

446. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 5^n}{3^n - 5^{n-1}}$ :

а.  $-5$

б.  $3$

в.  $5$

г.  $-\frac{5}{3}$

447. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 7^n}{2^n - 7^{n-1}}$ :

а.  $-7$

б.  $2$

в.  $7$

г.  $-\frac{7}{2}$

448. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{(n+3)(n+1)} - \sqrt{n(n+1)})$ :

а.  $\frac{3}{2}$

б.  $\frac{2}{3}$

в.  $\frac{1}{3}$

г.  $\frac{1}{2}$

449. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+5}{2n-3}\right)^n$ :

а.  $e^4$

б.  $\frac{1}{e^4}$

в.  $e^2$

г.  $e$

450. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+3} + 3^{n+2}}{2^n + 7 \cdot 3^n}$ :

а.  $\frac{9}{7}$

б.  $7$

в.  $9$

г.  $\frac{7}{9}$

451. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+2}{n-3}\right)^{\frac{n}{5}+1}$ :

а.  $e$

б.  $\frac{1}{e}$

в.  $\frac{1}{e^2}$

г.  $e^2$

452. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)^3 - (n-3)^3}{(n+3)^2 + (n-3)^2}$ :

а.  $\frac{15}{2}$

б.  $-\frac{15}{2}$

в.  $\frac{5}{3}$

г.  $-\frac{5}{3}$

453. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n + 8^{n-1}}{4^n - 8^n}$ :

а.  $-\frac{1}{8}$

б.  $-8$

в.  $8$

г.  $\frac{1}{8}$

454. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1)! + (n+1)!}{n!(2n-3)}$ :

а.  $\frac{1}{2}$

б.  $\frac{1}{3}$

в.  $\frac{2}{3}$

г.  $\frac{3}{2}$

455. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n! + (n+2)!}{(n-1)! + (n+2)!}$ :

а.  $1$

б.  $2$

в.  $-1$

г.  $0$

456. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3+6+9+\dots+3n}{n^2+4}$ :

а.  $\frac{3}{2}$

б.  $\frac{1}{2}$

в.  $2$

г.  $1$

457. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2+4+6+\dots+2n}{1+3+5+\dots+(2n-1)}$ :

а.  $1$

б.  $0$

в.  $-1$

г.  $2$

458. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+3+\dots+n}{\sqrt{9n^4+1}}$ :

а.  $\frac{1}{6}$

б.  $\frac{1}{2}$

в.  $\frac{1}{3}$

г.  $-\frac{1}{2}$

459. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^2-1}{n^2} \right)^{n^4}$ :

а.  $0$

б.  $+\infty$

в.  $e$

г.  $1$

460. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n-10}{n+1} \right)^{3n+1}$ :

а.  $e^{-33}$

б.  $e^3$

- в. 0  
г.  $e^{-1}$

461. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{n^2}$ :

- а. 0  
б.  $+\infty$   
в.  $e$   
г. 1

462. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+3}{n+1}\right)^{-n^2}$ :

- а. 0  
б.  $+\infty$   
в.  $e$   
г.  $e^{-1}$

463. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1+2n)^3 - 8n^3}{(1+2n)^2 + 4n^2}$ :

- а.  $\frac{3}{2}$   
б.  $\frac{1}{2}$   
в. 2  
г. -2

464. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - (n-1)^3}{(n+1)^4 - n^4}$ :

- а. 0  
б. 1  
в. -1  
г.  $-\infty$

465. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)^3 + (n-2)^3}{n^4 + 2n^2 - 1}$ :

- а. 0  
б. 1  
в. -1  
г.  $-\infty$

466. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n - 5^{n+1}}{2^{n+1} + 5^{n+2}}$ :

- а.  $-\frac{1}{5}$   
б.  $\frac{1}{5}$   
в.  $\frac{2}{5}$   
г.  $\frac{1}{2}$

467. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n+2}{1+2+3+\dots+n} - \frac{2}{3} \right)$ :

- а.  $-\frac{2}{3}$   
б. 2  
в. 3

Г.  $\frac{2}{3}$

468. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt{n^2 + 1} - \sqrt{n^2 - 1})$ :

- а. 1
- б. 2
- в. 0
- г. -1

469. Обчислити границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n(n+2)} - \sqrt{n^2 - 2n + 3})$ :

- а. 2
- б. 1
- в. 0
- г. -1

470. Знайти область визначення функції  $y = \frac{1}{x+|x|}$ :

- а.  $(0; \infty)$
- б.  $(-\infty; 0)$
- в.  $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$
- г.  $[0; \infty)$

471. Знайти область визначення функції  $y = \sin \sqrt{x^2 - 1}$ :

- а.  $(-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$
- б.  $(-1; 1)$
- в.  $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$
- г.  $[-1; 1]$

472. Яка з функцій є непарною?

- а.  $y = \ln \frac{1+x}{1-x}$
- б.  $y = \sqrt{9 - x^2}$
- в.  $y = \frac{x^3 + x^2}{x+1}$
- г.  $y = 2^{\cos x}$

473. Обчислити інтеграл  $\int \frac{e^x}{x^2} dx$ :

- а.  $-e^{\frac{1}{x}} + C$
- б.  $e^{\frac{1}{x}} + C$
- в.  $-\frac{1}{2}e^{\frac{1}{x}} + C$
- г.  $\frac{1}{2}e^{\frac{1}{x}} + C$

474. Знайти довжину всієї кривої  $r = a \sin^3 \frac{\varphi}{3}$ :

- а.  $\frac{3\pi a}{2}$
- б.  $\frac{\pi a}{2}$
- в.  $\frac{2\pi a}{3}$
- г.  $\frac{3\pi a}{4}$

475. Знайти об'єм тора, утвореного обертанням круга  $x^2 + (y - b)^2 \leq a^2$  (де  $b \geq a$ ), навколо осі

*Ox:*

- a.  $2\pi^2 a^2 b$
- б.  $\pi a^2 b$
- в.  $2\pi a b^2$
- г.  $2\pi a b$

476. Обчислити невласний інтеграл  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2}$ :

- а. 1
- б. -1
- в.  $+\infty$
- г.  $-\infty$

477. Обчислити невласний інтеграл  $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}}$ :

- а. 2
- б. -2
- в.  $+\infty$
- г. 1

478. Обчислити невласний інтеграл  $\int_0^{+\infty} \frac{\arctg x}{x^2+1} dx$ :

- а.  $\frac{\pi^2}{8}$
- б.  $\frac{\pi}{4}$
- в.  $\pi^2$
- г.  $\pi$

479. Обчислити інтеграл  $\int_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{x}}$ :

- а.  $4 - 2 \ln 3$
- б.  $4 - \ln 3$
- в.  $2 \ln 3$
- г. 4

480. Обчислити інтеграл  $\int_0^{+\infty} x e^{-x} dx$ :

- а. 1
- б. -1
- в.  $+\infty$
- г. 0

481. Обчислити інтеграл  $\int_0^1 \frac{e^x}{1+e^{2x}} dx$ :

- а.  $\operatorname{arctg} e - \frac{\pi}{4}$
- б.  $\operatorname{arctg} e - \frac{\pi}{2}$

- в.  $\arctg e + \frac{\pi}{4}$   
 г.  $\arctg e + \frac{\pi}{2}$

482. Обчислити інтеграл  $\int \arctg x \, dx$ :

- а.  $x \arctg x - \frac{1}{2} \ln(1 + x^2) + C$   
 б.  $x \arctg x + \frac{1}{2} \ln(1 + x^2) + C$   
 в.  $\arctg x - \frac{1}{2} \ln(1 + x^2) + C$   
 г.  $x \arctg x - \ln(1 + x^2) + C$

483. Обчислити інтеграл  $\int \cos^3 x \, dx$ :

- а.  $\sin x - \frac{1}{3} \sin^3 x + C$   
 б.  $\sin x + \frac{1}{3} \sin^3 x + C$   
 в.  $\sin x - \sin^3 x + C$   
 г.  $\sin x - \frac{1}{2} \sin^3 x + C$

484. Знайти похідну функції  $F(x) = \int_1^x \ln t \, dt$  ( $x > 0$ ):

- а.  $\ln x$   
 б.  $\frac{1}{x}$   
 в.  $\ln^2 x$   
 г.  $-\ln x$

485. Знайти похідну функції  $F(x) = \int_x^{x^2} e^{-t^2} \, dt$ :

- а.  $2xe^{-x^4} - e^{-x^2}$   
 б.  $2xe^{-x^4} + e^{-x^2}$   
 в.  $e^{-x^4} - e^{-x^2}$   
 г.  $e^{-x^4} + e^{-x^2}$

486. Обчислити інтеграл  $\int \frac{dx}{x^2+2x}$ :

- а.  $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{x}{x+2} \right| + C$   
 б.  $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{x+2}{x} \right| + C$   
 в.  $\ln \left| \frac{x}{x+2} \right| + C$   
 г.  $\frac{1}{4} \ln \left| \frac{x}{x+2} \right| + C$

487. Знайти похідну  $y'(x)$  функції  $y(x)$ , що задана неявно рівнянням  $\arctg(x+y) = x$ :

- а.  $y' = (x+y)^2$   
 б.  $y' = x+y$   
 в.  $y' = \frac{1}{1+(x+y)^2}$   
 г.  $y' = \frac{1}{x^2+y^2}$

488. Написати рівняння нормалі до кривої  $y = \operatorname{tg} 2x$  у початку координат:

- а.  $y = -\frac{1}{2}x$   
 б.  $y = \frac{1}{2}x$

в.  $y = -2x$

г.  $y = 2x$

489. Обчислити криволінійний інтеграл  $\int\limits_{AB} y^2 dx + x^2 dy$ , якщо  $AB$  — це відрізок прямої  $y = 2x$  від  $A(-1, -2)$  до  $B(2, 4)$ :

а. 18

б. 0

в. 4

г. -2

490. Обчислити криволінійний інтеграл  $\int\limits_{AB} y^2 dx + x^2 dy$ , якщо  $AB$  — це відрізок прямої  $y = x^2$

від  $A(0, 0)$  до  $B(1, 1)$ :

а. 0,7

б. -3

в. 1,7

г. 5

491. Обчислити криволінійний інтеграл  $\int\limits_{AB} y^2 dx + x^2 dy$ , якщо  $AB$  — це частина кривої  $y = x^3$

від  $A(0, 0)$  до  $B(1, 1)$ :

а.  $\frac{26}{35}$

б.  $\frac{23}{35}$

в.  $\frac{1}{35}$

г.  $\frac{26}{33}$

492. Знайти суму ряду  $\sum\limits_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{10^{2n}}{(2n)!}$ :

а.  $\cos 10$

б.  $\operatorname{arctg} 10$

в.  $\ln 10$

г.  $e^{10}$

493. Знайти суму ряду  $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3} \left(\frac{1}{3} - 1\right) \dots \left(\frac{1}{3} - (n-1)\right) \frac{\left(-\frac{37}{64}\right)^n}{n!}$ :

а.  $\frac{3}{4}$

б. 1

в.  $\ln \frac{1}{2}$

г. 3

494. Загальний член  $u_n$  ряду  $\frac{1}{3} + \frac{4}{15} + \frac{7}{75} + \dots$  має вигляд

а.  $u_n = \frac{3n-2}{3 \cdot 5^{n-1}}$

б.  $u_n = \frac{3n-2}{5^{n-1}}$

в.  $u_n = \frac{5n-2}{3 \cdot 5^{n-1}}$

г.  $u_n = \frac{3n-1}{3 \cdot 5^{n-1}}$

495. Знайти суму ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{(-1)^{2n-1}}{2n-1}$ :

- а.  $-\frac{\pi}{4}$
- б.  $\ln 2$
- в.  $\cos(-1)$
- г.  $e^{-1}$

496. Знайти суму ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^n}{n!}$ :

- а.  $e^{-2}$
- б.  $\ln 3$
- в.  $\sin 2$
- г.  $\frac{\pi}{2}$

497. Ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$

- а. збіжний
- б. знакозмінний
- в. розбіжний
- г. не є абсолютно збіжним

498. Знайти суму степеневого ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} nx^n, |x| < \infty$ :

- а.  $\frac{x}{(1-x)^2}$
- б.  $\frac{x}{1+x^2}$
- в.  $\ln(1-x)$
- г.  $\ln(1+x)$

499. Знайти суму степеневого ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n-1}}{3^{2n-1}(2n-1)!}$ :

- а.  $\operatorname{sh}\frac{x}{3}$
- б.  $\operatorname{arctg}\frac{x}{3}$
- в.  $\operatorname{ch}3x$
- г.  $\ln\left(1 - \frac{x}{3}\right)$

500. Знайти суму ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1}$ :

- а.  $\frac{\pi}{4}$
- б.  $\frac{\pi}{2}$
- в.  $\frac{\pi}{3}$
- г.  $\pi$

501. Знайти суму степеневого ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}, |x| < 1$ :

- а.  $-\ln(1-x)$
- б.  $\ln(1-x)$

- В.  $\frac{1}{1+x^2}$   
 Г.  $\frac{1}{(1-x)^2}$

502. Знайти суму степеневого ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n-1}}{4^n (2n-1)}$ :

- а.  $-\frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{x}{2}$   
 б.  $\ln(1 + x^2)$   
 в.  $\ln\left(1 + \frac{x^2}{4}\right)$   
 г.  $\ln\left(\frac{2+x}{2-x}\right)$

503. Знайти суму степеневого ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n-1}}{5^{2n-1} (2n-1)!}$ :

- а.  $\operatorname{sh} \frac{x}{5}$   
 б.  $\operatorname{ch} 3x$   
 в.  $\ln\left(1 - \frac{x}{3}\right)$   
 г.  $\operatorname{arctg} \frac{x}{3}$

504. Функція  $f(x) = \begin{cases} (1 + \sin x)^{\frac{2}{x}}, & x \in (-\frac{\pi}{2}; 0) \cup (0; \frac{\pi}{2}) \\ A, & x = 0 \end{cases}$  є неперервною в точці  $x = 0$  при  $A$ , рівному

