Основний рівень

1. Щільність розподілу випадкової величини — це функція $f(x)$, для якої (F - функція розподілу):

   а. $F(x)=\int_x^{+\infty} f(t)dt$
   б. $F(x)=\int f(x)dx+C$
   в. $F(x)=\int_0^x f(t)dt$
   г. $F(x)=\int_{-\infty}^x f(t)dt$

2. Інтервальною оцінкою (надійним інтервалом) з надійністю γ для дисперсії нормального розподілу є ($\chi^2_\alpha(k)$ - квантиль порядку α розподілу Пірсона (χ^2) з k ступенями вільності (свободи)):

   а. $\left(\frac{ns}{\chi^2_{\frac{1+\gamma}{2}}(n)};\frac{ns}{\chi^2_{\frac{1-\gamma}{2}}(n)}\right)$;
   б. $\left(\frac{ns^2}{\chi^2_{\frac{1-\gamma}{2}}(n)};\frac{ns^2}{\chi^2_{\frac{1+\gamma}{2}}(n)}\right)$;
   в. $\left(\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\frac{1-\gamma}{2}}(n-1)};\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\frac{1+\gamma}{2}}(n-1)}\right)$;
   г. $\left(\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\frac{1+\gamma}{2}}(n-1)};\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\frac{1-\gamma}{2}}(n-1)}\right)$;

3. Основна гіпотеза підтверджується, якщо вибіркове значення статистики критерію:

   а. менше критичного значення;
   б. більше критичного значення;
   в. потрапляє в критичну область;
   г. не потрапляє в критичну область;

4. Критичним значенням критерію Пірсона перевірки гіпотези про розподіл генеральної сукупності при рівні значущості α є (k - кількість інтервалів, l - кількість параметрів розподілу оцінених за вибіркою):

   а. квантиль порядку $1-\alpha$ розподілу Пірсона (χ^2) з $k-l-1$ ступенем вільності (свободи);
   б. квантиль порядку α розподілу Пірсона (χ^2) з $k-l+1$ ступенем вільності (свободи);
   в. квантиль порядку $1-\alpha$ розподілу Пірсона (χ^2) з $k-l+1$ ступенем вільності (свободи);
   г. квантиль порядку α розподілу Пірсона (χ^2) з $k-l-1$ ступенем вільності (свободи);

5. Рівність нулю точкової оцінки коефіцієнта кореляції двох випадкових величин при умові достатньо великого об'єму вибірки свідчить

   а. про їх некорельованість;
   б. про їх незалежність;
   в. про відсутність лінійного зв'язку між величинами;
   г. про наявність лінійного зв'язку між величинами;

6. вибірковий коефіцієнт кореляції лежить в межах

   а. від -1 до 1;

б. від 0 до 1;
в. від -1 до 0;
г. від 0 до ∞;

7. Нехай $(\theta_1;\theta_2)$ - надійний інтервал з надійністю γ для параметра θ розподілу генеральної сукупності, Основна гіпотеза $H_0 : \theta = \theta_0$, альтернативна гіпотеза $H_1 : \theta \neq \theta_0$. В якому випадку основа гіпотеза узгоджується із вибірковими даними і який рівень значущості α критерію?

а. $\theta_0 \in (\theta_1;\theta_2), \alpha = 1 - \gamma$;
б. $\theta_0 \in (\theta_1;\theta_2), \alpha = \frac{1+\gamma}{2}$;
в. $\theta_0 \notin (\theta_1;\theta_2), \alpha = 1 - \gamma$;
г. $\theta_0 \notin (\theta_1;\theta_2), \alpha = \frac{1+\gamma}{2}$;

8. Емпірична функція розподілу побудована за даною вибіркою є

а. функцією щільності розподілу генеральної сукупності, з якої одержана вибірка;
б. функцією розподілу генеральної сукупності, з якої одержана вибірка;
в. функцією розподілу дискретної випадкової величини зі значеннями у вибіркових точках та ймовірностями цих значень рівними оберненій величині до об'єму вибірки;
г. функцією щільності розподілу дискретної випадкової величини зі значеннями у вибіркових точках та ймовірностями цих значень рівними оберненій величині до об'єму вибірки.

9. Емпірична функція розподілу $\hat{F}_n(x)$ при кожному дійсному x є дискретною випадковою величиною з

а. показниковим розподілом ймовірностей
б. біноміальним розподілом ймовірностей
в. нормальним розподілом ймовірностей
г. рівномірним розподілом ймовірностей

10. Емпіричним моментом k-того порядку називається статистика, яка для даної вибірки $x_1, x_2, \ldots, x_n$ дорівнює

а. $\frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} x_i$;
б. $\prod_{i=k}^{n} x_i$;
в. $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^k$;
г. $\prod_{i=1}^{n} x_i^k$

11. Функція вірогідності є

а. ймовірністю одержати дану вибірку в спостереженнях;
б. сумісною щільністю розподілу елементів вибірки;
в. функцією розподілу вибірки;
г. жоден з наведених варіантів неправильний.

12. Згідно методу максимальної вірогідності оцінкою параметра розподілу генеральної сукупності є таке значення цього параметра, при якому

а. досягається максимум значення функції вірогідності даної вибірки;
б. максимальне значення функції вірогідності збігається з даним числом;
в. є максимально вірогідним одержати це число у вибірці;
г. вірогідність успіху є максимальною.

13. Вибіркове середнє та вибіркова дисперсія нормально розподіленої сукупності

а. лінійно залежні;
б. квадратично залежні;
в. незалежні;
г. можуть бути і залежними і незалежними.

14. Знайти надійний інтервал з надійністю 0,95 для дисперсії нормального розподілу, якщо виправлене вибіркове середньоквадратичне відхилення дорівнює $1,5$, об'єм вибірки - 21.

а. $(1,43;4,15)$;
б. $(0,92;3,28)$;
в. $(0,88;3,13)$;
г. $(1,32;4,69)$.

15. Знайти надійний інтервал з надійністю 0,95 для математичного сподівання нормального розподілу, якщо вибірка містить 100 значень, точковою оцінкою математичного сподівання є $1,5$, а дисперсія цього розподілу дорівнює 4.

а. $(1,11;1,89)$;
б. $(1,51;1,49)$;
в. $(0,72;2,28)$;
г. $(1,42;1,58)$.

16. Знайти надійний інтервал з надійністю 0,9 для математичного сподівання нормального розподілу, якщо вибірка містить 81 значення, точковою оцінкою математичного сподівання є 2, а дисперсія цього розподілу дорівнює 9.

а. $(1,45;2,55)$;
б. $(1,82;2,18)$;
в. $(0,36;3,64)$;
г. $(2,04;1,96)$.

17. Знайти надійний інтервал з надійністю 0,95 для математичного сподівання нормального розподілу, якщо вибірка містить 100 значень, точковою оцінкою математичного сподівання є $1,5$, а дисперсія цього розподілу дорівнює 2,56.

а. $(0,92;2,08)$;
б. $(1,19;1,81)$;
в. $(1,39;1,61)$;
г. $(1,46;1,54)$.

18. Знайти надійний інтервал з надійністю 0,99 для математичного сподівання нормального розподілу, якщо вибірка містить 121 значення, точковою оцінкою математичного сподівання є 1, а дисперсії - 1,96.

а. $(0,91;1,09)$;
б. $(0,49;1,51)$;
в. $(0,97;1,03)$;
г. $(0,67;1,33)$.

19. Знайти надійний інтервал з надійністю 0,9 для дисперсії нормального розподілу, якщо вибіркове середньоквадратичне відхилення дорівнює $1,2$, об'єм вибірки- 50.

а. $(1;2)$;
б. $(0,89;1,73)$;
в. $(1,06;2,07)$;
г. $(0,95;1,65)$.