- а.  $e^2$   
 б.  $e$   
 в. 1  
 г. 10

505. Послідовність  $\{\alpha_n\}$  називається нескінченно малою, якщо

- а.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \alpha_n = 0$   
 б.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \alpha_n = 1$   
 в.  $\alpha_n = 0$   
 г.  $\alpha_n = \frac{1}{n}$

506. Якщо функція неперервна за сукупністю змінних, то вона

- а. неперервна за кожною змінною  
 б. розривна за сукупністю змінних  
 в. диференційовна за сукупністю змінних  
 г. рівномірно неперервна за сукупністю змінних

507. З існування і рівності повторних границь функції  $f(x, y)$  у точці

- а. не випливає існування подвійної границі  
 б. випливає існування подвійної границі  
 в. випливає неперервність в точці  
 г. випливає диференційовність в точці

508.  $f''_{xy}(x, y) = f''_{yx}(x, y)$ , якщо

- а.  $f''_{xy}(x, y)$  і  $f''_{yx}(x, y)$  неперервні

- б. існують  $f''_{xy}(x, y)$  і  $f''_{yx}(x, y)$
- в.  $f''_{xy}(x, y)$  і  $f''_{yx}(x, y)$  обмежені
- г.  $f''_{xy}(x, y)$  і  $f''_{yx}(x, y)$  необмежені

509. Неперервність функції у точці для диференційовності функції у даній точці є

- а. необхідною умовою
- б. достатньою умовою
- в. необхідною і достатньою умовою
- г. ні необхідною, ні достатньою умовою

510.  $(\cos x)^{(n)} =$

- а.  $\cos(x + n\frac{\pi}{2})$
- б.  $\sin(x + n\frac{\pi}{2})$
- в.  $\cos(x + n\frac{\pi}{4})$
- г.  $-\sin(x + n\pi)$

511.  $(u(x)v(x))^{(n)} =$

- а.  $\sum_{k=0}^n C_n^k v^{(n-k)}(x)u^{(k)}(x)$
- б.  $u^{(n)}(x)v(x) + u(x)v^{(n)}(x)$
- в.  $\sum_{k=0}^n v^{(n-k)}(x)u^{(k)}(x)$
- г.  $u^{(n)}(x)v^{(n)}(x)$

512. Якщо  $u = f(x, y)$ , то  $d^2u =$

- а.  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}dx^2 + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}dy^2 + 2\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}dxdy$
- б.  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}dx + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}dy + 2\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}dxdy$
- в.  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}dx^2 + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}dy^2 + \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}dxdy$
- г.  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}dx^2 + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}dy^2$

513. Вкажіть правильний вислів:

- а. якщо числовий ряд абсолютно збіжний, то він — збіжний
- б. якщо числовий ряд збіжний, то він — абсолютно збіжний
- в. якщо числовий ряд умовно збіжний, то він — абсолютно збіжний
- г. якщо числовий ряд абсолютно збіжний, то він — умовно збіжний

514. Вкажіть правильне твердження:

- а. рівномірно збіжний функціональний ряд є поточково збіжним
- б. поточково збіжний функціональний ряд є рівномірно збіжним
- в. рівномірна і поточкова збіжність функціонального ряду еквівалентні
- г. правильного вислову немає

515. Нехай функціональний ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$  складається з неперервних на  $[a, b]$  функцій. Сума ряду є неперервною на  $[a, b]$  функцією, якщо

- а. цей ряд рівномірно збіжний на  $[a, b]$

б. цей ряд збіжний у кожній точці  $[a, b]$

в. проміжок  $[a, b]$  скінчений

г. правильної відповіді немає

516. Рядом Тейлора для функції  $f(x)$  в околі точки  $x_0$  називають степеневий ряд

а.  $f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!}(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x - x_0)^n + \dots$

б.  $f(x_0) - \frac{f'(x_0)}{1!}(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + \dots + (-1)^n \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x - x_0)^n + \dots$

в.  $f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!}(x + x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x + x_0)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x + x_0)^n + \dots$

г.  $f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1}(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2}(x - x_0)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n}(x - x_0)^n + \dots$

517. Зв'язок між ейлеровим інтегралом I роду  $B(a, b) = \int_0^1 x^{a-1} (1-x)^{b-1} dx$  (бета-функція) та ейлеровим інтегралом II роду  $\Gamma(a) = \int_0^\infty x^{a-1} e^{-x} dx$  (гама-функція) виражається формуловою

а.  $B(a, b) = \frac{\Gamma(a)\Gamma(b)}{\Gamma(a+b)}$

б.  $B(a, b) = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)}$

в.  $B(a, b) = \Gamma(a+b)$

г.  $B(a, b) = \Gamma(a)\Gamma(b)$

518. Об'єм  $V$  вертикального циліндричного тіла, що має своєю основою плоску область  $D$  на площині  $xOy$ , обмеженого зверху поверхнею  $z = f(x, y)$  обчислюють за формуловою

а.  $V = \int \int_D f(x, y), dx, dy$

б.  $V = \int \int_D, dx, dy$

в.  $V = \int \int_D \sqrt{f_x'^2(x, y) + f_y'^2(x, y)}, dx, dy$

г.  $V = \int \int_D f^2(x, y), dx, dy$

519. Функція  $\frac{1}{x} \cos \frac{1}{x}$ , якщо  $x \rightarrow 0$ , ε

а. необмежена

б. неперервна

в. нескінченно мала

г. обмежена

520. Нехай для довільного  $a \leq x < +\infty$  виконується  $0 \leq f(x) \leq g(x)$ . Якщо  $\int_a^{+\infty} g(x) dx$

збіжний, то інтеграл  $\int_a^{+\infty} f(x) dx$

а. збіжний

б. розбіжний

в. не існує

г. нічого не можна сказати про збіжність

521. Функція  $f(x)$  рівномірно неперервна на множині  $X$ , якщо

а.  $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta(\varepsilon) > 0 \forall x', x'' \in X, |x' - x''| < \delta \Rightarrow |f(x') - f(x'')| < \varepsilon$

б.  $f(x)$  обмежена на множині  $X$  і неперервна в кожній точці  $x$

в.  $f(x)$  неперервна на множині  $X$

г.  $\forall x \in X \forall \varepsilon > 0 \exists \delta(\varepsilon, x) > 0 \forall x_0 \in X, |x - x_0| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$

522. Нехай  $R$  — радіус збіжності степеневого ряду  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(x - x_0)^n$ . Цей ряд завжди збіжний на множині

а.  $(x_0 - R, x_0 + R)$

б.  $[x_0 - R, x_0 + R]$

в.  $(-R, R)$

г.  $[-R, R]$

523. Із будь-якої обмеженої послідовності дійсних чисел можна обрати

а. збіжну підпослідовність

б. строго спадну підпослідовність

в. строго зростаючу підпослідовність

г. правильної відповіді немає

524. Функціональна послідовність  $\{f_n(x)\}$  є рівномірно збіжною на множині  $E$  до функції  $f(x)$  тоді й лише тоді, коли

а.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sup_{x \in E} |f_n(x) - f(x)| = 0$

б.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sup_{x \in E} |f_n(x) - f(x)| = 1$

в.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sup_{x \in E} |f_n(x) - f(x)| < 0$

г.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sup_{x \in E} |f_n(x) - f(x)| < 1$

525. Нехай функція  $y = f(x)$ ,  $f(x) \neq C$  неперервна на відрізку  $[a, b]$ , диференційовна на інтервалі  $(a, b)$  і  $f(a) = f(b)$ . Тоді

а. існує точка  $\xi \in (a, b)$  така, що  $f'(\xi) = 0$

б. не існує точки  $\xi \in (a, b)$  такої, що  $f'(\xi) = 0$

в. для будь-якої точки  $\xi \in (a, b)$   $f'(\xi) = 0$

г. для будь-якої точки  $\xi \in (a, b)$   $f'(\xi) \neq 0$

526. Нехай функція  $y = f(x)$ ,  $f(x) \neq C$  неперервна на відрізку  $[a, b]$ , диференційовна на інтервалі  $(a, b)$ . Тоді

а. існує точка  $\xi \in (a, b)$  така, що  $f(b) - f(a) = f'(\xi)(b - a)$

б. не існує точки  $\xi \in (a, b)$  такої, що  $f(b) - f(a) = f'(\xi)(b - a)$

в. для будь-якої точки  $\xi \in (a, b)$   $f(b) - f(a) = f'(\xi)(b - a)$

г. для будь-якої точки  $\xi \in (a, b)$   $f(b) - f(a) \neq f'(\xi)(b - a)$

527. Якщо функція  $y = f(x)$  диференційовна в точці  $x_0$ , то вона

а. неперервна в точці  $x_0$

б. розривна в точці  $x_0$

в. зростаюча в точці  $x_0$

г. спадна в точці  $x_0$

528.  $(\sin x)^{(n)} =$

- a.  $\sin \left( x + n \frac{\pi}{2} \right)$
- б.  $\cos \left( x + n \frac{\pi}{2} \right)$
- в.  $\sin \left( x + n \frac{\pi}{3} \right)$
- г.  $\cos \left( x + n \frac{\pi}{3} \right)$

529. Ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  називається абсолютно збіжним, якщо збігається ряд

- a.  $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$
- б.  $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n)^2$
- в.  $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[3]{a_n}$
- г.  $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{a_n}$

530. Серед наведених тверджень виберіть правильне:

- а. криволінійний інтеграл першого роду не залежить від напрямленості кривої
- б. криволінійний інтеграл першого роду залежить від напрямленості кривої
- в. криволінійний інтеграл першого роду залежить тільки від початкової та кінцевої точки кривої
- г. правильного вислову немає

531. Серед нижчеприведених тверджень виберіть вірне:

- а. криволінійний інтеграл другого роду залежить від напрямленості кривої
- б. криволінійний інтеграл другого роду не залежить від напрямленості кривої
- в. криволінійний інтеграл другого роду завжди залежить тільки від початкової та кінцевої точки кривої
- г. правильного вислову немає

532. Невласний інтеграл  $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{x \ln x}$

- а. розбіжний
- б. збіжний, його значення дорівнює  $\ln \ln \frac{1}{2}$
- в. збіжний, його значення дорівнює  $\ln \ln 2$
- г. збіжний, його значення дорівнює  $\ln \frac{1}{2}$

533. Графік функції  $y = 2f(x)$  можна побудувати, якщо щодо графіка функції  $y = f(x)$  здійснити

- а. розтяг у 2 рази вздовж осі  $Oy$
- б. розтяг у 2 рази вздовж осі  $Ox$
- в. стиск у 2 рази вздовж осі  $Ox$
- г. стиск у 2 рази вздовж осі  $Oy$

534. Графік функції  $y = f(x - 1)$  можна побудувати, якщо щодо графіка функції  $y = f(x)$  здійснити

- а. перенос на 1 вправо вздовж осі  $Ox$

- б. перенос на 1 вліво вздовж осі  $Ox$
- в. перенос на 1 вгору вздовж осі  $Oy$
- г. перенос на 1 вниз вздовж осі  $Oy$

535. Графік функції  $y = f(x) - 1$  можна побудувати, якщо щодо графіка функції  $y = f(x)$  здійснити

- а. перенос на 1 вниз вздовж осі  $Oy$
- б. перенос на 1 вправо вздовж осі  $Ox$
- в. перенос на 1 вліво вздовж осі  $Ox$
- г. перенос на 1 вгору вздовж осі  $Oy$

536. Графік функції  $y = \ln(x - 2)$  симетричний відносно прямої  $y = x$  до графіка функції

- а.  $y = e^x + 2$
- б.  $y = e^x - 2$
- в.  $y = e^{x+2}$
- г.  $y = e^{x-2}$

537. Знайти точні межі множини  $E = \left\{ (-1)^n \left(1 - \frac{1}{n}\right) : n \in \mathbb{N} \right\}$

- а.  $\sup E = 1, \inf E = -1$
- б.  $\sup E = -1, \inf E = 1$
- в.  $\sup E = 0, \inf E = -1$
- г.  $\sup E = 1, \inf E = 0$

538. Знайти мінімум та максимум множини  $E = (0, 1)$ :

- а. мінімуму та максимуму немає
- б.  $\min E = 0, \max E = 1$
- в. мінімуму немає,  $\max E = 1$
- г.  $\min E = 0$ , максимуму немає

539. Непорожня множина  $E$  на дійсній осі  $\mathbb{R}$  називається обмеженою зверху, якщо

- а.  $\exists M \in \mathbb{R}$  таке, що  $\forall x \in E$  виконується нерівність  $x \leq M$
- б.  $\exists M \in \mathbb{R}$  таке, що  $\exists x \in E$  виконується нерівність  $x \leq M$
- в.  $\exists M \in \mathbb{R}$  таке, що  $\forall x \in E$  виконується нерівність  $x \geq M$
- г.  $\forall M \in \mathbb{R} \exists x \in E$  виконується нерівність  $x \leq M$

540. Яке з тверджень є правильним для множини дійсних чисел  $\mathbb{R}$

- а.  $\exists a \in \mathbb{R} : -a = a$
- б.  $\forall a \in \mathbb{R} : -a = a$
- в.  $\forall a \in \mathbb{R}$  не існує оберненого до  $a$
- г.  $\forall a \in \mathbb{R}$  існує обернений до  $a$

541. Множина дійсних чисел є

- а. щільною
- б. не щільною
- в. скінченною

г. щільною та скінченною

542. Відображення  $f : A \rightarrow B$  називається ін'ективним, якщо

- а. різним елементам множини  $A$  ставиться у відповідність різні елементи множини  $B$
- б. прообраз будь-якого елемента множини  $B$  є непорожньою множиною
- в. однаковим елементам множини  $A$  ставиться у відповідність різні елементи множини  $B$
- г. різним елементам множини  $A$  ставиться у відповідність однакові елементи множини  $B$

543. Нехай точка  $x_0$  є точкою розриву функції  $f(x)$ . Ця точка є точкою усувного розриву, якщо

- а.  $f(x_0 - 0) = f(x_0 + 0) \neq f(x_0)$
- б.  $f(x_0 - 0) = f(x_0) \neq f(x_0 + 0)$
- в.  $f(x_0 + 0) \neq f(x_0 - 0)$
- г.  $f(x_0)$  не визначено

544. Функція  $f(x) = \frac{x^3 - 27}{x^2 - 9}$

- а. має розрив другого роду в точці  $x = -3$
- б. має усувний розрив в точці  $x = -3$
- в. неперервна для всіх  $x \in (-\infty; +\infty)$
- г. має розрив першого роду в точці  $x = -3$

545. Якщо функція  $f(x)$  неперервна і невід'ємна в інтервалі  $(a, b)$ , то функція  $F(x) = \sqrt{f(x)}$

- а. неперервна в цьому інтервалі
- б. має розрив першого роду в цьому інтервалі
- в. має розрив другого роду в цьому інтервалі
- г. має усувний розрив в цьому інтервалі

546. Функція  $f(x) = \frac{\sin x}{|x|}$

- а. має розрив першого роду в точці  $x = 0$
- б. має розрив другого роду в точці  $x = 0$
- в. має усувний розрив в точці  $x = 0$
- г. неперервна  $\forall x \in (-\infty; +\infty)$

547. Якщо  $f(x) \leq g(x)$  при  $a \leq x \leq b$ , то

- а.  $\int_a^b f(x)dx \leq \int_a^b g(x)dx$
- б.  $\int_a^b f(x)dx < \int_a^b g(x)dx$
- в. нічого про відношення інтегралів не можемо сказати
- г.  $\int_a^b f(x)dx \geq \int_a^b g(x)dx$

548. Довжина  $s$  дуги гладкої кривої  $y = f(x)$ , яка міститься між двома точками  $A(a, b), B(c, d)$ , рівна

а.  $s = \int_a^c \sqrt{1 + (y')^2} dx$

б.  $s = \int\limits_a^b \sqrt{1 + (y')^2} dx$

в.  $s = \int\limits_c^a \sqrt{1 + y'} dx$

г.  $s = \int\limits_a^c (1 + (y')^2) dx$

549. Яке з тверджень є правильним?

а. якщо  $\lim_{n \rightarrow \infty} (c_{n+1} + \dots + c_{n+p}) = 0, \forall p \in \mathbb{N}$ , то ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} c_n$  є збіжним

б. числовий ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} c_n$  збіжний, якщо  $\lim_{n \rightarrow \infty} c_n = 0$

в. будь-який ряд має суму

г. будь-яка геометрична прогресія має суму

550. Скільки однозначних функцій визначає рівняння  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  в околі точки  $(-a, 0)$ ?

а. жодної

б. одну

в. безліч

г. дві

551. Необхідна і достатня умова збіжності ряду  $\sum_{j=1}^{\infty} a_j$ :

а.  $\sum_{n=m}^{\infty} a_n \rightarrow 0$  при  $m \rightarrow \infty$

б.  $a_n \rightarrow 0$  при  $n \rightarrow \infty$

в.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|a_n|} < 1$

г.  $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left( \frac{|a_n|}{|a_{n+1}|} - 1 \right) > 1$

552. Залишок  $\sum_{k=n}^{\infty} (-1)^{k-1} c_k$  знакочергувального ряду  $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} c_k, c_k > 0$  має знак

а. той же, що і елемент  $(-1)^{n-1} c_n$

б. завжди від'ємний

в. завжди додатній

г. неможливо сказати

553. Якщо  $f(M)$  в точці  $M_0$  має умовний екстремум, то

а. виконуються умови зв'язку у точці  $M_0$  та деякому її околі і  $f(M) \geq f(M_0)$  в деякому околі точки  $M_0$  (або  $f(M) \leq f(M_0)$ ) для  $M$

б. виконуються умови зв'язку у точці  $M_0$

в. виконуються умови зв'язку в деякому околі точки  $M_0$

г.  $f(M) \geq f(M_0)$  в деякому околі точки  $M_0$  (або  $f(M) \leq f(M_0)$ )

554.  $\prod_{n=1}^{\infty} p_n$  — абсолютно збіжний, якщо

- a.  $\sum_{n=1}^{\infty} |\ln(p_n)| < +\infty$
- б.  $\ln(p_n) \rightarrow 0$  при  $n \rightarrow \infty$
- в.  $p_n \rightarrow 0$  при  $n \rightarrow \infty$
- г.  $p_n \rightarrow 1$  при  $n \rightarrow \infty$

555. Яке з наступних тверджень є правильним?

- а. якщо послідовність  $f_n(x)$  рівномірно збігається на множині  $E$ , то вона є збіжною на  $E$
- б. поточкова границя функціональної послідовності, складеної з неперервних функцій, завжди є неперервною функцією
- в. якщо послідовність  $f_n(x)$  збігається на множині  $E$ , то вона є рівномірно збіжною на  $E$
- г. функціональний ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$  є абсолютно збіжним на  $E$  тоді і тільки тоді, коли ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} |f_n(x)|$  є розбіжним на  $E$

556. Яке з нижченаведених тверджень є правильним?

- а. щоб задати числовий ряд, достатньо задати його загальний член
- б. будь-який ряд має суму
- в. будь-яка геометрична прогресія має суму
- г. числовий ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} c_n$  збіжний, якщо  $\lim_{n \rightarrow \infty} c_n = 0$

557. Яке з тверджень, наведених нижче, є правильним?

- а. якщо ряд збіжний, то послідовність його частинних сум збіжна
- б. якщо загальний член ряду прямує до нуля, то ряд збіжний
- в. якщо ряди  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  і  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  довільні і  $a_n \leq b_n, \forall n$ , то із збіжності ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  випливає збіжність ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$
- г. якщо послідовність частинних сум ряду обмежена, то ряд є збіжним

558. Який з висловів, наведених нижче, є правильним?

- а. якщо ряд збіжний, то його загальний член прямує до нуля
- б. ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$  збіжний
- в. якщо ряд розбіжний за ознакою Даламбера, то він збіжний за ознакою Коші
- г. якщо послідовність частинних сум ряду обмежена, то ряд є збіжним

559. Знакочергуючий ряд має вигляд:

- а.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} c_n, c_n > 0$
- б.  $\sum_{n=1}^{\infty} c_n$
- в.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} c_n$

г.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} c_n, c_n \geq 0$

560. Для того, щоб ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \beta_n$  був збіжним, достатньо умови:

а.  $\left| \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \right| < +\infty, \beta_n — \text{монотонна і обмежена}$

б.  $\left| \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \right| < +\infty$

в.  $\beta_n — \text{монотонна}$

г.  $\beta_n — \text{обмежена}$

561. Ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

а. умовно збіжний

б. абсолютно збіжний

в. розбіжний

г. абсолютно збіжний, але не збіжний

562. Необхідною і достатньою умовою збіжності  $\prod_{n=1}^{\infty} p_n \epsilon$

а.  $\prod_{j=n+1}^{\infty} p_j \rightarrow 0, n \rightarrow \infty$

б.  $p_n \rightarrow 0, n \rightarrow \infty$

в.  $p_n \rightarrow 1, n \rightarrow \infty$

г.  $\ln p_n \rightarrow 0, n \rightarrow \infty$

563. Яке з нижчеподаних тверджень є правильним?

а. кожний степеневий ряд є функціональним рядом

б. кожний функціональний ряд є степеневим рядом

в. інтервал збіжності степеневого ряду не може збігатись з усією числововою прямою

г. кожний степеневий ряд має строго додатний радіус збіжності

564. Знайти суму ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} n \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$ :

а.  $\frac{9}{4}$

б. 1

в. -1

г.  $\frac{9}{8}$

565. Знайти суму ряду  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n+1} \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}$ :

а.  $-\ln \frac{2}{3}$

б. 1

в. -1

г.  $\ln \frac{2}{3}$

566. Знайти суму ряду  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!}$ , при  $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ :

- a.  $\cos \frac{\sqrt{3}}{2}$
- б.  $\frac{1}{2}$
- в.  $\sin \frac{\sqrt{3}}{2}$
- г.  $\exp \frac{\sqrt{3}}{2}$

567. Знайти суму ряду  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n+1}$ :

- a.  $\ln 2$
- б.  $\ln 3$
- в.  $\exp 2$
- г.  $\arctg \frac{1}{2}$

568. Знайти суму ряду  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{4^{n+1}}{5^{n+1}(n+1)}$ :

- a.  $\ln \frac{9}{5}$
- б.  $\ln \frac{2}{3}$
- в.  $\frac{\pi}{4}$
- г.  $\sin \frac{4}{5}$

569. Функція  $F(x)$  називається первісною для функції  $f(x)$  на  $X$ , якщо для всіх  $x \in X$  виконується:

- a.  $F'(x) = f(x)$
- б.  $f'(x) = F(x)$
- в.  $f(x) = \int F(x) dx$
- г.  $F'(x) + f'(x) = 0$

570. Для інтеграла вигляду  $\int R(x, \sqrt{ax^2 + bx + c}) dx$  при  $c > 0$  використаємо підстановку Ейлера:

- a.  $t \pm \sqrt{c} = \sqrt{ax^2 + bx + c}$
- б.  $t \pm \sqrt{c}x = \sqrt{ax^2 + bx + c}$
- в.  $t \pm \sqrt{ax}x = \sqrt{ax^2 + bx + c}dx$
- г.  $t = \sqrt{\frac{a(x-x_1)}{x-x_2}}$

571. Обчислити  $\int \frac{1}{\cos^2(5x-1)} dx$ :

- a.  $\frac{1}{5}\operatorname{tg}(5x-1) + C$
- б.  $\frac{1}{5}\sin^2(5x-1) + C$
- в.  $-\frac{1}{5}\operatorname{tg}(5x-1) + C$
- г.  $-\frac{1}{5}\operatorname{ctg}(5x-1) + C$

572. Обчислити  $\int \frac{\arcsin^5 x}{\sqrt{1-x^2}} dx$ :

- a.  $\frac{\arcsin^6 x}{6} + C$
- б.  $\frac{\arcsin^4 x}{4} + C$

- в.  $-\frac{\arcsin^6 x}{6} + C$   
 г.  $6\arcsin^6 x + C$

573. Визначенім інтегралом функції  $f(x)$  визначеної на відрізку  $[a; b]$  називається:

- а. вираз вигляду  $\int_a^b f(x)dx$   
 б. вираз вигляду  $\int F(x)dx$   
 в. вираз вигляду  $f'(x)$   
 г. вираз вигляду  $\int f(x)dx$

574. Для інтеграла вигляду  $\int R(x, \sqrt{ax^2 + bx + c})dx$  якщо  $x_1, x_2$  – дійсні різні корені квадратного тричлена  $ax^2 + bx + c$  використаємо підстановку Ейлера:

- а.  $t = \sqrt{\frac{a(x-x_1)}{x-x_2}}$   
 б.  $t \pm \sqrt{c} = \sqrt{ax^2 + bx + c}$   
 в.  $t \pm \sqrt{cx} = \sqrt{ax^2 + bx + c}$   
 г.  $t \pm \sqrt{ax}x = \sqrt{ax^2 + bx + c}dx$

575. Обчислити  $\int \frac{\arctan^3 x}{1+x^2} dx$ :

- а.  $\frac{\arctg^4 x}{4} + C$   
 б.  $\frac{\arctg^2 x}{2} + C$   
 в.  $-\frac{\arctg^3 x}{3} + C$   
 г.  $6 \frac{(1+x^2)^4}{4} + C$

576. Для інтегрування виразу  $R(\sin x, \cos x)$ , якщо виконується рівність  $R(\sin x, -\cos x) = -R(\sin x, \cos x)$ , то використовуємо підстановку:

- а.  $\sin x = t$   
 б.  $\cos x = t$   
 в.  $\tg x = t$   
 г.  $\sin^2 x = t$

577. Яка із заданих функцій є розв'язком рівняння  $u_t = u_{xx}$ ?

- а.  $u = \sin(t - x)$   
 б.  $u = x^3 + 6tx$   
 в.  $u = t^3 + x^3$   
 г.  $u = \cos x + \sin t$

578. Яка із заданих функцій є розв'язком рівняння  $u_{xx} + 9u_{yy} = 0$ ?

- а.  $u = 9x^2 - y^2$   
 б.  $u = \sin(3x + y)$   
 в.  $u = 3x^3 + y^3$   
 г.  $u = 9 \cos x + \sin y$

579. Скільки розв'язків має задача Неймана для рівняння Лапласа?

- а. жодного або безліч

- б. один або безліч
- в. жодного або один
- г. один

580. Скільки розв'язків має задача Неймана для рівняння Пуассона?

- а. жодного або безліч
- б. один або безліч
- в. жодного або один
- г. один

581. Скільки розв'язків має задача Діріхле для рівняння Лапласа?

- а. один
- б. один або безліч
- в. безліч
- г. жодного або безліч

582. Скільки розв'язків має задача Діріхле для рівняння Пуассона?

- а. один
- б. один або безліч
- в. безліч
- г. жодного або безліч

583. Скільки розв'язків має третя краєова задача для рівняння Лапласа?

- а. один
- б. один або безліч
- в. безліч
- г. жодного або безліч

584. Скільки розв'язків має третя краєова задача для рівняння Пуассона?

- а. один
- б. один або безліч
- в. безліч
- г. жодного або безліч

585. Який фізичний зміст має перша краєова умова для рівняння струни?

- а. кінець закріплено
- б. кінець вільний
- в. кінець відсутній
- г. кінець пружнью закріплено

586. Який фізичний зміст має друга краєова умова для рівняння струни?

- а. кінець вільний
- б. кінець закріплено
- в. кінець відсутній
- г. кінець пружнью закріплено

587. Який фізичний зміст має третя краєова умова для рівняння струни?