20. Знайти незміщену оцінку дисперсії генеральної сукупності, якщо вибірка містить 50 значень, сума вибіркових значень дорівнює 10, а сума їх квадратів - 84.

а. 1,37;
б. 1,47;
в. 1,57;
г. 1,67.

21. Знайти незміщену оцінку дисперсії генеральної сукупності, якщо вибірка містить 25 значень, сума вибіркових значень дорівнює 20, а сума їх квадратів - 104.

а. 3,57;
б. 3,67;
в. 3,77;
г. 3,87.

22. Обчислити границю $\lim\limits_{x\to 5}\frac{x-5}{x^2-25}$:

а. $0{,}1$
б. $0{,}3$
в. $0{,}4$
г. $0{,}7$

23. Обчислити границю $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x}{1+x}\right)^x$:

а. e^{-1}
б. e^{-2}
в. e
г. e^2

24. Обчислити границю $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{\frac{x+1}{x}}$:

а. 1
б. 3
в. 4
г. $3,7$

25. Обчислити границю $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\mathrm{tg}3x}{x}$:

а. 3
б. 4
в. 2
г. 2,5

26. Обчислити границю $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x^2-x}$:

а. 2
б. 1
в. 3
г. 4

27. Обчислити границю $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2-3x+2}{x^3-8}$:

а. $\frac{1}{12}$
б. $\frac{2}{5}$

в. $\frac{3}{5}$
г. $\frac{1}{4}$

28. Обчислити границю $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\text{tg}3x}{\sin 2x}$:

а. $1{,}5$
б. 2
в. $2{,}5$
г. $\frac{2}{3}$

29. Обчислити границю $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{3x-4}{3x+5}\right)^{\frac{x+2}{9}}$:

а. $e^{-\frac{1}{3}}$
б. $e^{-\frac{2}{3}}$
в. e
г. $e^{-\frac{1}{2}}$

30. Обчислити границю $\lim\limits_{x\to 3}\frac{\sqrt{x-2}-1}{x-3}$:

а. $\frac{1}{2}$
б. $\frac{1}{3}$
в. $\frac{4}{3}$
г. $\frac{3}{2}$

31. Обчислити границю $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos 7x}{5x^2}$:

а. $4{,}9$
б. $4{,}2$
в. $4{,}3$
г. $4{,}8$

32. Обчислити границю $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x^2+1}{x^2-1}\right)^{x^2}$:

а. e^2
б. e
в. e^3
г. e^{-3}

33. Обчислити границю $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$:

а. 3
б. -2
в. 4
г. 5

34. Обчислити границю $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\text{tg}6x}{3x}$:

а. 2
б. 1
в. 0
г. -1

35. Обчислити границю $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x^2-2x+1}{x^2-4x+2}\right)^x$:

а. e^2
б. e^3
в. e^{-3}
г. e^{-1}

36. Обчислити границю $\lim\limits_{x\to 5}\frac{\sqrt{x-1}-2}{x-5}$:

а. $\frac{1}{4}$
б. $\frac{1}{3}$
в. $\frac{1}{2}$
г. $\frac{2}{5}$

37. Обчислити границю $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}$:

а. 0
б. 1
в. 2
г. 3

38. Обчислити границю $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{\sin(2x-\pi)}{x-\frac{\pi}{2}}$:

а. 2
б. 1
в. 3
г. 4

39. Обчислити границю $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)}{x}$:

а. 1
б. 2
в. 0
г. $0{,}5$

40. Обчислити границю $\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt{x+1}-\sqrt{x})$:

а. 0
б. 1
в. 2
г. 3

41. Обчислити границю $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\cos 5x-\cos 7x}{x^2}$:

а. 12
б. 11
в. 10
г. 9

42. Обчислити границю $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{x^2+1}-1}{\sqrt{x^2+16}-4}$:

а. 4
б. 1

в. 2
г. 3

43. Обчислити границю $\lim\limits_{x \to 0} \frac{1-\cos 4x}{x^2}$:

а. 8
б. 5
в. 7
г. 9

44. Обчислити границю $\lim\limits_{x \to 3} \left(\frac{x}{3}\right)^{\frac{1}{x-3}}$:

а. $e^{\frac{1}{3}}$
б. $e^{\frac{1}{2}}$
в. e
г. $e^{-\frac{1}{2}}$

45. Обчислити похідну y'_x, якщо $y = x^{x^2}$:

а. $x^{x^2+1}(2\ln x + 1)$
б. $x^{x^2}(2\ln x + 1)$
в. $2x^{x^2}\ln x$
г. $x^{x^2+1}(2\ln x - 1)$

46. Обчислити похідну y'_x, якщо $x = a\cos t, y = b\sin t$:

а. $-\frac{b}{a}\operatorname{ctg} t$
б. $\frac{b}{a}\operatorname{ctg} t$
в. $-\frac{a}{b}\operatorname{ctg} t$
г. $\frac{a}{b}\operatorname{ctg} t$

47. Обчислити похідну y'_x, якщо $y = (\ln x)^x$:

а. $(\ln x)^x\left(\frac{1}{\ln x} + \ln\ln x\right)$
б. $(\ln x)\left(\frac{1}{\ln x} + \ln\ln x\right)$
в. $(\ln x)^2\ln\ln x$
г. $(\ln x)^x\ln\ln x$

48. Обчислити похідну y'_x, якщо $y = \sin\sqrt{1+x^2}$:

а. $\frac{x\cos\sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1+x^2}}$
б. $\frac{x\sin\sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1+x^2}}$
в. $-\frac{x\sin\sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1+x^2}}$
г. $-\frac{x\cos\sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1+x^2}}$

49. Обчислити похідну y'_x, якщо $y = x^{\ln x}$:

а. $2x^{\ln x - 1}\ln x$
б. $x^{\ln x - 1}\ln x$
в. $x^{\ln x + 1}\ln x$
г. $2x^{\ln x + 1}\ln x$

50. Обчислити похідну y'_x, якщо $x = a(t - \sin t), y = a(1 - \cos t)$:

а. $\frac{\sin t}{1-\cos t}$
б. $\frac{\sin t}{1+\cos t}$
в. $\frac{\cos t}{1-\sin t}$
г. $\frac{\cos t}{1+\sin t}$

51. Область визначення функції $y = \sqrt{\cos x - 1}$ визначена умовою

а. $x = 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$
б. $x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$
в. $k\pi \leq x \leq \pi + k\pi, k \in \mathbb{Z}$
г. $\emptyset$

52. $(\ln(y \sin 2xy))'_x =$

а. $2y\mathrm{ctg}(2xy)$
б. $-2\mathrm{tg}(2xy)$
в. $\mathrm{ctg}(2xy)$
г. $-2\mathrm{ctg}(2xy)$

53. Знайти частинну похідну $\frac{\partial z}{\partial x}$ функції $z(x, y)$, що задана неявно рівнянням $x^2 + y^2 + z^2 + 2xz = 1$:

а. -1
б. 1
в. $\frac{x+z}{x-z}$
г. $\frac{x-z}{x+z}$

54. Знайти множину збіжності степеневого ряду $\sum_{n=1}^{\infty} nx^n$:

а. $(-1, 1)$
б. $[-1, 1)$
в. $[-1, 1]$
г. $(-1, 1]$

55. Змінити порядок інтегрування в інтегралі $\int_2^4 dy \int_y^4 f(x, y)\, dx$:

а. $\int_2^4 dx \int_2^x f(x, y)\, dy$
б. $\int_0^4 dx \int_0^x f(x, y)\, dy$
в. $\int_2^4 dx \int_x^4 f(x, y)\, dy$
г. $\int_0^4 dx \int_2^4 f(x, y)\, dy$

56. Обчислити границю $\lim\limits_{x \to 0} \frac{arcsinx}{\sin x}$:

а. 1
б. 0
в. 10
г. e

57. $\int e^{x^2} x\, dx =$

а. $\frac{1}{2}e^{x^2} + C$
б. $e^{x^2} + C$
в. $\frac{1}{2}e^{x} + C$
г. $\frac{1}{4}e^{x^2} + C$

58. Обчислити інтеграл від функції $z = x^2y$ за скінченною областю D, що обмежена частиною параболи $y = x^2$ і прямою $y = 1$:

а. $\frac{4}{21}$
б. $\frac{1}{2}$
в. -2
г. 1

59. Обчислити подвійний інтеграл $\int_0^1 \, dx \int_x^{2x} (x - y + 1) \, dy$:

а. $\frac{1}{3}$
б. $\frac{1}{2}$
в. $\frac{1}{6}$
г. 0

60. $(x^{2x})' =$

а. $x^{2x}(2\ln x + 2)$
б. $e^x(\ln x + 1)$
в. $x^{\ln x}$
г. $x^x + x$

61. Обчислити криволінійний інтеграл другого роду $\int_L (xy - 1) \, dx + x^2y \, dy$ від точки $A(1; 0)$ до точки $B(0; 2)$ вздовж прямої $2x + y = 2$:

а. 1
б. 2
в. -1
г. -2

62. Визначити інтервал збіжності степеневого ряду $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-x)^n}{3^{n-1}\sqrt{n}}$:

а. $(-3; 3]$
б. $[-3; 3]$
в. $(-3; 3)$
г. $[-3; 3)$

63. Функціональна послідовність $\{f_n(x)\}$, де $f_n(x) = \frac{nx^2}{x+3n+2}$, збігається на множині $[0, +\infty)$ при $n \to \infty$ до функції

а. $f(x) = \frac{x^2}{3}$
б. $f(x) = \frac{x}{3}$
в. $f(x) = \frac{1}{x+2}$
г. $f(x) = x$

64. Знайти значення $s'(-1)$, якщо $s(t) = \left(\frac{t}{2t+1}\right)^{10}$:

а. 10
б. -1
в. 1
г. -10

65. Знайти похідну функції $y(x) = x^3 3^x$:

а. $x^2 3^x(3 + x\ln 3)$

б. $x^2 3^x (3 - x \ln 3)$
в. $3x^2 3^x \ln 3$
г. $x^2 3^x$

66. Знайти похідну функції $y(x) = \operatorname{arcctg} \frac{1}{x}$:

а. $\frac{1}{x^2+1}$
б. $\frac{1}{x^2-1}$
в. $-\frac{1}{x^2+1}$
г. $-\frac{1}{x^2-1}$

67. Знайти похідну функції $y(x) = \sqrt[x]{x}$:

а. $\frac{\sqrt[x]{x}}{x^2}(1 - \ln x)$
б. $\frac{\sqrt[x]{x}}{x^2}(1 + \ln x)$
в. $\frac{\sqrt[x]{x}}{x}(1 - \ln x)$
г. $\sqrt[x]{x}(1 - \ln x)$

68. Графік функції $y = e^{x+2}$ симетричний відносно прямої $y = x$ до графіка функції

а. $y = \ln x - 2$
б. $y = \ln(x + 2)$
в. $y = e^{x-2}$
г. $y = \ln(x - 2)$

69. Інтеграл $\int_{\ln 2}^{\ln 3} \frac{dx}{e^x - e^{-x}}$ заміною $x = \ln t$ зводиться до інтеграла

а. $\int_2^3 \frac{dt}{t^2-1}$
б. $\int_0^1 \frac{dt}{\ln t - 1}$
в. $\int_2^3 \frac{dt}{t-1}$
г. $\int_0^1 \frac{dt}{t^2+1}$

70. Коефіцієнт при x^3 ряду Маклорена функції $y = e^{-2x}$ дорівнює

а. $-\frac{4}{3}$
б. $\frac{4}{3}$
в. $\frac{8}{3}$
г. $-\frac{8}{3}$

71. Коефіцієнт при x^2 ряду Маклорена функції $y = \ln(3x + 1)$ дорівнює

а. $-\frac{9}{2}$
б. -9
в. $\frac{9}{2}$
г. $-\frac{9}{4}$

72. Функція $y = x^4 - 2x^2 + 5$ на інтервалі $(0; 2)$

а. має мінімум
б. має максимум
в. монотонно зростає
г. монотонно спадає

73. Знайти область збіжності функціонального ряду $\sum_{n=1}^{\infty} e^{-nx}$:

а. $(0, +\infty)$
б. $[0, +\infty)$
в. $(-\infty, +\infty)$
г. $(-\infty, 0)$

74. Обчислити границю $\lim\limits_{n \to \infty} \left(\frac{n+5}{n-7}\right)^{\frac{n}{6}+1}$:

а. e^2
б. e
в. $\frac{1}{e}$
г. $\frac{1}{e^2}$

75. Обчислити границю $\lim\limits_{n \to \infty} \frac{(n+1)^3-(n-1)^3}{(n+1)^2+(n-1)^2}$:

а. 3
б. 2
в. $\frac{3}{2}$
г. $\frac{2}{3}$

76. Обчислити границю $\lim\limits_{n \to \infty} \frac{3^n+5^n}{3^n-5^{n-1}}$:

а. -5
б. 3
в. 5
г. $-\frac{5}{3}$

77. Обчислити границю $\lim\limits_{n \to \infty} \left(\frac{n+3}{n+5}\right)^{n+4}$:

а. $\frac{1}{e^2}$
б. e^2
в. $\frac{1}{e}$
г. e

78. Обчислити границю $\lim\limits_{n \to \infty} \frac{(n+10)^2+(3n+1)^2}{(n+6)^3-(n+1)^3}$:

а. $\frac{2}{3}$
б. $\frac{1}{3}$
в. $\frac{3}{2}$
г. $\frac{5}{6}$

79. Обчислити границю $\lim\limits_{n \to \infty} n^2(\sqrt{n^4+3} - \sqrt{n^4-2})$:

а. $\frac{5}{2}$
б. $-\frac{5}{2}$
в. 2
г. $\frac{2}{5}$

80. Обчислити границю $\lim\limits_{n \to \infty} \frac{2^n+7^n}{2^n-7^{n-1}}$:

а. -7
б. 2
в. 7
г. $-\frac{7}{2}$

81. Обчислити границю $\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt{(n+3)(n+1)}-\sqrt{n(n+1)})$:

а. $\frac{3}{2}$
б. $\frac{2}{3}$
в. $\frac{1}{3}$
г. $\frac{1}{2}$

82. Обчислити границю $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{2n+5}{2n-3}\right)^n$:

а. e^4
б. $\frac{1}{e^4}$
в. e^2
г. e

83. Обчислити границю $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2^{n+3}+3^{n+2}}{2^n+7\cdot3^n}$:

а. $\frac{9}{7}$
б. 7
в. 9
г. $\frac{7}{9}$

84. Обчислити границю $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n+2}{n-3}\right)^{\frac{n}{5}+1}$:

а. e
б. $\frac{1}{e}$
в. $\frac{1}{e^2}$
г. e^2

85. Обчислити границю $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(n+2)^3-(n-3)^3}{(n+3)^2+(n-3)^2}$:

а. $\frac{15}{2}$
б. $-\frac{15}{2}$
в. $\frac{5}{3}$
г. $-\frac{5}{3}$

86. Обчислити границю $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{4^n+8^{n-1}}{4^n-8^n}$:

а. $-\frac{1}{8}$
б. -8
в. 8
г. $\frac{1}{8}$

87. Обчислити границю $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(n-1)!+(n+1)!}{n!(2n-3)}$:

а. $\frac{1}{2}$
б. $\frac{1}{3}$
в. $\frac{2}{3}$
г. $\frac{3}{2}$

88. Обчислити границю $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n!+(n+2)!}{(n-1)!+(n+2)!}$:

а. 1
б. 2

в. -1
г. 0

89. Обчислити границю $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{(n+4)!-(n+2)!}{(n+3)!}$:

а. $+\infty$
б. $-\infty$
в. 0
г. 1

90. Обчислити границю $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{3+6+9+\cdots+3n}{n^2+4}$:

а. $\frac{3}{2}$
б. $\frac{1}{2}$
в. 2
г. 1

91. Обчислити границю $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{2+4+6+\cdots+2n}{1+3+5+\cdots+(2n-1)}$:

а. 1
б. 0
в. -1
г. 2

92. Обчислити границю $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1+2+3+\cdots+n}{\sqrt{9n^4+1}}$:

а. $\frac{1}{6}$
б. $\frac{1}{2}$
в. $\frac{1}{3}$
г. $-\frac{1}{2}$

93. Обчислити границю $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\frac{n^2-1}{n^2}\right)^{n^4}$:

а. 0
б. $+\infty$
в. e
г. 1

94. Обчислити границю $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\frac{n-10}{n+1}\right)^{3n+1}$:

а. e^{-33}
б. e^{3}
в. 0
г. e^{-1}

95. Обчислити границю $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{n^2}$:

а. 0
б. $+\infty$
в. e
г. 1

96. Обчислити границю $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\frac{n+3}{n+1}\right)^{-n^2}$:

а. 0
б. $+\infty$
в. e
г. e^{-1}

97. Обчислити границю $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{(1+2n)^3-8n^3}{(1+2n)^2+4n^2}$:

а. $\frac{3}{2}$
б. $\frac{1}{2}$
в. 2
г. -2

98. Обчислити границю $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n^3-(n-1)^3}{(n+1)^4-n^4}$:

а. 0
б. 1
в. -1
г. $-\infty$

99. Обчислити границю $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{(n+2)^3+(n-2)^3}{n^4+2n^2-1}$:

а. 0
б. 1
в. -1
г. $-\infty$

100. Обчислити границю $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{2^n-5^{n+1}}{2^{n+1}+5^{n+2}}$:

а. $-\frac{1}{5}$
б. $\frac{1}{5}$
в. $\frac{2}{5}$
г. $\frac{1}{2}$

101. Обчислити границю $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\frac{n+2}{1+2+3+\cdots+n} - \frac{2}{3}\right)$:

а. $-\frac{2}{3}$
б. 2
в. 3
г. $\frac{2}{3}$

102. Обчислити границю $\lim\limits_{n\to\infty} \left(n - \sqrt{n(n-1)}\right)$:

а. $\frac{1}{2}$
б. $-\frac{1}{2}$
в. $-\infty$
г. $+\infty$

103. Обчислити границю $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\sqrt{n^2-3n+2} - n\right)$:

а. $-\frac{3}{2}$
б. $\frac{2}{3}$
в. $-\frac{2}{3}$
г. $\frac{3}{2}$

104. Обчислити границю $\lim\limits_{n\to\infty} n\left(\sqrt{n^2+1}-\sqrt{n^2-1}\right)$:

а. 1
б. 2
в. 0
г. -1

105. Обчислити границю $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\sqrt{n(n+2)}-\sqrt{n^2-2n+3}\right)$:

а. 2
б. 1
в. 0
г. -1

106. Знайти область визначення функції $y=\frac{1}{x+|x|}$:

а. $(0;\infty)$
б. $(-\infty;0)$
в. $(-\infty;0)\cup(0;+\infty)$
г. $[0;\infty)$

107. Знайти область визначення функції $y=\sin\sqrt{x^2-1}$:

а. $(-\infty;-1]\cup[1;+\infty)$
б. $(-1;1)$
в. $(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$
г. $[-1;1]$

108. Яка з функцій є непарною?

а. $y=\ln\frac{1+x}{1-x}$
б. $y=\sqrt{9-x^2}$
в. $y=\frac{x^3+x^2}{x+1}$
г. $y=2^{\cos x}$

109. Складену функцію, задану рівностями $y=\mathrm{arctg}u, u=\sqrt{v}, v=\lg x$, записати у вигляду однієї рівності:

а. $y=\mathrm{arctg}\sqrt{\lg x}$
б. $y=\mathrm{arctg}\sqrt{x}$
в. $y=\sqrt{\mathrm{arctg}(\lg x)}$
г. $y=\lg(\mathrm{arctg}\sqrt{x})$

110. Обчислити інтеграл $\int\frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}dx$:

а. $-e^{\frac{1}{x}}+C$
б. $e^{\frac{1}{x}}+C$
в. $-\frac{1}{2}e^{\frac{1}{x}}+C$
г. $\frac{1}{2}e^{\frac{1}{x}}+C$

111. Знайти довжину всієї кривої $r=a\sin^3\frac{\varphi}{3}$:

а. $\frac{3\pi a}{2}$
б. $\frac{\pi a}{2}$
в. $\frac{2\pi a}{3}$

г. $\frac{3\pi a}{4}$

112. Знайти об'єм тора, утвореного обертанням круга $x^2+(y-b)^2 \leq a^2$ (де $b \geq a$), навколо осі Ox:

а. $2\pi^2 a^2 b$
б. $\pi a^2 b$
в. $2\pi a b^2$
г. $2\pi ab$

113. Обчислити невласний інтеграл $\int\limits_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2}$:

а. 1
б. -1
в. $+\infty$
г. $-\infty$

114. Обчислити невласний інтеграл $\int\limits_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}}$:

а. 2
б. -2
в. $+\infty$
г. 1

115. Обчислити невласний інтеграл $\int\limits_0^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2+1} dx$:

а. $\frac{\pi^2}{8}$
б. $\frac{\pi}{4}$
в. π^2
г. π

116. Обчислити інтеграл $\int\limits_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{x}}$:

а. $4-2\ln 3$
б. $4-\ln 3$
в. $2\ln 3$
г. 4

117. Обчислити інтеграл $\int\limits_0^{+\infty} xe^{-x} dx$:

а. 1
б. -1
в. $+\infty$
г. 0

118. Обчислити інтеграл $\int\limits_0^1 \frac{e^x}{1+e^{2x}} dx$:

а. $\operatorname{arctg} e - \frac{\pi}{4}$
б. $\operatorname{arctg} e - \frac{\pi}{2}$

в. $\mathrm{arctg} e + \frac{\pi}{4}$
г. $\mathrm{arctg} e + \frac{\pi}{2}$

119. Обчислити інтеграл $\int \mathrm{arctg} x \, dx$:

а. $x \mathrm{arctg} x - \frac{1}{2} \ln(1 + x^2) + C$
б. $x \mathrm{arctg} x + \frac{1}{2} \ln(1 + x^2) + C$
в. $\mathrm{arctg} x - \frac{1}{2} \ln(1 + x^2) + C$
г. $x \mathrm{arctg} x - \ln(1 + x^2) + C$

120. Обчислити інтеграл $\int \cos^3 x \, dx$:

а. $\sin x - \frac{1}{3} \sin^3 x + C$
б. $\sin x + \frac{1}{3} \sin^3 x + C$
в. $\sin x - \sin^3 x + C$
г. $\sin x - \frac{1}{2} \sin^3 x + C$

121. Знайти похідну функції $F(x) = \int\limits_1^x \ln t \, dt \; (x > 0)$:

а. $\ln x$
б. $\frac{1}{x}$
в. $\ln^2 x$
г. $-\ln x$

122. Знайти похідну функції $F(x) = \int\limits_x^{x^2} e^{-t^2} \, dt$:

а. $2xe^{-x^4} - e^{-x^2}$
б. $2xe^{-x^4} + e^{-x^2}$
в. $e^{-x^4} - e^{-x^2}$
г. $e^{-x^4} + e^{-x^2}$