- а. кінець пружнью закріплено

б. кінець закріплено

в. кінець відсутній

г. кінець вільний

588. Яка із заданих функцій є розв'язком рівняння  $u_{tt} = 4u_{xx}$  ?

a.  $u = (2t - x)^5$

б.  $u = \sin(t - 5x)$

в.  $u = t^3 + 4x^2 - 2t$

г.  $u = \cos x - 2 \sin t$

589. Яка із заданих функцій є розв'язком рівняння  $u_{tt} = 9u_{xx}$  ?

a.  $u = (3t - x)^4$

б.  $u = \cos(t - 9x)$

в.  $u = t^2 + 4x^3 - 2xt$

г.  $u = \cos x - 3 \sin t$

590. Яка із заданих функцій є розв'язком рівняння  $u_{tt} = u_{xx}$  ?

a.  $u = (t + x)^6$

б.  $u = \sin(t + 2x)$

в.  $u = t^4 + x^3 - 2tx$

г.  $u = \cos x - \sin t$

591. Яка з наведених задач не є коректною?

а. задача Коші для рівняння Лапласа

б. задача Коші для рівняння струни

в. задача Коші для рівняння тепlopровідності

г. Задача Діріхле для рівняння Пуассона

592. Яка з поданих задач не є коректною?

а. задача Коші для рівняння Пуассона

б. задача Коші для рівняння струни

в. задача Коші для рівняння тепlopровідності

г. задача Неймана для рівняння Лапласа

593. Яка з нижченаведених задач не є коректною?

а. початкова задача для рівняння еліптичного типу

б. мішана задача для рівняння струни

в. задача Коші для хвильового рівняння

г. третя крайова задача для рівняння Лапласа

594. Для яких функцій справджується теорема про середнє значення по кулі?

а. для гармонічних

б. для нескінченно диференційованих

в. для квадратичних

г. для ергодичних

595. Для яких функцій справджується теорема про середнє значення по сфері?

- а. для гармонічних
- б. для диференційованих
- в. для кубічних
- г. для ергодичних

596. Якою формулою подається розв'язок задачі Коші для рівняння струни?

- а. формулою Даламбера
- б. формулою Коші
- в. формулою Пуассона
- г. формулою Вейєрштраса

597. Якою формулою подається розв'язок задачі Коші для рівняння теплопровідності?

- а. формулою Пуассона
- б. формулою Коші
- в. формулою Даламбера
- г. формулою Вейєрштраса

598. Якою формулою подається розв'язок задачі Діріхле для рівняння Лапласа в кулі ?

- а. формулою Пуассона
- б. формулою Коші
- в. формулою Даламбера
- г. формулою Вейєрштраса

599. Для яких функцій справджується перша формула Гріна?

- а. для двічі неперервно диференційовних
- б. для диференційованих
- в. для неперевних
- г. для довільних

600. Для яких функцій справджується друга формула Гріна?

- а. для двічі неперервно диференційовних
- б. для диференційованих
- в. для неперевних
- г. для довільних

601. Скільки є різних задач Штурма-Ліувіля, які відповідають мішаним задачам для рівняння струни?

- а. 9
- б. 3
- в. 1
- г. 6

602. Метод відокремлення змінних розв'язання краївих задач для рівнянь струни, теплопровідності і Лапласа називається

- а. методом Фур'є
- б. методом парного продовження
- в. методом непарного продовження
- г. методом Дюамеля

603. Коливання струни описується рівнянням

- а. гіперболічного типу
- б. еліптичного типу
- в. параболічного типу
- г. ергодичного типу

604. Коливання мембрани описується рівнянням

- а. гіперболічного типу
- б. еліптичного типу
- в. параболічного типу
- г. ергодичного типу

605. Процес тепlop передачі описується рівнянням

- а. параболічного типу
- б. еліптичного типу
- в. гіперболічного типу
- г. ергодичного типу

606. Процес дифузії описується рівнянням

- а. параболічного типу
- б. еліптичного типу
- в. гіперболічного типу
- г. ергодичного типу

607. Об'ємний потенціал задовольняє рівнянню

- а. Пуассона
- б. теплопровідності
- в. коливання
- г. Гельмгольца

608. Гравітаційний потенціал описується рівнянням

- а. еліптичного типу
- б. параболічного типу
- в. гіперболічного типу
- г. ергодичного типу

609. Електростатичний потенціал описується рівнянням

- а. еліптичного типу
- б. параболічного типу
- в. гіперболічного типу
- г. ергодичного типу

610. Задача Діріхле є

- а. першою крайовою задачею
- б. другою крайовою задачею
- в. третьою крайовою задачею
- г. початковою задачею

611. Задача Неймана є

- а. другою крайовою задачею
- б. першою крайовою задачею
- в. третьою крайовою задачею
- г. початковою задачею

612. Яка із заданих функцій є розв'язком рівняння  $u_t = 4u_{xx}$  ?

- а.  $u = x^3 + 24tx$
- б.  $u = \sin(t - x)$
- в.  $u = 2t^3 + 3x^3$
- г.  $u = 3 \cos x + 2 \sin t$

613. Яка із заданих функцій є розв'язком рівняння  $u_t = 9u_{xx}$  ?

- а.  $u = x^3 + 54tx$
- б.  $u = \sin(t - 3x)$
- в.  $u = t^3 + 9x^3$
- г.  $u = \cos x + 9 \sin t$

614. Яка із заданих функцій є розв'язком рівняння  $u_{xx} + u_{yy} = 0$  ?

- а.  $u = \cos x + \sin y$
- б.  $u = x^2 - y^2$
- в.  $u = \sin(x + y)$
- г.  $u = x^3 + y^3$

615. Яка із заданих функцій є розв'язком рівняння  $u_{xx} + 4u_{yy} = 0$  ?

- а.  $u = 4x^2 - y^2$
- б.  $u = \sin(x + y)$
- в.  $u = x^3 + y^3$
- г.  $u = \cos x + \sin y$

616. Скільки початкових умов містить задача Коші для однорідного рівняння теплопровідності?

- а. 1
- б. 0
- в. 2
- г. 3

617. Скільки початкових умов містить задача Коші для неоднорідного рівняння коливання струни?

- а. 2
- б. 0
- в. 1
- г. 3

618. Скільки початкових умов містить задача Коші для неоднорідного рівняння теплопровідності?

- а. 1
- б. 0

- в. 2
- г. 3

619. Скільки початкових умов повинна мати задача Коші для неоднорідного рівняння коливання струни?

- а. 2
- б. 0
- в. 1
- г. 3

620. Скільки розв'язків має задача Штурма-Ліувілля в мішаній задачі для рівняння струни

- а. безліч
- б. один або безліч
- в. один або жодного
- г. безліч або жодного

621. Скільки розв'язків може мати крайова задача Штурма-Ліувілля в мішаній задачі для рівняння струни при фіксованому значенні параметра

- а. безліч або жодного
- б. один або безліч
- в. один або жодного
- г. безліч

622. Скільки розв'язків може мати крайова задача Штурма-Ліувілля в мішаній задачі для рівняння струни при фіксованому додатному значенні параметра ?

- а. жодного
- б. один або безліч
- в. один або жодного
- г. безліч або жодного

623. Скільки розв'язків може мати крайова задача Штурма-Ліувілля в мішаній задачі для рівняння струни при фіксованому невід'ємному значенні параметра ?

- а. безліч або жодного
- б. жодного
- в. один або безліч
- г. один або жодного

624. Скільки розв'язків може мати крайова задача Штурма-Ліувілля в мішаній задачі для рівняння струни при фіксованому недодатному значенні параметра ?

- а. безліч або жодного
- б. один або жодного
- в. жодного
- г. один або безліч

625. Скільки розв'язків має задача Штурма-Ліувілля в мішаній задачі для рівняння тепlopровідності

- а. безліч
- б. один або безліч

- в. один або жодного
- г. безліч або жодного

626. Скільки розв'язків може мати крайова задача Штурма-Ліувілля в мішаній задачі для рівняння тепlopровідності при фіксованому значенні параметра

- а. безліч або жодного
- б. один або безліч
- в. один або жодного
- г. безліч

627. Скільки розв'язків може мати крайова задача Штурма-Ліувілля в мішаній задачі для рівняння тепlopровідності при фіксованому додатному значенні параметра ?

- а. жодного
- б. один або безліч
- в. один або жодного
- г. безліч або жодного

628. Скільки розв'язків може мати крайова задача Штурма-Ліувілля в мішаній задачі для рівняння тепlopровідності при фіксованому невід'ємному значенні параметра ?

- а. безліч або жодного
- б. жодного
- в. один або безліч
- г. один або жодного

629. Скільки розв'язків може мати крайова задача Штурма-Ліувілля в мішаній задачі для рівняння тепlopровідності при фіксованому недодатному значенні параметра ?

- а. безліч або жодного
- б. один або жодного
- в. жодного
- г. один або безліч

630. Для якої мішаної задачі для напівобмеженої струни розв'язок може мати вигляд  $u(t, x) = t^2 + 6x^2$  ?

- а. з умовою вільного кінця в точці  $x = 0$
- б. з умовою закріпленого кінця в точці  $x = 0$
- в. з умовою пружно закріпленого кінця в точці  $x = 0$
- г. задачі Неймана

631. Для якої мішаної задачі для напівобмеженої струни розв'язок може мати вигляд  $u(t, x) = x$  ?

- а. з умовою закріпленого кінця в точці  $x = 0$
- б. з умовою вільного кінця в точці  $x = 0$
- в. з умовою пружно закріпленого кінця в точці  $x = 0$
- г. задачі Діріхле

632. Для якої мішаної задачі для напівобмеженої струни розв'язок може мати вигляд  $u(t, x) = x + 1$  ?

- а. з умовою пружно закріпленого кінця в точці  $x = 0$
- б. з умовою вільного кінця в точці  $x = 0$
- в. з умовою закріпленого кінця в точці  $x = 0$
- г. задачі Діріхле

633. Для якої мішаної задачі для неоднорідного рівняння струни розв'язок може мати вигляд  $u(t, x) = t - x^3$ ?

- а. з умовою вільного кінця в точці  $x = 0$
- б. з умовою закріпленого кінця в точці  $x = 0$
- в. з умовою пружно закріпленого кінця в точці  $x = 0$
- г. задачі Неймана

634. Для якої мішаної задачі для неоднорідного рівняння струни розв'язок може мати вигляд  $u(t, x) = x + x^2$ ?

- а. з умовою закріпленого кінця в точці  $x = 0$
- б. з умовою вільного кінця в точці  $x = 0$
- в. з умовою пружно закріпленого кінця в точці  $x = 0$
- г. задачі Діріхле

635. Для якої мішаної задачі для неоднорідного рівняння струни розв'язок може мати вигляд  $u(t, x) = 3x - 2$ ?

- а. з умовою пружно закріпленого кінця в точці  $x = 0$
- б. з умовою вільного кінця в точці  $x = 0$
- в. з умовою закріпленого кінця в точці  $x = 0$
- г. задачі Діріхле

636. Для якої мішаної задачі для неоднорідного рівняння теплопровідності розв'язок може мати вигляд  $u(t, x) = t - x^3$ ?

- а. з умовою теплоізольваного кінця в точці  $x = 0$
- б. з умовою сталої температури в кінцевій точці  $x = 0$
- в. з умовою теплообміну за законом Фур'є в кінцевій точці  $x = 0$
- г. задачі Неймана

637. Для якої мішаної задачі для неоднорідного рівняння теплопровідності розв'язок може мати вигляд  $u(t, x) = x - x^2$ ?

- а. з умовою сталої температури в кінцевій точці  $x = 0$
- б. з умовою теплоізольваного кінця в точці  $x = 0$
- в. з умовою теплообміну за законом Фур'є в кінцевій точці  $x = 0$
- г. задачі Неймана

638. Для якої мішаної задачі для неоднорідного рівняння теплопровідності розв'язок може мати вигляд  $u(t, x) = 3x - 4$ ?

- а. з умовою теплообміну за законом Фур'є в кінцевій точці  $x = 0$
- б. з умовою сталої температури в кінцевій точці  $x = 0$
- в. з умовою теплоізольваного кінця в точці  $x = 0$

г. задачі Неймана

639. Для якої мішаної задачі для неоднорідного рівняння струни розв'язок може мати вигляд  $u(t, x) = 2t - x^3$ ?

- а. з однорідною другою краєвою умовою в точці  $x = 0$
- б. з однорідною першою краєвою умовою в точці  $x = 0$
- в. з однорідною третьою краєвою умовою в точці  $x = 0$
- г. задачі Неймана

640. Для якої мішаної задачі для неоднорідного рівняння струни розв'язок може мати вигляд  $u(t, x) = t + x^4$ ?

- а. з однорідною другою краєвою умовою в точці  $x = 0$
- б. з однорідною першою краєвою умовою в точці  $x = 0$
- в. з однорідною третьою краєвою умовою в точці  $x = 0$
- г. задачі Діріхле

641. Для якої мішаної задачі для неоднорідного рівняння струни розв'язок може мати вигляд  $u(t, x) = 5x + 1$ ?

- а. з однорідною третьою краєвою умовою в точці  $x = 0$
- б. з однорідною першою краєвою умовою в точці  $x = 0$
- в. з однорідною другою краєвою умовою в точці  $x = 0$
- г. задачі Діріхле

642. Для якої мішаної задачі для неоднорідного рівняння теплопровідності розв'язок має вигляд  $u(t, x) = t - x^3$ ?

- а. з однорідною другою краєвою умовою в точці  $x = 0$
- б. з однорідною першою краєвою умовою в точці  $x = 0$
- в. з однорідною третьою краєвою умовою в точці  $x = 0$
- г. задачі Неймана

643. Для якої мішаної задачі для неоднорідного рівняння теплопровідності розв'язок може мати вигляд  $u(t, x) = t + x^2$ ?