123. Обчислити інтеграл $\int \frac{dx}{x^2+2x}$:

а. $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{x}{x+2} \right| + C$
б. $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{x+2}{x} \right| + C$
в. $\ln \left| \frac{x}{x+2} \right| + C$
г. $\frac{1}{4} \ln \left| \frac{x}{x+2} \right| + C$

124. Знайти похідну $y'(x)$ функції $y(x)$, що задана неявно рівнянням $\mathrm{arctg}(x + y) = x$:

а. $y' = (x + y)^2$
б. $y' = x + y$
в. $y' = \frac{1}{1+(x+y)^2}$
г. $y' = \frac{1}{x^2+y^2}$

125. Знайти похідну x'_y, якщо $y = 3(x + \frac{1}{3}x^3)$:

а. $x'_y = \frac{1}{3(1+x^2)}$
б. $x'_y = \frac{1}{1+x^2}$
в. $x'_y = \frac{3}{1+x^2}$
г. $x'_y = -\frac{1}{3(1+x^2)}$

126. Знайти похідну $y'(x)$ функції $y(x)$, що задана неявно рівнянням $e^y = x + y$:

а. $y' = \frac{1}{e^y - 1}$
б. $y' = \frac{1}{e^y + 1}$
в. $y' = e^y - 1$
г. $y' = -\frac{1}{e^y - 1}$

127. Написати рівняння нормалі до кривої $y = \mathrm{tg} 2x$ у початку координат:

а. $y = -\frac{1}{2}x$
б. $y = \frac{1}{2}x$
в. $y = -2x$
г. $y = 2x$

128. Обчислити криволінійний інтеграл $\int\limits_{AB} y^2 dx + x^2 dy$, якщо AB — це відрізок прямої $y = 2x$ від $A(-1, -2)$ до $B(2, 4)$:

а. 18
б. 0
в. 4
г. -2

129. Обчислити криволінійний інтеграл $\int\limits_{AB} y^2 dx + x^2 dy$, якщо AB — це відрізок прямої $y = x^2$ від $A(0, 0)$ до $B(1, 1)$:

а. $0{,}7$
б. -3
в. $1{,}7$
г. 5

130. Обчислити криволінійний інтеграл $\int\limits_{AB} y^2 dx + x^2 dy$, якщо AB — це частина кривої $y = x^3$ від $A(0, 0)$ до $B(1, 1)$:

а. $\frac{26}{35}$
б. $\frac{23}{35}$
в. $\frac{1}{35}$
г. $\frac{26}{33}$

131. Знайти суму ряду $\sum\limits_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{10^{2n}}{(2n)!}$:

а. $\cos 10$
б. $\mathrm{arctg} 10$
в. $\ln 10$
г. e^{10}

132. Знайти суму ряду $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3}\left(\frac{1}{3} - 1\right) \ldots \left(\frac{1}{3} - (n-1)\right) \frac{\left(-\frac{37}{64}\right)^n}{n!}$:

а. $\frac{3}{4}$
б. 1
в. $\ln \frac{1}{2}$
г. 3

133. Загальний член u_n ряду $\frac{1}{3}+\frac{4}{15}+\frac{7}{75}+\ldots$ має вигляд

а. $u_n=\frac{3n-2}{3\cdot 5^{n-1}}$
б. $u_n=\frac{3n-2}{5^{n-1}}$
в. $u_n=\frac{5n-2}{3\cdot 5^{n-1}}$
г. $u_n=\frac{3n-1}{3\cdot 5^{n-1}}$

134. Знайти суму ряду $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{(-1)^{2n-1}}{2n-1}$:

а. $-\frac{\pi}{4}$
б. $\ln 2$
в. $\cos(-1)$
г. e^{-1}

135. Знайти суму ряду $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n}\frac{2^n}{n!}$:

а. e^{-2}
б. $\ln 3$
в. $\sin 2$
г. $\frac{\pi}{2}$

136. Ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}$

а. збіжний
б. знакозмінний
в. розбіжний
г. не є абсолютно збіжним

137. Знайти суму степеневого ряду $\sum\limits_{n=1}^{\infty}nx^n$, $|x|<\infty$:

а. $\frac{x}{(1-x)^2}$
б. $\frac{x}{1+x^2}$
в. $\ln(1-x)$
г. $\ln(1+x)$

138. Знайти суму степеневого ряду $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{x^{2n-1}}{3^{2n-1}(2n-1)!}$:

а. $\mathrm{sh}\frac{x}{3}$
б. $\mathrm{arctg}\frac{x}{3}$
в. $\mathrm{ch}3x$
г. $\ln\left(1-\frac{x}{3}\right)$

139. Знайти суму ряду $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{2n-1}$:

а. $\frac{\pi}{4}$
б. $\frac{\pi}{2}$
в. $\frac{\pi}{3}$
г. π

140. Знайти суму ряду $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{9^{2n-1}}{(2n-1)!}$:

а. $\sin 9$
б. $\ln 9$
в. $\cos 9$
г. e^9

141. Знайти суму ряду $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^n}{n}$:

а. $\ln 0{,}5$
б. $\sin 0{,}5$
в. $\cos 0{,}5$
г. $e^{0{,}5}$

142. Знайти суму степеневого ряду $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n}, |x|<1$:

а. $-\ln(1-x)$
б. $\ln(1-x)$
в. $\frac{1}{1+x^2}$
г. $\frac{1}{(1-x)^2}$

143. Знайти суму степеневого ряду $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n x^{2n-1}}{4^n(2n-1)}$:

а. $-\frac{1}{2}\mathrm{arctg}\frac{x}{2}$
б. $\ln(1+x^2)$
в. $\ln\left(1+\frac{x^2}{4}\right)$
г. $\ln\left(\frac{2+x}{2-x}\right)$

144. Функція $f(x)=\begin{cases}(1+\sin x)^{\frac{2}{x}}, x\in(-\frac{\pi}{2};0)\bigcup(0;\frac{\pi}{2})\\ A, x=0\end{cases}$ є неперервною в точці $x=0$ при A, рівному

а. e^2
б. e
в. 1
г. 10

145. Якщо хоча б одна з односторонніх границь $\lim\limits_{x\to x_0-0}f(x)$, $\lim\limits_{x\to x_0+0}f(x)$ дорівнює $+\infty$ або $-\infty$, то пряму $x=x_0$ називають

а. вертикальною асимптотою графіка функції $y=f(x)$
б. горизонтальною асимптотою графіка функції $y=f(x)$
в. похилою асимптотою графіка функції $y=f(x)$
г. дотичною до графіка функції $y=f(x)$

146. Послідовність $\{\alpha_n\}$ називається нескінченно малою, якщо

а. $\lim\limits_{n\to\infty}\alpha_n=0$
б. $\lim\limits_{n\to\infty}\alpha_n=1$
в. $\alpha_n=0$

г. $\alpha_n = \frac{1}{n}$

147. Якщо функція неперервна за сукупністю змінних, то вона

а. неперервна за кожною змінною
б. розривна за сукупністю змінних
в. диференційовна за сукупністю змінних
г. рівномірно неперервна за сукупністю змінних

148. З існування і рівності повторних границь функції $f(x,y)$ у точці

а. не випливає існування подвійної границі
б. випливає існування подвійної границі
в. випливає неперервність в точці
г. випливає диференційовність в точці

149. $f''_{xy}(x,y) = f''_{yx}(x,y)$, якщо

а. $f''_{xy}(x,y)$ і $f''_{yx}(x,y)$ неперервні
б. існують $f''_{xy}(x,y)$ і $f''_{yx}(x,y)$
в. $f''_{xy}(x,y)$ і $f''_{yx}(x,y)$ обмежені
г. $f''_{xy}(x,y)$ і $f''_{yx}(x,y)$ необмежені