- а. з однорідною другою краєвою умовою в точці  $x = 0$
- б. з однорідною першою краєвою умовою в точці  $x = 0$
- в. з однорідною третьою краєвою умовою в точці  $x = 0$
- г. задачі Діріхле

644. Для якої мішаної задачі для неоднорідного рівняння теплопровідності розв'язок може мати вигляд  $u(t, x) = 3x - 2$ ?

- а. з однорідною третьою краєвою умовою в точці  $x = 0$
- б. з однорідною першою краєвою умовою в точці  $x = 0$
- в. з однорідною другою краєвою умовою в точці  $x = 0$
- г. задачі Діріхле

645. Для рівняння з частинними похідними  $10u_{xx} + 6u_{xy} + u_{yy} = 0$  рівняння характеристик має вигляд

- a.  $10(dy)^2 - 6dxdy + (dx)^2 = 0$
- б.  $10(dy)^2 + 6dxdy + (dx)^2 = 0$
- в.  $10(dx)^2 - 6dxdy + (dy)^2 = 0$
- г.  $10(dx)^2 - 3dxdy + (dy)^2 = 0$

646. Для рівняння з частинними похідними  $5u_{xx} + 3u_{xy} + u_{yy} = 0$  рівняння характеристик має вигляд

- a.  $5(dy)^2 - 3dxdy + (dx)^2 = 0$
- б.  $5(dy)^2 + 3dxdy + (dx)^2 = 0$
- в.  $5(dx)^2 - 3dxdy + (dy)^2 = 0$
- г.  $5(dx)^2 + 3dxdy + (dy)^2 = 0$

647. Для рівняння з частинними похідними  $2u_{xx} + 3u_{xy} + 5u_{yy} = 0$  рівняння характеристик має вигляд

- a.  $2(dy)^2 - 3dxdy + 5(dx)^2 = 0$
- б.  $2(dy)^2 + 3dxdy + 5(dx)^2 = 0$
- в.  $2(dx)^2 - 3dxdy + 5(dy)^2 = 0$
- г.  $2(dx)^2 - 3dxdy - 5(dy)^2 = 0$

648. Для рівняння з частинними похідними  $xu_{xx} + yu_{xy} + u_{yy} = 0$  рівняння характеристик має вигляд

- a.  $x(dy)^2 - ydxdy + (dx)^2 = 0$
- б.  $x(dy)^2 + ydxdy + (dx)^2 = 0$
- в.  $x(dx)^2 - ydxdy + (dy)^2 = 0$
- г.  $x(dx)^2 + ydxdy - (dy)^2 = 0$

649. Для рівняння з частинними похідними  $u_{xx} + 2u_{xy} + u_{yy} = 0$  рівняння характеристик має вигляд

- a.  $(dy)^2 - 2dxdy + (dx)^2 = 0$
- б.  $(dy)^2 + 2dxdy + (dx)^2 = 0$
- в.  $(dx)^2 - 2dxdy + (dy)^2 = 0$
- г.  $(dx)^2 + 2dxdy - (dy)^2 = 0$

650. Приклад Адамара свідчить, що некоректною є

- а. задача Коші для рівняння Лапласа
- б. задача Коші для рівняння тепlopровідності
- в. задача Коші для рівняння коливання струни
- г. крайова задача для рівняння Пуассона

651. Задача Коші для рівняння Лапласа не є коректною. Про це свідчить

- а. приклад Адамара
- б. принцип Дюамеля
- в. функція Гріна
- г. інтеграл Пуассона

652. Задача Коші для рівняння Пуассона не є коректною. Про це свідчить

- а. приклад Адамара
- б. принцип Дюамеля
- в. функція Гріна
- г. інтеграл Пуассона

653. Класичний розв'язок рівняння коливання струни

- а. лише двічі неперервно диференційований
- б. лише неперервно диференційований
- в. лише неперервний
- г. лише вимірний

654. Класичний розв'язок рівняння тепlopровідності

- а. лише двічі неперервно диференційований
- б. лише неперервно диференційований
- в. лише неперервний
- г. лише вимірний

655. Класичний розв'язок рівняння Лапласа

- а. лише двічі неперервно диференційований
- б. лише неперервно диференційований
- в. лише неперервний
- г. лише вимірний

656. Скільки розв'язків має задача Неймана для рівняння Пуассона на площині?

- а. жодного або безліч
- б. один або безліч
- в. жодного або один
- г. один

657. Скільки розв'язків має задача Діріхле для рівняння Лапласа на площині?

- а. один
- б. один або безліч
- в. безліч
- г. жодного або безліч

658. Скільки розв'язків має задача Діріхле для рівняння Пуассона на площині?

- а. один
- б. один або безліч
- в. безліч
- г. жодного або безліч

659. Скільки розв'язків має третя краєвова задача для рівняння Лапласа на площині?

- а. один
- б. один або безліч
- в. безліч
- г. жодного або безліч

660. Скільки розв'язків має третя краєвова задача для рівняння Пуассона на площині?

- а. один
- б. один або безліч
- в. безліч
- г. жодного

661. Який фізичний зміст має перша крайова умова для неоднорідного рівняння струни?

- а. кінець закріплено
- б. кінець вільний
- в. кінець порожній
- г. кінець пружнью закріплено

662. Який фізичний зміст має друга крайова умова для неоднорідного рівняння струни?

- а. кінець вільний
- б. кінець закріплено
- в. кінець відсутній
- г. кінець пружнью закріплено

663. Який фізичний зміст має третя крайова умова для неоднорідного рівняння струни?

- а. кінець пружнью закріплено
- б. кінець закріплено
- в. кінець відсутній
- г. кінець вільний

664. Яка із заданих функцій є розв'язком рівняння  $u_{tt} = 81u_{xx}$ ?

- а.  $u = (9t - x)^5$
- б.  $u = \sin(t - 5x)$
- в.  $u = t^3 + 4x^2 - 4t$
- г.  $u = \cos x - \sin t$

665. Яка із заданих функцій є розв'язком рівняння  $u_{tt} = 25u_{xx}$ ?

- а.  $u = (5t - x)^4$
- б.  $u = \cos(t - 9x)$
- в.  $u = t^2 + 4x^3 - 2xt$
- г.  $u = \cos x - 3 \sin t$

666. Яка із заданих функцій є розв'язком рівняння  $u_{tt} = u_{xx}$ ?

- а.  $u = (t + x)^{16}$
- б.  $u = \sin(t + 12x)$
- в.  $u = t^{14} + x^3 - 2tx$
- г.  $u = \cos x - \sin t$

667. Якою формулою подається розв'язок задачі Коші для рівняння струни на площині?

- а. формулою Даламбера
- б. формулою Коші
- в. формулою Пуассона
- г. формулою Вейєрштраса

668. Якою формулою подається розв'язок задачі Коші для рівняння теплопровідності на площині?

- а. формулою Пуассона
- б. формулою Коші
- в. формулою Даламбера
- г. формулою Вейєрштраса

669. Якою формулою подається розв'язок задачі Діріхле для рівняння Лапласа в крузі ?

- а. формулою Пуассона
- б. формулою Коші
- в. формулою Даламбера
- г. формулою Вейєрштраса

670. Коливання струни в просторі описується рівнянням

- а. гіперболічного типу
- б. еліптичного типу
- в. параболічного типу
- г. типу ABC

671. Коливання мембрани в просторі описується рівнянням

- а. гіперболічного типу
- б. еліптичного типу
- в. параболічного типу
- г. типу ABC

672. Процес теплопередачі на площині описується рівнянням

- а. параболічного типу
- б. еліптичного типу
- в. гіперболічного типу
- г. типу ABC

673. Процес дифузії на площині описується рівнянням

- а. параболічного типу
- б. еліптичного типу
- в. гіперболічного типу
- г. ергодичного типу

674. Об'ємний потенціал на площині задовольняє рівнянню

- а. Пуассона
- б. теплопровідності
- в. коливання
- г. Гельмгольца

675. Гравітаційний потенціал на площині описується рівнянням

- а. еліптичного типу
- б. параболічного типу
- в. гіперболічного типу
- г. ергодичного типу

676. Електростатичний потенціал на площині описується рівнянням

- а. еліптичного типу
- б. параболічного типу
- в. гіперболічного типу
- г. ергодичного типу

677. Задача Діріхле на площині є

- а. першою країовою задачею
- б. другою країовою задачею
- в. третьою країовою задачею
- г. початковою задачею

678. Яка із заданих функцій є розв'язком рівняння  $u_t = 11u_{xx}$ ?

- а.  $u = x^3 + 66tx$
- б.  $u = \sin(2t - x)$
- в.  $u = 2t^3 + 3x^3$
- г.  $u = 3 \cos x + 2 \sin t$

679. Яка із заданих функцій є розв'язком рівняння  $u_t = 12u_{xx}$ ?

- а.  $u = x^3 + 78tx$
- б.  $u = \sin(t - 4x)$
- в.  $u = t^3 + 19x^3$
- г.  $u = \cos x + 19 \sin t$

680. Яка із заданих функцій є розв'язком рівняння  $u_{xx} + 2u_{yy} = 0$ ?

- а.  $u = \cos 2x + \sin y$
- б.  $u = 2x^2 - y^2$
- в.  $u = \sin(x + y)$
- г.  $u = x^3 + y^3$

681. Яка із заданих функцій є розв'язком рівняння  $u_{xx} + 3u_{yy} = 0$ ?

- а.  $u = 6x^2 - 2y^2$
- б.  $u = \sin(2x + y)$
- в.  $u = x^3 + 2y^3$
- г.  $u = \cos x + \sin y$

682. Скільки початкових умов містить задача Коші для однорідного рівняння тепlopровідності на площині?

- а. 1
- б. 0
- в. 2
- г. 3

683. Скільки початкових умов має задача Коші для неоднорідного рівняння коливання струни на площині?

- а. 2
- б. 0
- в. 1
- г. 3

684. Скільки початкових умов містить задача Коші для неоднорідного рівняння тепlopровідності на площині?

- а. 1
- б. 0
- в. 2
- г. 3

685. Скільки початкових умов містить задача Коші для неоднорідного рівняння коливання струни на площині?

- а. 2
- б. 0
- в. 1
- г. 3

686. Для якої мішаної задачі для напівобмеженої струни розв'язок може мати вигляд  $u(t, x) = t^2 + 4x^2$ ?

- а. з умовою вільного кінця в точці  $x = 0$
- б. з умовою закріпленого кінця в точці  $x = 0$
- в. з умовою пружно закріпленого кінця в точці  $x = 0$
- г. задачі Неймана

687. Для якої мішаної задачі для напівобмеженої струни розв'язок може мати вигляд  $u(t, x) = 3x$ ?

- а. з умовою закріпленого кінця в точці  $x = 0$
- б. з умовою вільного кінця в точці  $x = 0$
- в. з умовою пружно закріпленого кінця в точці  $x = 0$
- г. задачі Діріхле

688. Для якої мішаної задачі для напівобмеженої струни розв'язок може мати вигляд  $u(t, x) = x + 5$ ?

- а. з умовою пружно закріпленого кінця в точці  $x = 0$
- б. з умовою вільного кінця в точці  $x = 0$
- в. з умовою закріпленого кінця в точці  $x = 0$
- г. задачі Діріхле

689. Для якої мішаної задачі для неоднорідного рівняння струни розв'язок може мати вигляд  $u(t, x) = t - 2x^4$ ?

- а. з умовою вільного кінця в точці  $x = 0$
- б. з умовою закріпленого кінця в точці  $x = 0$
- в. з умовою пружно закріпленого кінця в точці  $x = 0$
- г. задачі Неймана

690. Для якої мішаної задачі для неоднорідного рівняння струни розв'язок може мати вигляд  $u(t, x) = 2x + 3x^4$ ?

- a. з умовою закріпленого кінця в точці  $x = 0$
- б. з умовою вільного кінця в точці  $x = 0$
- в. з умовою пружно закріпленого кінця в точці  $x = 0$
- г. задачі Діріхле

691. Точкова оцінка  $\bar{\theta}_n$  параметра  $\theta$  розподілу генеральної сукупності називається незміщеною, якщо:

- a.  $M\bar{\theta}_n = \theta$
- б.  $M\bar{\theta}_n \rightarrow \theta$ , при  $n \rightarrow +\infty$
- в.  $P\left(\lim_{n \rightarrow +\infty} \bar{\theta}_n = \theta\right) = 1$
- г.  $D\bar{\theta}_n$  є мінімальною серед дисперсій інших оцінок параметра  $\theta$

692. Точкова оцінка  $\bar{\theta}_n$  параметра  $\theta$  розподілу генеральної сукупності називається слушною (консистентною), якщо:

- а.  $D\bar{\theta}_n$  є мінімальною серед дисперсій інших оцінок параметра  $\theta$
- б.  $P\left(\lim_{n \rightarrow +\infty} \bar{\theta}_n = \theta\right) = 1$
- в.  $M\bar{\theta}_n = \theta$
- г.  $P(|\bar{\theta}_n - \theta| > \varepsilon) \rightarrow 0$ , при  $n \rightarrow +\infty$  для всіх  $\varepsilon > 0$

693. Незміщена точкова оцінка  $\bar{\theta}_n$  параметра  $\theta$  розподілу генеральної сукупності є оптимальною (ефективною), якщо:

- а.  $M\bar{\theta}_n = \theta$
- б.  $M\bar{\theta}_n \rightarrow \theta$ , при  $n \rightarrow +\infty$
- в.  $P(|\bar{\theta}_n - \theta| > \varepsilon) \rightarrow 0$ , при  $n \rightarrow +\infty$  для всіх  $\varepsilon > 0$
- г.  $D\bar{\theta}_n$  є мінімальною серед дисперсій інших незміщених оцінок параметра  $\theta$

694. Інтервальною оцінкою параметра  $\theta$  розподілу генеральної сукупності з надійністю  $\gamma$  є інтервал:

- а.  $(\bar{\theta}_1; \bar{\theta}_2)$ , для якого  $P(\theta \in (\bar{\theta}_1; \bar{\theta}_2)) = \gamma$
- б.  $(\bar{\theta}_1; \bar{\theta}_2)$ , для якого  $P(\theta \in (\bar{\theta}_1; \bar{\theta}_2)) = 1 - \gamma$
- в.  $(\bar{\theta}_1; \bar{\theta}_2)$ , для якого  $M|\bar{\theta}_1 - \bar{\theta}_2| = \gamma$
- г.  $(\bar{\theta}_1; \bar{\theta}_2)$ , для якого  $M|\bar{\theta}_1 - \bar{\theta}_2| = 1 - \gamma$

695. Інтервальною оцінкою (надійним інтервалом) для математичного сподівання нормального розподілу з надійністю  $\gamma$  є:

- а.  $\left(\bar{x} - t_{\frac{\gamma+1}{2}}(n-1) \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{x} + t_{\frac{\gamma+1}{2}}(n-1) \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$ , якщо дисперсія  $\sigma^2$  відома, де  $t_\alpha(n-1)$  - квантиль порядку  $\alpha$  розподілу Стьюдента з  $n-1$  ступенем вільності (свободи)
- б.  $\left(\bar{x} - u_{\frac{\gamma+1}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}; \bar{x} + u_{\frac{\gamma+1}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}\right)$ , якщо дисперсія  $\sigma^2$  невідома, де  $u_\alpha$  - квантиль порядку  $\alpha$  стандартного нормального розподілу

- в.  $\left( \bar{x} - u_{\frac{\gamma+1}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{x} + u_{\frac{\gamma+1}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$ , якщо дисперсія  $\sigma^2$  відома, де  $u_\alpha$ - квантиль порядку  $\alpha$  стандартного нормальногорозподілу
- г.  $\left( \bar{x} - t_{\frac{1-\gamma}{2}}(n-1) \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}; \bar{x} + t_{\frac{1-\gamma}{2}}(n-1) \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \right)$ , якщо дисперсія  $\sigma^2$  невідома, де  $t_\alpha(n-1)$  - квантиль порядку  $\alpha$  розподілу Стьюдента з  $n-1$  ступенем вільності (свободи)

696. Інтервальною оцінкою (надійним інтервалом) з надійністю  $\gamma$  для дисперсії нормального розподілу  $s^2$  ( $\chi^2_\alpha(k)$ -квантиль порядку  $\alpha$  розподілу Пірсона ( $\chi^2$ ) з  $k$  ступенями вільності (свободи)):

- а.  $\left( \frac{ns}{\chi^2_{\frac{1+\gamma}{2}}(n)}; \frac{ns}{\chi^2_{\frac{1-\gamma}{2}}(n)} \right)$
- б.  $\left( \frac{ns^2}{\chi^2_{\frac{1-\gamma}{2}}(n)}; \frac{ns^2}{\chi^2_{\frac{1+\gamma}{2}}(n)} \right)$
- в.  $\left( \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\frac{1-\gamma}{2}}(n-1)}; \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\frac{1+\gamma}{2}}(n-1)} \right)$
- г.  $\left( \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\frac{1+\gamma}{2}}(n-1)}; \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\frac{1-\gamma}{2}}(n-1)} \right)$

697. Диспетчер обслуговує три телефонні лінії. Ймовірність того, що протягом години звернуться по першій лінії, становить 0,3, по другій - 0,4, по третьій - 0,6. Яка ймовірність того, що протягом години диспетчер отримає виклики з рівно двох ліній?

- а. 0,314  
 б. 0,324  
 в. 0,334  
 г. 0,344

698. Виробництво певної продукції може проводитись в двох температурних режимах з ймовірностями 0,45 і 0,55 відповідно. Залежно від температурного режиму ймовірність отримання продукції вищої якості становить 0,8 і 0,9. Яка ймовірність того, що навмання вибрана продукція вищої якості?

- а. 0,850  
 б. 0,855  
 в. 0,860  
 г. 0,865

699. У групі 15 студентів, серед яких 8 відмінників. Навмання вибрано 9 студентів. Знайти ймовірність того, що серед вибраних студентів буде рівно 6 відмінників.

- а. 0,191  
 б. 0,196  
 в. 0,201  
 г. 0,206

700. На відрізку [-1;2] навмання взято два числа. Яка ймовірність того, що їх сума більша за 1, а добуток менший за 1?

- а. 0,384  
 б. 0,321

- в. 0,285  
г. 0,416

701. Три спортсмени зробили залп, причому дві кулі влучили в мішень. Знайти ймовірність того, що перший спортсмен влучив у мішень, якщо ймовірності влучання першого, другого та третього спортсменів, відповідно,  $p_1 = 0.4$ ,  $p_2 = 0.3$ ,  $p_3 = 0.5$ .

- а.  $\frac{1}{29}$   
б.  $\frac{20}{29}$   
в.  $\frac{10}{29}$   
г.  $\frac{1}{3}$

702. Кинуто  $n$  гральних кубиків. Знайти дисперсію суми кількості очок, які можуть з'явитися на всіх гранях.

- а.  $\frac{35}{12}$   
б.  $\frac{91}{6}$   
в.  $\frac{35}{12}n$   
г.  $\frac{91}{6}n$

703. У продукції заводу брак унаслідок дефекту А становить 3%, а внаслідок дефекту В — 4,5%. Якісної продукції є 95%. Обчислити коефіцієнт кореляції дефектів А і В.

- а. 0.669  
б. 0.334  
в. 0.975  
г. 0.225

704. Математичне сподівання та середнє квадратичне відхилення нормально розподіленої випадкової величини, відповідно, дорівнюють 10 і 2. Знайти ймовірність того, що випадкова величина набуде значення з інтервалу (12; 14).

- а. 0.7864  
б. 0.8759  
в. 0.0125  
г. 0.1369

705. Середня величина доходу деякого активу дорівнює 5, а середнє квадратичне відхилення — 1 . Знайти ймовірність того, що цей актив дасть дохід від 5.8 до 6.0, якщо дохідність активу має нормальній закон розподілу.

- а. 0.0131  
б. 0.9262  
в. 0.0975  
г. 0.5258

706. Ціну акції можна приблизно моделювати за допомогою нормального розподілу з математичним сподіванням 25.7 грн і середнім квадратичним відхиленням 1.1 грн. Знайти ймовірність того, що ціна акції буде між 25.2 і 29.3 грн.

- а. 0.2357  
б. 0.6735  
в. 0.0579

г. 0.1645

707. Випадкова величина  $X$  розподілена за нормальним законом з математичним сподіванням  $a = 0$  і середнім квадратичним відхиленням  $\sigma$ . Визначити, для якого значення  $\sigma$  ймовірність того, що під час випробування випадкова величина набуде значення з інтервалу  $(1; 2)$  буде найбільшою.

- а. 1
- б. 5.125
- в. 8.375
- г. 1.471

708. Випадкова величина  $X$  розподілена за нормальним законом з математичним сподіванням  $a = 10$ . Ймовірність того, що випадкова величина  $X$  під час випробування набуде значення з інтервалу  $(13; 15)$  дорівнює 0.37. Знайти ймовірність того, що випадкова величина набуде значення з інтервалу  $(5; 7)$ .

- а. 0.37
- б. 0.73
- в. 0.25
- г. 0.12

709. Знайти дисперсію випадкової величини, рівномірно розподіленої на відрізку  $[2; 14]$

- а. 8
- б.  $\frac{1}{12}$
- в. 1
- г. 12

710. Знайти математичне сподівання випадкової величини, рівномірно розподіленої на відрізку  $[-3; 5]$

- а. 4
- б. 0
- в. 1
- г. 2

711. Розв'язати рівняння  $\frac{(n+2)!}{n!} = 72$

- а. 7
- б. -10
- в. 7; 10
- г. -7; 10

712. Розв'язати рівняння  $P_{x+2} = 56 \cdot P_x$

- а. -8; -7
- б. 7; 8
- в. 6
- г. 6; 9

713. Розв'язати рівняння  $C_{x+2}^3 = 7(x + 2)$

- а. 6; 7

- б. 6
- в. 7
- г. -6; 7

714. Розв'язати рівняння  $A_{x-2}^2 + C_x^{x-2} = 101$

- а. 10
- б. 11
- в. 8
- г. 9

715. Скільки існує точок у трьохвимірному координатному просторі, координати яких є цілими одноцифровими додатними числами?

- а.  $9^3$
- б.  $3^9$
- в.  $A_9^3$
- г.  $10^3$

716. Скільки існує шестицифрових чисел, усі цифри яких непарні?

- а.  $5^6$
- б.  $6^5$
- в.  $5!$
- г.  $A_6^5$

717. Скількома способами групу із 15 осіб можна розділити на дві групи, так щоб в одній було 11, а в іншій — 4 особи?

- а.  $A_{15}^{11}$
- б.  $A_{11}^4$
- в.  $C_{15}^{11} \cdot C_{15}^4$
- г.  $C_{15}^4$

718. Власник банкоматної картки забув останні дві цифри свого PIN-коду, але пам'ятає, що вони різні. Знайти ймовірність того, що, набравши ці цифри навмання, він отримає доступ до системи з першого разу.

- а.  $\frac{1}{99}$
- б.  $\frac{1}{50}$
- в.  $\frac{1}{90}$
- г.  $\frac{1}{2}$

719. У грошовій лотереї всього 100 квитків, серед яких 25 — виграшних. Знайти ймовірність залишитися без виграшу, придбавши два квитки цієї лотереї.

- а.  $\frac{37}{66}$
- б.  $\frac{2}{33}$
- в.  $\frac{9}{16}$
- г.  $\frac{1}{16}$

720. Знайдіть плоску міру Лебега множини, обмеженої лініями  $y = x^2 - x$  та  $y = 1 - x$ :

- а.  $\frac{4}{3}$   
 б. 1  
 в.  $\frac{2}{3}$   
 г.  $\frac{1}{3}$

721. Для інтеграла Лебега  $I = \int_{[a,b]} f'(t) d\mu$  похідної довільної монотонно неспадної на відрізку  $[a, b]$  функції  $f(x)$  правильним є таке твердження:

- а.  $I \leq f(b) - f(a)$   
 б.  $I = f(b) - f(a)$   
 в.  $I \geq f(b) - f(a)$   
 г.  $I < f'(b) - f'(a)$

722. Серед функцій  $f_1(x) = x^2$ ,  $f_2(x) = \begin{cases} x, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$ ,  $f_3(x) = \begin{cases} 1, & x \in \mathbb{Q} \\ 0, & x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$  визначте кількість вимірних за Лебегом на відрізку  $[-1; 1]$  функцій:

- а. 3  
 б. 2  
 в. 1  
 г. 0

723. Визначте повну зміну (варіацію) функції  $f(x) = \begin{cases} 2 - x^2, & x \in [-1; 2), \\ 1, & x = 2, \end{cases}$  на відрізку  $[-1; 2]$

- а. 0  
 б. 4  
 в. 6  
 г. 8

724. Плоска міра Лебега множини  $A = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1, (x - 1)^2 + (y - 1)^2 \leq 1\}$  дорівнює

- а.  $\frac{\pi}{4} - 1$   
 б.  $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}$   
 в.  $\frac{\pi}{2} - 1$   
 г.  $\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}$

725. Міра Лебега-Стільттьєса  $\mu_F$  відрізка  $[0; 1]$  відносно функції  $F(x) = \begin{cases} x^2, & x < 0,5 \\ 2x, & x \geq 0,5 \end{cases}$

дорівнює

- а.  $\frac{3}{4}$   
 б. 1  
 в.  $1\frac{1}{4}$   
 г. 2

726. Послідовність функцій  $f_n(x) = x^{n+1} - x^n$  на відрізку  $[-1; 1]$  збігається до функції  $f(x) = 0$

- а. лише за мірою

- б. лише майже скрізь
- в. за мірою і майже скрізь
- г. скрізь

727. Норма лінійного функціонала  $f : C[0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x(t)) = x(0) - 2x(1)$  дорівнює

- а. 3
- б. 2
- в. 1
- г. -1

728. Нехай  $f_n(x) = \begin{cases} n, & x < \frac{1}{n}, \\ 3\sqrt{x}, & x \geq \frac{1}{n} \end{cases}$ ,  $a = \lim_{n \rightarrow \infty} \int_{[0;1]} f_n(x) d\mu(x)$ ,  $b = \int_{[0;1]} \lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) d\mu(x)$ . Тоді

- а.  $a = 2, b = 3$
- б.  $a = 3, b = 2$
- в.  $a = 2, b = 2$
- г.  $a = 3, b = 3$

729. Серед наступних чотирьох вимог до функції множини  $m(A)$  вкажіть ту, котра не стосується загального означення міри множини:

- а.  $m(A)$  визначена на піvkільці множин
- б.  $m(A)$  - неперервна функція множини
- в.  $m(A)$  - невід'ємна функція множини
- г.  $m(A)$  - адитивна функція множини

730. З наступних чотирьох тверджень виберіть твердження, справедливе як для інтеграла Лебега, так і для інтеграла Рімана по відрізку  $[a; b]$ :

- а. якщо функція  $|f(x)|$  інтегрована, то  $f(x)$  також інтегрована
- б. якщо функція  $f(x)$  вимірна і обмежена, то вона інтегрована
- в. обмежена розривна лише при  $x \in \mathbb{N}$  функція – інтегрована
- г. обмежена невід'ємна функція - інтегрована

731. Послідовність вимірних функцій  $f_n(x)$  на множині скінченної міри збігається за мірою до функції  $f(x)$ . Тоді:

- а.  $f(x)$  - вимірна функція
- б.  $f(x)$  -неперервна функція
- в.  $f(x)$  - проста функція
- г.  $f(x)$  - інтегрована за Ріманом функція

732. Якщо функція  $f(x)$  монотонна на деякому відрізку, то серед наступних тверджень неправильним є твердження:

- а.  $f(x)$  обмежена і вимірна
- б.  $f(x)$  має зліченну кількість точок розриву
- в.  $f(x)$  інтегрована за Ріманом
- г.  $f(x)$  інтегрована за Лебегом

733. Множина точок відкритої кулі у просторі  $\mathbb{R}^n$

- а. має скінченну зовнішню міру і вимірна за Лебегом
- б. має скінченну зовнішню міру, але не вимірна за Лебегом
- в. має нескінченну зовнішню міру
- г. не має зовнішньої міри

734. Кожна вимірна за Лебегом плоска множина:

- а. вимірна за Жорданом
- б. є квадрованою фігурою
- в. має зовнішню міру
- г. має скінченну міру

735. Функції  $f(x)$  та  $g(x)$  монотонні і обмежені на відрізку  $[-1; 1]$ . Тоді на цьому відрізку функція  $f(x) - g(x)$ :

- а. інтегровна за Лебегом, але не обов'язково за Ріманом
- б. інтегровна і за Лебегом, і за Ріманом
- в. неперервна і вимірна за Лебегом
- г. непарна і вимірна за Лебегом

736. Кожну множину мінімального кільця множин, породженого деяким півкільцем множин, можна подати, як:

- а. об'єднання деяких двох множин півкільця
- б. різницю деяких двох множин півкільця
- в. перетин скінченної кількості множин півкільця
- г. об'єднання скінченної кількості множин півкільця

737. Множина всіх скінчених проміжків числовової прямої вигляду  $[\alpha, \beta]$ ,  $[\alpha, \beta)$ ,  $(\alpha, \beta]$ ,  $(\alpha, \beta)$  є:

- а. півкільцем множин
- б.  $\sigma$ -кільцем множин
- в. алгеброю множин
- г.  $\sigma$ -алгеброю множин

738. Послідовність вимірних функцій  $f_n(x)$  на відрізку  $[a; b]$  збігається у середньому до функції  $f(x)$ . Тоді вона збігається до  $f(x)$ :

- а. майже скрізь
- б. рівномірно
- в. за мірою
- г. принаймні в одній точці

739. Подати число  $z = -\sqrt{3} + i$  у тригонометричній формі.