150. Неперервність функції у точці для диференційовності функції у даній точці є

а. необхідною умовою
б. достатньою умовою
в. необхідною і достатньою умовою
г. ні необхідною, ні достатньою умовою

151. $(\cos x)^{(n)} =$

а. $\cos(x + n\frac{\pi}{2})$
б. $\sin(x + n\frac{\pi}{2})$
в. $\cos(x + n\frac{\pi}{4})$
г. $-\sin(x + n\pi)$

152. $(u(x)v(x))^{(n)} =$

а. $\sum\limits_{k=0}^{n} C_n^k v^{(n-k)}(x)u^{(k)}(x)$
б. $u^{(n)}(x)v(x) + u(x)v^{(n)}(x)$
в. $\sum\limits_{k=0}^{n} v^{(n-k)}(x)u^{(k)}(x)$
г. $u^{(n)}(x)v^{(n)}(x)$

153. Якщо $u = f(x,y)$, то $d^2u =$

а. $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}dx^2 + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}dy^2 + 2\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}dxdy$
б. $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}dx + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}dy + 2\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}dxdy$
в. $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}dx^2 + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}dy^2 + \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}dxdy$
г. $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}dx^2 + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}dy^2$

154. Вкажіть правильний вислів:

а. якщо числовий ряд абсолютно збіжний, то він — збіжний

б. якщо числовий ряд збіжний, то він — абсолютно збіжний
в. якщо числовий ряд умовно збіжний, то він — абсолютно збіжний
г. якщо числовий ряд абсолютно збіжний, то він — умовно збіжний

155. Який серед наведених варіантів є привильним:

а. рівномірно збіжний функціональний ряд є поточково збіжним
б. поточково збіжний функціональний ряд є рівномірно збіжним
в. рівномірна і поточкова збіжність функціонального ряду еквівалентні
г. правильного вислову немає

156. Нехай функціональний ряд $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$ складається з неперервних на $[a, b]$ функцій. Сума ряду є неперервною на $[a, b]$ функцією, якщо

а. цей ряд рівномірно збіжний на $[a, b]$
б. цей ряд збіжний у кожній точці $[a, b]$
в. проміжок $[a, b]$ скінченний
г. правильної відповіді немає

157. Рядом Тейлора для функції $f(x)$ в околі точки x_0 називають степеневий ряд

а. $f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!}(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + \ldots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x - x_0)^n + \ldots$
б. $f(x_0) - \frac{f'(x_0)}{1!}(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + \ldots + (-1)^n \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x - x_0)^n + \ldots$
в. $f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!}(x + x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x + x_0)^2 + \ldots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x + x_0)^n + \ldots$
г. $f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1}(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2}(x - x_0)^2 + \ldots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n}(x - x_0)^n + \ldots$

158. Зв'язок між ейлеровим інтегралом I роду $B(a, b) = \int\limits_0^1 x^{a-1}(1 - x)^{b-1} dx$ (бета-функція) та ейлеровим інтегралом II роду $\Gamma(a) = \int_0^{\infty} x^{a-1} e^{-x}\, dx$ (гама-функція) виражається формулою

а. $B(a, b) = \frac{\Gamma(a)\Gamma(b)}{\Gamma(a+b)}$
б. $B(a, b) = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)}$
в. $B(a, b) = \Gamma(a + b)$
г. $B(a, b) = \Gamma(a)\Gamma(b)$

159. Об'єм V вертикального циліндричного тіла, що має своєю основою плоску область D на площині xOy, обмеженого зверху поверхнею $z = f(x, y)$ обчислюють за формулою

а. $V = \int\int_D f(x, y)\, dx\, dy$
б. $V = \int\int_D \, dx\, dy$
в. $V = \int\int_D \sqrt{{f'_x}^2(x, y) + {f'_y}^2(x, y)}\, dx\, dy$
г. $V = \int\int_D f^2(x, y)\, dx\, dy$

160. Функція $\frac{1}{x} \cos \frac{1}{x}$, якщо $x \to 0$, є

а. необмежена
б. неперервна
в. нескінченно мала
г. обмежена

161. Нехай для довільного $a \leq x < +\infty$ виконується $0 \leq f(x) \leq g(x)$. Якщо $\int\limits_a^{+\infty} g(x)\, dx$

збіжний, то інтеграл $\int\limits_{a}^{+\infty} f(x)\,dx$

а. збіжний
б. розбіжний
в. не існує
г. нічого не можна сказати про збіжність

162. Функція $f(x)$ рівномірно неперервна на множині X, якщо

а. $\forall\,\varepsilon > 0\,\exists\,\delta(\varepsilon) > 0\,\forall x', x'' \in X,\ |x' - x''| < \delta \Rightarrow |f(x') - f(x'')| < \varepsilon$
б. $f(x)$ обмежена на множині X і неперервна в кожній точці x
в. $f(x)$ неперервна на множині X
г. $\forall x \in X \forall\,\varepsilon > 0\,\exists\,\delta(\varepsilon, x) > 0\,\forall x_0 \in X,\ |x - x_0| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$

163. Нехай R — радіус збіжності степеневого ряду $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(x - x_0)^n$. Цей ряд завжди збіжний на множині

а. $(x_0 - R, x_0 + R)$
б. $[x_0 - R, x_0 + R]$
в. $(-R, R)$
г. $[-R, R]$

164. Ейлеровий інтеграл II роду $\Gamma(a) = \int_0^{\infty} x^{a-1}e^{-x}\,dx$ (гама-функція) має властивість

а. $\Gamma(n+1) = n!$ для всіх $n \in \mathbb{N}$
б. $\Gamma(n) = (n+1)!$ для всіх $n \in \mathbb{N}$
в. $\Gamma(a) = a\Gamma(a+1)$ для всіх $a > 0$
г. $\Gamma(a+1) = (a+1)\Gamma(a)$ для всіх $a > 0$

165. Із будь-якої обмеженої послідовності дійсних чисел можна обрати

а. збіжну підпослідовність
б. строго спадну підпослідовність
в. строго зростаючу підпослідовність
г. правильної відповіді немає

166. Функціональна послідовність $\{f_n(x)\}$ є рівномірно збіжною на множині E до функції $f(x)$ тоді й лише тоді, коли

а. $\lim\limits_{n\to\infty} \sup\limits_{x\in E} |f_n(x) - f(x)| = 0$
б. $\lim\limits_{n\to\infty} \sup\limits_{x\in E} |f_n(x) - f(x)| = 1$
в. $\lim\limits_{n\to\infty} \sup\limits_{x\in E} |f_n(x) - f(x)| < 0$
г. $\lim\limits_{n\to\infty} \sup\limits_{x\in E} |f_n(x) - f(x)| < 1$

167. Нехай функція $y = f(x)$, $f(x) \neq C$ неперервна на відрізку $[a, b]$, диференційовна на інтервалі (a, b) і $f(a) = f(b)$. Тоді

а. існує точка $\xi \in (a, b)$ така, що $f'(\xi) = 0$
б. не існує точки $\xi \in (a, b)$ такої, що $f'(\xi) = 0$
в. для будь-якої точки $\xi \in (a, b)$ $f'(\xi) = 0$
г. для будь-якої точки $\xi \in (a, b)$ $f'(\xi) \neq 0$

168. Нехай функція $y = f(x)$, $f(x) \neq C$ неперервна на відрізку $[a, b]$, диференційовна на інтервалі (a, b). Тоді

а. існує точка $\xi \in (a, b)$ така, що $f(b) - f(a) = f'(\xi)(b - a)$
б. не існує точки $\xi \in (a, b)$ такої, що $f(b) - f(a) = f'(\xi)(b - a)$
в. для будь-якої точки $\xi \in (a, b)$ $f(b) - f(a) = f'(\xi)(b - a)$
г. для будь-якої точки $\xi \in (a, b)$ $f(b) - f(a) \neq f'(\xi)(b - a)$

169. Якщо функція $y = f(x)$ диференційовна в точці x_0, то вона

а. неперервна в точці x_0
б. розривна в точці x_0
в. зростаюча в точці x_0
г. спадна в точці x_0

170. $(\sin x)^{(n)} =$

а. $\sin\left(x + n\frac{\pi}{2}\right)$
б. $\cos\left(x + n\frac{\pi}{2}\right)$
в. $\sin\left(x + n\frac{\pi}{3}\right)$
г. $\cos\left(x + n\frac{\pi}{3}\right)$

171. Ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ називається абсолютно збіжним, якщо збігається ряд

а. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} |a_n|$
б. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (a_n)^2$
в. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sqrt[3]{a_n}$
г. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sqrt{a_n}$

172. Яке з тверджень є правильним:

а. криволінійний інтеграл першого роду не залежить від напрямленості кривої
б. криволінійний інтеграл першого роду залежить від напрямленості кривої
в. криволінійний інтеграл першого роду залежить тільки від початкової та кінцевої точки кривої
г. правильного вислову немає

173. Який вислів є правильним::

а. криволінійний інтеграл другого роду залежить від напрямленості кривої
б. криволінійний інтеграл другого роду не залежить від напрямленості кривої
в. криволінійний інтеграл другого роду завжди залежить тільки від початкової та кінцевої точки кривої
г. правильного вислову немає

174. Невласний інтеграл $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{x \ln x}$

а. розбіжний
б. збіжний, його значення дорівнює $\ln \ln \frac{1}{2}$
в. збіжний, його значення дорівнює $\ln \ln 2$
г. збіжний, його значення дорівнює $\ln \frac{1}{2}$

175. Графік функції $y = 2f(x)$ можна побудувати, якщо щодо графіка функції $y = f(x)$ здійснити

а. розтяг у 2 рази вздовж осі Oy
б. розтяг у 2 рази вздовж осі Ox
в. стиск у 2 рази вздовж осі Ox
г. стиск у 2 рази вздовж осі Oy

176. Графік функції $y = f(x-1)$ можна побудувати, якщо щодо графіка функції $y = f(x)$ здійснити

а. перенос на 1 вправо вздовж осі Ox
б. перенос на 1 вліво вздовж осі Ox
в. перенос на 1 вгору вздовж осі Oy
г. перенос на 1 вниз вздовж осі Oy

177. Графік функції $y = f(x) - 1$ можна побудувати, якщо щодо графіка функції $y = f(x)$ здійснити

а. перенос на 1 вниз вздовж осі Oy
б. перенос на 1 вправо вздовж осі Ox
в. перенос на 1 вліво вздовж осі Ox
г. перенос на 1 вгору вздовж осі Oy

178. Графік функції $y = \ln(x-2)$ симетричний відносно прямої $y = x$ до графіка функції

а. $y = e^x + 2$
б. $y = e^x - 2$
в. $y = e^{x+2}$
г. $y = e^{x-2}$

179. Знайти точні межі множини $E = \left\{(-1)^n \left(1 - \frac{1}{n}\right) : n \in \mathbb{N}\right\}$

а. $\sup E = 1, \inf E = -1$
б. $\sup E = -1, \inf E = 1$
в. $\sup E = 0, \inf E = -1$
г. $\sup E = 1, \inf E = 0$

180. Знайти мінімум та максимум множини $E = (0, 1)$:

а. мінімуму та максимуму немає
б. $\min E = 0, \max E = 1$
в. мінімуму немає, $\max E = 1$
г. $\min E = 0$, максимуму немає

181. Непорожня множина E на дійсній осі $\mathbb{R}$ називається обмеженою зверху, якщо

а. $\exists M \in \mathbb{R}$ таке, що $\forall x \in E$ виконується нерівність $x \leq M$
б. $\exists M \in \mathbb{R}$ таке, що $\exists x \in E$ виконується нерівність $x \leq M$
в. $\exists M \in \mathbb{R}$ таке, що $\forall x \in E$ виконується нерівність $x \geq M$
г. $\forall M \in \mathbb{R}$ $\exists x \in E$ виконується нерівність $x \leq M$

182. Яке з тверджень є правильним для множини дійсних чисел $\mathbb{R}$

а. $\exists a \in \mathbb{R} : -a = a$

б. $\forall a \in \mathbb{R}: -a = a$
в. $\forall a \in \mathbb{R}$ не існує оберненого до a
г. $\forall a \in \mathbb{R}$ існує обернений до a

183. Множина дійсних чисел є

а. щільною
б. не щільною
в. скінченною
г. щільною та скінченною

184. Відображення $f: A \to B$ називається ін'єктивним, якщо

а. різним елементам множини A ставиться у відповідність різні елементи множини B
б. прообраз будь-якого елемента множини B є непорожньою множиною
в. однаковим елементам множини A ставиться у відповідність різні елементи множини B
г. різним елементам множини A ставиться у відповідність однакові елементи множини B

185. Нехай точка x_0 є точкою розриву функції $f(x)$. Ця точка є точкою усувного розриву, якщо

а. $f(x_0 - 0) = f(x_0 + 0) \neq f(x_0)$
б. $f(x_0 - 0) = f(x_0) \neq f(x_0 + 0)$
в. $f(x_0 + 0) \neq f(x_0 - 0)$
г. $f(x_0)$ не визначено

186. Функція $f(x) = \frac{x^3 - 27}{x^2 - 9}$

а. має розрив другого роду в точці $x = -3$
б. має усувний розрив в точці $x = -3$
в. неперервна для всіх $x \in (-\infty; +\infty)$
г. має розрив першого роду в точці $x = -3$

187. Якщо функція $f(x)$ неперервна і невід'ємна в інтервалі (a, b), то функція $F(x) = \sqrt{f(x)}$

а. неперервна в цьому інтервалі
б. має розрив першого роду в цьому інтервалі
в. має розрив другого роду в цьому інтервалі
г. має усувний розрив в цьому інтервалі

188. Функція $f(x) = \frac{\sin x}{|x|}$

а. має розрив першого роду в точці $x = 0$
б. має розрив другого роду в точці $x = 0$
в. має усувний розрив в точці $x = 0$
г. неперервна $\forall x \in (-\infty; +\infty)$

189. Якщо $f(x) \leq g(x)$ при $a \leq x \leq b$, то

а. $\int_a^b f(x)dx \leq \int_a^b g(x)dx$
б. $\int_a^b f(x)dx < \int_a^b g(x)dx$
в. нічого про відношення інтегралів не можемо сказати

г. $\int\limits_a^b f(x)dx \geq \int\limits_a^b g(x)dx$

190. Довжина s дуги гладкої кривої $y = f(x)$, яка міститься між двома точками $A(a,b), B(c,d)$, рівна

а. $s = \int\limits_a^c \sqrt{1+(y')^2}dx$
б. $s = \int\limits_a^b \sqrt{1+(y')^2}dx$
в. $s = \int\limits_a^c \sqrt{1+y'}dx$
г. $s = \int\limits_a^c (1+(y')^2)dx$

191. Яке з тверджень є правильним?

а. якщо $\lim\limits_{n\to\infty}(c_{n+1}+\ldots+c_{n+p}) = 0, \forall p \in \mathbb{N}$, то ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} c_n$ є збіжним
б. числовий ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} c_n$ збіжний, якщо $\lim\limits_{n\to\infty} c_n = 0$
в. будь-який ряд має суму
г. будь-яка геометрична прогресія має суму

192. Скільки однозначних функцій визначає рівняння $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ в околі точки $(-a, 0)$?