- а.  $z = 2(\cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6})$
- б.  $z = 2(\cos \frac{7\pi}{6} + i \sin \frac{7\pi}{6})$
- в.  $z = 2(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3})$
- г.  $z = 2(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6})$

740. Подати число  $z = -1 - i\sqrt{3}$  у показниковій формі.

a.  $z = 2e^{-i\frac{2\pi}{3}}$

б.  $z = 2e^{i\frac{2\pi}{3}}$

в.  $z = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$

г.  $z = 2e^{-i\frac{\pi}{3}}$

741. Знайти  $\lim_{z \rightarrow -2i} \frac{z^2+4}{z+2i}$ .

a.  $-4i$

б.  $4i$

в.  $2i$

г.  $-2i$

742. Вказати множину тих значень  $z$ , в яких коефіцієнт лінійного розтягу відображення  $w = \frac{i}{z}$  дорівнює 4.

a.  $\{z : |z| = \frac{1}{2}\}$

б.  $\{z : |z| = \frac{1}{4}\}$

в.  $\{z : |z| = 1\}$

г.  $\{z : |z| = 2\}$

743. Вказати множину тих значень  $z$ , в яких кут повороту відображення  $w = z^2 - 2z$  дорівнює.

a.  $\{z : \operatorname{Re} z > 1, \operatorname{Im} z = 0\}$

б.  $\{z : \operatorname{Re} z < 1, \operatorname{Im} z = 0\}$

в.  $\{z : \operatorname{Re} z = 0, \operatorname{Im} z < 1\}$

г.  $\{z : \operatorname{Re} z = 0, \operatorname{Im} z > 1\}$

744. Знайти образ круга  $\{z : |z + 1| < 3\}$  при відображення  $w = 3iz - 1$ .

a.  $\{w : |w + 1 + 3i| < 9\}$

б.  $\{w : |w + 1 - 3i| < 9\}$

в.  $\{w : |w - 1 + 3i| < 9\}$

г.  $\{w : |w - 1 - 3i| < 9\}$

745. Знайти образ множини  $\{z : |z| > 2, -\frac{\pi}{6} < \arg z < \frac{\pi}{3}\}$  при відображення  $w = z^3$ .

a.  $\{w : |w| > 8, -\frac{\pi}{2} < \arg w < \pi\}$

б.  $\{w : |w| > 8, -\pi < \arg w < \frac{\pi}{2}\}$

в.  $\{w : |w| < 8, -\frac{\pi}{2} < \arg w < \pi\}$

г.  $\{w : |w| < 8, -\pi < \arg w < \frac{\pi}{2}\}$

746. Знайти образ множини  $\{z : 0 < \operatorname{Re} z < \frac{\pi}{2}, \operatorname{Im} z < \ln 4\}$  при відображення  $w = e^{iz}$ .

a.  $\{w : |w| > \frac{1}{4}, 0 < \arg w < \frac{\pi}{2}\}$

б.  $\{w : |w| < \frac{1}{4}, 0 < \arg w < \frac{\pi}{2}\}$

в.  $\{w : |w| > 4, 0 < \arg w < \frac{\pi}{2}\}$

г.  $\{w : |w| < 4, 0 < \arg w < \frac{\pi}{2}\}$

747. Знайти образ круга  $\{z : |z + 2| < 1\}$  при відображення  $w = \frac{z-1}{z+1}$ .

a.  $\{w : \operatorname{Re} w > 2\}$

- б.  $\{w : |z + 1| > 1\}$   
 в.  $\{w : |z + 1| < 1\}$   
 г.  $\{w : \operatorname{Re} w < 2\}$

748. Знайти образ множини  $\{z : |z + 2| > 1\}$  при відображені  $w = \frac{iz}{z+2}$ .

- а.  $\{w : |w - i| < 2\}$   
 б.  $\{w : |w - i| > 2\}$   
 в.  $\{w : |w + i| < 2\}$   
 г.  $\{w : |w + i| > 2\}$

749. Знайти образ півплощини  $\{z : \operatorname{Re} z > 2\}$  при відображені  $w = \frac{z-1}{z-2}$ .

- а.  $\{w : \operatorname{Re} w > 1\}$   
 б.  $\{w : \operatorname{Re} w < 1\}$   
 в.  $\{w : \operatorname{Re} w > 2\}$   
 г.  $\{w : \operatorname{Re} w < 2\}$

750. Знайти образ півплощини  $\{z : \operatorname{Re} z > 2\}$  при відображені  $w = \frac{3z}{z+1}$ .

- а.  $\{w : |w - \frac{5}{2}| < \frac{1}{2}\}$   
 б.  $\{w : |w - \frac{5}{2}| > \frac{1}{2}\}$   
 в.  $\{w : |w - \frac{5}{2}| < \frac{1}{4}\}$   
 г.  $\{w : |w - \frac{5}{2}| > \frac{1}{4}\}$

751. За допомогою лішків обчислити інтеграл  $\int_{+\infty}^{-\infty} \frac{dx}{(x^2+4)^2}$ .

- а.  $\frac{\pi}{16}$   
 б.  $\frac{\pi}{8}$   
 в.  $\frac{\pi}{4}$   
 г.  $\frac{\pi}{32}$

752. Відновити аналітичну в околі точки  $z_0 = 0$  функцію  $f(z)$  за дійсною частиною  $u = x^2 - y^2 + x$ , якщо  $f(0) = 0$

- а.  $f(z) = x^2 - y^2 + x + i(2xy + y)$   
 б.  $f(z) = x^2 - y^2 + x + i(2xy + y + c)$   
 в.  $f(z) = x^2 - y^2 + x + i2xy$   
 г.  $f(z) = x^2 - y^2 + x + iy$

753. Визначити тип кривої  $z = 3 \sec t + 2i \operatorname{tg} t$

- а. гіпербола  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$   
 б. еліпс  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$   
 в. парабола  $y^2 = 6x$   
 г. не можна звести до канонічної форми

754. Подати у алгебраїчній формі  $\sin(\frac{\pi}{4} + 2i)$

- а.  $\frac{\sqrt{2}}{2} \operatorname{ch} 2 + i \frac{\sqrt{2}}{2} \operatorname{sh} 2$

6.  $\frac{\sqrt{2}}{2} \operatorname{sh}2 + i\frac{\sqrt{2}}{2} \operatorname{ch}2$

в.  $\frac{\sqrt{2}}{2} \operatorname{ch}2 - i\frac{\sqrt{2}}{2} \operatorname{sh}2$

г. 1

755. Обчислити  $\int_{AB} (3z^2 + 4z + 1) dz$ ,  $AB$  - відрізок прямої  $z_A = 1$ ,  $z_B = 1 - i$

а.  $-5 - 7i$

б.  $5i - 3$

в.  $i - 7$

г.  $5 - 3i$

756. Розвинути в ряд за степенями  $z$  функцію  $\int_0^z \frac{\sin \eta}{\eta} d\eta$

а.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n z^{2n+1}}{(2n+1)(2n+1)!}$ ,  $|z| < \infty$

б.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n z^{2n}}{(2n)(2n)!}$

в.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^{2n+1}}{(2n+1)(2n+1)!}$

г.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} z^{2n+1}}{(2n+1)(2n+1)!}$

757. Обчислити інтеграл  $\int_{|z|=\frac{1}{2}} \frac{dz}{z(z^2+1)}$

а.  $2\pi i$

б.  $\pi i$

в. 0

г.  $-2\pi i$

758. Обчислити інтеграл  $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{3 - \sqrt{5} \sin t}$  за допомогою лишків

а.  $\pi$

б.  $\frac{3\pi}{2}$

в.  $i\frac{\pi}{2}$

г.  $\frac{3\pi}{2}i$

759. Обчислити інтеграл  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x-1}{(x^2+4)^2} dx$  за допомогою лишків

а.  $-\frac{1}{16}\pi$

б.  $\frac{1}{2}i$

в.  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$

г.  $i - 1$

760. Обчислити інтеграл  $\int_0^{\infty} \frac{x \sin 3x}{x^2+4} dx$  за допомогою лишків

а.  $\frac{\pi}{2}e^{-6}$

- б.  $\frac{\pi}{2}$   
 в.  $\frac{\pi}{2}e^{-4}$   
 г.  $e^{-6}$

761. Встановити відповідність:

- 1)  $\operatorname{sh}z$ ;  
 2)  $\ln z$ ;  
 3)  $\operatorname{ch}z$ .  
 а)  $\frac{e^z + e^{-z}}{2}$ ;  
 б)  $\ln|z| + i \arg z$ ;  
 в)  $\frac{e^z - e^{-z}}{2}$

- а. 1-с, 2-б, 3-а  
 б. 1-а, 2-б, 3-с  
 в. 1-б, 2-с, 3-а  
 г. 1-б, 2-а, 3-с

762. Встановити відповідність:

- 1)  $z^\alpha$ ;  
 2)  $\alpha^z$ ;  
 3)  $\ln z$ .  
 а)  $\ln|z| + i \arg z$ ;  
 б)  $\exp(\alpha \operatorname{Ln} z)$ ;  
 в)  $\exp(z \operatorname{Ln} \alpha)$

- а. 1-б, 2-с, 3-а  
 б. 1-с, 2-б, 3-а  
 в. 1-б, 2-а, 3-с  
 г. 1-а, 2-с, 3-б

763. Встановити відповідність:

- 1)  $\frac{1}{1+z}$ ;  
 2)  $\ln(1+z)$ ;  
 3)  $\frac{1}{1-z}$ .  
 а)  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{z^{n+1}}{n+1}, |z| < 1$ ;  
 б)  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n z^n, |z| < 1$ ;  
 в)  $\sum_{n=0}^{\infty} z^n, |z| < 1$ .

- а. 1-б, 2-а, 3-с  
 б. 1-б, 2-с, 3-а  
 в. 1-а, 2-с, 3-б  
 г. 1-с, 2-б, 3-а

764. Яка з наведених рівностей невірна:

- а.  $\operatorname{sh}iz = \sin z$   
 б.  $\sin iz = i \operatorname{sh}z$

в.  $\operatorname{ch} iz = \cos z$

г.  $\cos iz = \operatorname{ch} z$

765. Яка з наведених нижче рівностей невірна:

а.  $\cos iz = \operatorname{ch} z$

б.  $\operatorname{sh}(-z) = -\operatorname{sh} z$

в.  $\operatorname{sh} iz = i \sin z$

г.  $\operatorname{ch}(-z) = \operatorname{ch} z$

766. Яке з наведених нижче співвідношень невірне:

а.  $\operatorname{ch}(z_1 + z_2) = \operatorname{ch} z_1 \cdot \operatorname{ch} z_2 - \operatorname{sh} z_1 \cdot \operatorname{sh} z_2$

б.  $\sin(z_1 + z_2) = \sin z_1 \cdot \cos z_2 + \cos z_1 \cdot \sin z_2$

в.  $\cos(z_1 + z_2) = \cos z_1 \cdot \cos z_2 - \sin z_1 \cdot \sin z_2$

г.  $\operatorname{sh}(z_1 + z_2) = \operatorname{sh} z_1 \cdot \operatorname{ch} z_2 + \operatorname{ch} z_1 \cdot \operatorname{sh} z_2$

767. Які з наведених нижче рівностей вірні ( $z = x + iy$ ):

1)  $\operatorname{sh} z = \operatorname{sh} x \cdot \cos y - i \operatorname{ch} x \cdot \sin y$ ;

2)  $\operatorname{sh} z = \operatorname{sh} x \cdot \cos y + i \operatorname{ch} x \cdot \sin y$ ;

3)  $\operatorname{ch} z = \operatorname{ch} x \cdot \cos y + i \operatorname{sh} x \cdot \sin y$ ;

4)  $\operatorname{ch} z = \operatorname{ch} x \cdot \cos y - i \operatorname{sh} x \cdot \sin y$ ;

а. 2 і 3

б. 1 і 3

в. 2 і 4

г. 1 і 4

768. Які з наведених нижче рівностей вірні ( $z = x + iy$ ):

1)  $\sin z = \sin x \cdot \operatorname{ch} y + i \cos x \cdot \operatorname{sh} y$ ;

2)  $\sin z = \sin x \cdot \operatorname{ch} y - i \cos x \cdot \operatorname{sh} y$ ;

3)  $\cos z = \cos x \cdot \operatorname{ch} y - i \sin x \cdot \operatorname{sh} y$ ;

4)  $\cos z = \cos x \cdot \operatorname{ch} y + i \sin x \cdot \operatorname{sh} y$ ;

а. 1 і 3

б. 1 і 4

в. 2 і 3

г. 2 і 4

769. Встановити відповідність між періодичними функціями комплексної змінної і їх періодами:

1)  $\cos z$ ;

2)  $\operatorname{sh} z$ ;

3)  $\operatorname{th} z$ ;

а)  $2\pi$ ;

б)  $2\pi i$ ;

с)  $\pi i$ .

а. 1-а, 2-б, 3-с

б. 1-б, 2-с, 3-а

в. 1-с, 2-а, 3-б

г. 1-а, 2-с, 3-б

770. Функція  $\varphi(x, y)$ , яка має в деякій області неперервні частинні похідні до другого порядку включно і задовільняє рівняння Лапласа  $\frac{d^2\varphi}{dx^2} + \frac{d^2\varphi}{dy^2} = 0$  називається

- а. гармонічною
- б. субгармонічною
- в. функцією експоненціального типу
- г. функцією Гріна

771. При діленні комплексних чисел у показниковій формі:

- 1) модулі віднімаються;
- 2) модулі діляться;
- 3) аргументи діляться;
- 4) аргументи віднімаються.

Із наведених тверджень вірними є:

- а. 2 і 4
- б. 1 і 3
- в. 1 і 4
- г. 2 і 3

772. Число  $a$  є границею послідовності  $\{z_n\}$ , якщо:

- а.  $\lim_{n \rightarrow \infty} |z_n - a| = 0$
- б.  $\lim_{n \rightarrow \infty} |z_n| = |a|$
- в.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{|z_n|}{|a|} = 1$
- г.  $\lim_{n \rightarrow \infty} ||z_n| - |a|| = 0$

773. Яка з наведених нижче формул для похідної аналітичної функції  $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$  є хибною:

- 1)  $f'(z) = \frac{\partial u}{\partial x} + i \frac{\partial v}{\partial x};$
- 2)  $f'(z) = \frac{\partial v}{\partial y} - i \frac{\partial v}{\partial x};$
- 3)  $f'(z) = \frac{\partial v}{\partial y} - i \frac{\partial u}{\partial y};$
- 4)  $f'(z) = \frac{\partial u}{\partial x} - i \frac{\partial u}{\partial y};$

- а. тільки 2
- б. 2 і 3
- в. 3 і 4
- г. тільки 4

774. Для диференційовності функції  $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$  в точці  $z_0 = x_0 + iy_0$  диференційовність  $u(x, y)$  та  $v(x, y)$  в точці  $(x_0, y_0)$  та виконання рівностей  $\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}$ ,  $\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}$  є

- а. необхідно і достатньою умовою
- б. лише необхідною умовою
- в. лише достатньою умовою
- г. інша відповідь

775. Встановити відповідність:

- 1) для функції  $f(z)$  точка  $z_0$  є усувною особливою точкою; 2) для функції  $f(z)$  точка  $z_0$  є полюсом;
  - 3) для функції  $f(z)$  точка  $z_0$  є істотно особливою точкою.
- a) в точці  $z_0$  функція має нескінченну границю; b) в точці  $z_0$  функція має скінченну границю; c) в точці  $z_0$  функція не має границі.
- a. 1-b, 2-a, 3-c
  - b. 1-b, 2-c, 3-a
  - c. 1-a, 2-c, 3-b
  - d. 1-c, 2-b, 3-a

776.  $z_0$  є усувною особливою точкою функції  $f(z)$ , якщо ряд Лорана функції в околі цієї точки:

- a. не містить головної частини
- b. містить нескінченну кількість членів з від'ємними показниками  $z - z_0$
- c. не містить правильної частини
- d. містить скінченну кількість членів з додатними показниками  $z - z_0$

777.  $z_0$  є істотно особливою точкою функції  $f(z)$ , якщо ряд Лорана функції в околі цієї точки:

- a. містить нескінченну кількість членів з від'ємними показниками  $z - z_0$
- b. не містить головної частини
- c. не містить правильної частини
- d. містить скінченну кількість членів з додатними показниками  $z - z_0$

778. Лишком функції  $f(z)$  відносно ізольованої особливої точки називається коефіцієнт ... в розкладі функції в ряд Лорана в околі цієї точки

- a.  $c_{-1}$
- b.  $c_{-2}$
- c.  $c_0$
- d.  $c_1$

779. Якщо  $L$  - замкнений контур, всередині якого знаходиться одна особлива точка  $z_0$  функції  $f(z)$ , то справедлива рівність:

- a.  $\text{Res}[f(z); z_0] = \int_L f(z) dz$
- b.  $\text{Res}[f(z); z_0] = \frac{1}{2\pi i} \int_L f(z) dz$
- c.  $\text{Res}[f(z); z_0] = \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{f(z)}{z-z_0} dz$
- d.  $\text{Res}[f(z); z_0] = \frac{1}{2\pi i} \int_L (z - z_0) f(z) dz$

780. Лишок функції  $f(z)$  відносно простого полюса  $z_0$  обчислюється за формулою:

- a.  $\text{Res}[f(z); z_0] = \lim_{z \rightarrow z_0} (z - z_0) f(z)$
- b.  $\text{Res}[f(z); z_0] = \lim_{z \rightarrow z_0} f(z)$
- c.  $\text{Res}[f(z); z_0] = \lim_{z \rightarrow z_0} \frac{f(z)}{z - z_0}$
- d.  $\text{Res}[f(z); z_0] = \lim_{z \rightarrow z_0} \frac{z - z_0}{f(z)}$

781. Лишок функції  $f(z)$  відносно полюса  $z_0$  порядку  $m$  обчислюється за формулou:

- a.  $\text{Res}[f(z); z_0] = \frac{1}{(m-1)!} \lim_{z \rightarrow z_0} \frac{d^{m-1}}{dz^{m-1}} ((z - z_0)^m f(z))$
- б.  $\text{Res}[f(z); z_0] = \lim_{z \rightarrow z_0} \frac{d^{m-1}}{dz^{m-1}} ((z - z_0)^m f(z))$
- в.  $\text{Res}[f(z); z_0] = \frac{1}{(m-1)!} \lim_{z \rightarrow z_0} (z - z_0)^m f(z)$
- г.  $\text{Res}[f(z); z_0] = \lim_{z \rightarrow z_0} (z - z_0)^m f(z)$

782. Якщо функція  $f(z)$  аналітична на межі  $L$  однозв'язної області  $D$  і в самій області  $D$  за винятком ізольованих особливих точок  $z_1, z_2, \dots, z_n$ , то:

- a.  $\int_L f(z) dz = 2\pi i \sum_{k=1}^n \text{Res}[f(z); z_k]$
- б.  $\int_L f(z) dz = \sum_{k=1}^n \text{Res}[f(z); z_k]$
- в.  $\int_L f(z) dz = \frac{1}{2\pi i} \sum_{k=1}^n \text{Res}[f(z); z_k]$
- г.  $\int_L f(z) dz = \frac{2\pi i}{n} \sum_{k=1}^n \text{Res}[f(z); z_k]$

783. Якщо функція  $f(z)$  аналітична на дійсній осі, а також у всій комплексній площині за винятком скінченного числа ізольованих особливих точок і при деякому  $R > 0$  для  $z$  таких, що  $|z| > R$

$|f(z)| \leq \frac{M}{|z|^m}$ , де  $M$  і  $m$  - додатні константи, причому  $m \geq 2$  то  $\int_{-\infty}^{+\infty} f(z) dz =$

$2\pi i \sum_{k=1}^n \text{Res}[f(z); z_k]$ , де  $z_1, z_2, \dots, z_n$  - особливі точки функції  $f(z)$  розташовані:

- а. у верхній півплощині
- б. у нижній півплощині
- в. у всій площині
- г. у правій півплощині

784. Якщо функція  $f(z)$  аналітична у верхній півплощині, включаючи дійсну вісь, за винятком скінченного числа особливих точок  $z_1, z_2, \dots, z_n$  і  $\lim_{z \rightarrow \infty} = 0$  рівномірно відносно  $\arg z$ , то:

- а.  $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) e^{ix} dx = 2\pi i \sum_{k=1}^n \text{Res}[f(z) e^{iz}; z_k]$
- б.  $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) e^{ix} dx = \sum_{k=1}^n \text{Res}[f(z) e^{iz}; z_k]$
- в.  $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) e^{ix} dx = 2\pi i \sum_{k=1}^n \text{Res}[f(z) e^{-iz}; z_k]$
- г.  $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) e^{ix} dx = 2\pi i \sum_{k=1}^n \text{Res}[f(z); z_k]$

785. Якщо  $L$  - замкнений контур, всередині якого знаходиться одна особлива точка  $z_0$  функції  $f(z)$ , то:

$$1) \text{Res}[f(z); z_0] = \int_L f(z) dz;$$

$$2) \int_L f(z) dz = 2\pi i \operatorname{Res}[f(z); z_0];$$

$$3) \operatorname{Res}[f(z); z_0] = \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{f(z)}{z-z_0} dz;$$

$$4) \operatorname{Res}[f(z); z_0] = \frac{1}{2\pi i} \int_L f(z) dz.$$

Із наведених рівностей істинними є:

- a. 2 і 4
- б. 2 і 3
- в. 2, 3 і 4
- г. 1 і 3

786. Для збіжності ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + ib_n)$ , ( $a_n, b_n \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}$ ) одночасна збіжність рядів  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  і  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  є

- а. необхідною і достатньою умовою
- б. лише необхідною умовою
- в. інша відповідь
- г. лише достатньою умовою

787. Для того, щоб ізольована особлива точка  $z_0$  аналітичної функції  $f(z)$  була усувною, обмеженість функції  $f(z)$  в деякому проколотому околі точки  $z_0$  є

- а. інший варіант
- б. лише необхідною умовою
- в. необхідною і достатньою умовою
- г. лише достатньою умовою

788. Якщо функція  $f(z)$  аналітична в області  $D$ , обмеженій контуром  $L$  і на самому контурі, то для  $z_0 \in D$ :

$$1) f(z_0) = \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{f(z)}{z-z_0} dz;$$

$$2) f'(z_0) = \frac{1}{\pi i} \int_L \frac{f(z)}{(z-z_0)^2} dz;$$

$$3) f''(z_0) = \frac{1}{\pi i} \int_L \frac{f(z)}{(z-z_0)^3} dz;$$

$$4) f'''(z_0) = \frac{1}{\pi i} \int_L \frac{f(z)}{(z-z_0)^4} dz.$$

Із наведених рівностей істинними є:

- а. 1, 2, 3
- б. 2, 3, 4
- в. 1, 2, 4
- г. інша відповідь

789. Нехай  $x, y \in E$ , де  $E$  - дійсний евклідів простір. Обчислити  $(x, y)$ , якщо  $\|x + y\| = 5$  і  $\|x - y\| = 3$ .

- а. 4
- б. 1

- в. 2
- г. 3

790. Нехай  $x, y \in E$ , де  $E$  - дійсний евклідів простір. Обчислити  $\|x + y\|$ , якщо  $\|x\| = 3$ ,  $\|y\| = 2$  і  $(x, y) = 3/2$ .

- а. 4
- б. 1
- в. 2
- г. 3

791. Нехай  $x, y \in E$ , де  $E$  - дійсний евклідів простір. Обчислити  $\|x - y\|$ , якщо  $\|x\| = 3$ ,  $\|y\| = 2$  і  $(x, y) = 2$ .

- а. 4
- б. 1
- в. 2
- г. 3

792. Нехай  $x, y \in E$ , де  $E$  - дійсний евклідів простір. Обчислити  $\|x + y\|^2 + \|x - y\|^2$ , якщо  $\|x\| = 1$  і  $\|y\| = 2$ .

- а. 1
- б. 3
- в. 5
- г. 10

793. Нехай  $x, y \in E$ , де  $E$  - дійсний евклідів простір. Обчислити  $\|x\|^2 + \|y\|^2$ , якщо  $\|x + y\| = 3$  і  $\|x - y\| = 1$ .

- а. 1
- б. 3
- в. 5
- г. 10

794. Котрий із наведених просторів не є сепарабельним?

- а.  $\ell_\infty$
- б.  $\ell_2$
- в.  $\ell_1$
- г.  $c_0$

795. Котрий із просторів не є сепарабельним?

- а.  $L_\infty[a, b]$
- б.  $L_1[a, b]$
- в.  $L_2[a, b]$
- г.  $C[a, b]$

796. Спряженій простір до нормованого простору обов'язково є

- а. повним
- б. гільбертовим

в. сепарабельним

г. рефлексивним

797. Спряженій простір до нормованого простору  $X$  - це простір всіх

а. лінійних неперервних функціоналів на просторі  $X$

б. норм на просторі  $X$

в. метрик на просторі  $X$

г. мір на просторі  $X$

798. Вкажіть сукупність лінійно залежних векторів у просторі  $C[0, 1]$

а.  $x(t) = 1, y(t) = \cos 2t, z(t) = \cos^2 t$

б.  $x(t) = 1, y(t) = \cos t, z(t) = \cos^2 t$

в.  $x(t) = 1, y(t) = t, z(t) = t^2$

г.  $x(t) = 1, y(t) = t^2, z(t) = t^4$

799. Норма лінійного функціонала  $f : L_\infty[0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x(t)) = \int_{[0,1]} x(t)t dt$  дорівнює

а.  $\frac{1}{2}$

б. 1

в. -1

г. 0