а. жодної
б. одну
в. безліч
г. дві

193. Необхідна і достатня умова збіжності ряду $\sum\limits_{j=1}^{\infty} a_j$:

а. $\sum\limits_{n=m}^{\infty} a_n \to 0$ при $m \to \infty$
б. $a_n \to 0$ при $n \to \infty$
в. $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{|a_n|} < 1$
г. $\lim\limits_{n\to\infty} n\left(\frac{|a_n|}{|a_{n+1}|} - 1\right) > 1$

194. Залишок $\sum\limits_{k=n}^{\infty}(-1)^{k-1}c_k$ знакочергувального ряду $\sum\limits_{k=1}^{\infty}(-1)^{k-1}c_k$, $c_k > 0$ має знак

а. той же, що і елемент $(-1)^{n-1}c_n$
б. завжди від'ємний
в. завжди додатній
г. неможливо сказати

195. Якщо $f(M)$ в точці M_0 має умовний екстремум, то

а. виконуються умови зв'язку у точці M_0 та деякому її околі і $f(M) \geq f(M_0)$ в деякому околі точки M_0 (або $f(M) \leq f(M_0)$) для M
б. виконуються умови зв'язку у точці M_0
в. виконуються умови зв'язку в деякому околі точки M_0

г. $f(M) \geq f(M_0)$ в деякому околі точки M_0 (або $f(M) \leq f(M_0)$)

196. $\prod\limits_{n=1}^{\infty} p_n$ — абсолютно збіжний, якщо

а. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} |\ln(p_n)| < +\infty$

б. $\ln(p_n) \to 0$ при $n \to \infty$

в. $p_n \to 0$ при $n \to \infty$

г. $p_n \to 1$ при $n \to \infty$

197. Яке з наведених тверджень є правильним?

а. якщо послідовність $f_n(x)$ рівномірно збігається на множині E, то вона є збіжною на E

б. поточкова границя функціональної послідовності, складеної з неперервних функцій, завжди є неперервною функцією

в. якщо послідовність $f_n(x)$ збігається на множині E, то вона є рівномірно збіжною на E

г. функціональний ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} f_n(x)$ є абсолютно збіжним на E тоді і тільки тоді, коли ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} |f_n(x)|$ є розбіжним на E

198. Яке з перелічених тверджень є правильним?

а. щоб задати числовий ряд, достатньо задати його загальний член

б. будь-який ряд має суму

в. будь-яка геометрична прогресія має суму

г. числовий ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} c_n$ збіжний, якщо $\lim\limits_{n\to\infty} c_n = 0$

199. Яке з наведених нижче тверджень є правильним?

а. якщо ряд збіжний, то послідовність його частинних сум збіжна

б. якщо загальний член ряду прямує до нуля, то ряд збіжний

в. якщо ряди $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ і $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ довільні і $a_n \leq b_n, \forall n,$ то із збіжності ряду $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ випливає збіжність ряду $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$

г. якщо послідовність частинних сум ряду обмежена, то ряд є збіжним

200. Яке з тверджень є істинним?

а. якщо ряд збіжний, то його загальний член прямує до нуля

б. ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ збіжний

в. якщо ряд розбіжний за ознакою Даламбера, то він збіжний за ознакою Коші

г. якщо послідовність частинних сум ряду обмежена, то ряд є збіжним

201. Знакочергуючий ряд має вигляд:

а. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} c_n, c_n > 0$

б. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} c_n$

в. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} c_n$

г. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}c_n, c_n \geq 0$

202. Для того, щоб ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\alpha_n\beta_n$ був збіжним, достатньо умови:

а. $\left|\sum_{n=1}^{\infty}\alpha_n\right| < +\infty, \beta_n$ — монотонна і обмежена
б. $\left|\sum_{n=1}^{\infty}\alpha_n\right| < +\infty$
в. β_n — монотонна
г. β_n — обмежена

203. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n}$

а. умовно збіжний
б. абсолютно збіжний
в. розбіжний
г. абсолютно збіжний, але не збіжний

204. Необхідньою і достатньою умовою збіжності $\prod_{n=1}^{\infty}p_n$ є

а. $\prod_{j=n+1}^{\infty}p_j \to 0, n \to \infty$
б. $p_n \to 0, n \to \infty$
в. $p_n \to 1, n \to \infty$
г. $\ln p_n \to 0, n \to \infty$

205. Формула Стірлінга має вигляд

а. $n! = \sqrt{2\pi n}e^{\frac{\theta}{12n}}n^n e^{-n}$
б. $n! = \sqrt{2\pi n}e^{\frac{\theta}{12n}}n^{-n} e^{-n}$
в. $n! = \sqrt{2\pi n}e^{\frac{\theta}{12n}}n^n e^{n}$
г. $n! = \sqrt{2\pi n}e^{\frac{\theta}{12n}}n^{-n} e^{2n}$

206. Дисперсія випадкової величини характеризує:

а. її відхилення від початку координат;
б. її відхилення від середнього значення;
в. квадрат відхилення середнього значення випадкової величини від початку координат;
г. середнє значення різниці випадкової величини та її середнього значення;

207. Нехай A, B, C - довільні події, Ω - простір всіх елементарних подій, $\emptyset$ - неможлива подія. Вкажіть, які із співвідношень правильні:
1) $A + B = \overline{AB}$;
2) $(A + B)\, C = (A + C)\,(B + C)$;
3) $A + \emptyset = A$;
4) $A \cdot \emptyset = \Omega$;
5) $A + A = A$.

а. 1, 3, 4 і 5;
б. 2 і 3;
в. 3 і 5;

г. 1 і 4;

208. Нехай A, B, C - довільні події, Ω - простір всіх елементарних подій, $\emptyset$ - неможлива подія. Вкажіть, які із співвідношень правильні:
1) $\overline{\overline{A}} = A$;
2) $\overline{(A+B)\,C} = AC + BC$;
3) $\overline{AB} = \overline{A} + \overline{B}$;
4) $A \cdot \Omega = A$;
5) $A + \overline{A} = \emptyset$.

а. 1, 2, 3 і 4;
б. 1, 3 і 4;
в. 2, 3 і 5;
г. 1, 2 і 5;

209. Нехай A, B, C - довільні події. Вкажіть формулу, яка відповідає події: відбулися події A і B , але не відбулася подія C.

а. $(A+B)\,\overline{C}$;
б. $AB\overline{C}$;
в. $AB + \overline{C}$;
г. $A + B + \overline{C}$;

210. Нехай A, B, C - довільні події. Вкажіть формулу, яка відповідає події: відбулася подія A, а події B та C не відбулися.

а. $A\overline{BC}$;
б. $A\left(\overline{B} + \overline{C}\right)$;
в. $A\overline{BC}$;
г. $A + \overline{B} + \overline{C}$;

211. Нехай A, B, C - довільні події. Вкажіть формулу, яка відповідає події: відбулася тільки одна із цих подій.

а. $(A+B+C)\,\overline{ABC}$;
б. $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}$;
в. $A\overline{BC} + B\overline{AC} + C\overline{AB}$;
г. $A\overline{BC} + \overline{A}B\overline{C} + \overline{AB}C$;

212. Нехай A, B, C - довільні події. Вкажіть формулу, яка відповідає події: відбулися рівно дві з цих подій.

а. $\overline{A}BC + A\overline{B}C + AB\overline{C}$;
б. $\overline{ABC}$;
в. $(AB + BC + AC)\,\overline{ABC}$;
г. $(A+B+C)\,\overline{ABC}$;

213. Нехай A, B, C - довільні події. Вкажіть формулу, яка відповідає події: відбулися всі три з цих подій.

а. $A + B + C$;
б. ABC;
в. $AB + BC + AC$;
г. $C\overline{AB} + B\overline{AC} + A\overline{BC}$;

214. Нехай A, B, C - довільні події. Вкажіть формулу, яка відповідає події: не відбулася жодна з цих подій.

а. $\overline{A} + \overline{B} + \overline{C}$;
б. $A + B + C$;
в. $\overline{ABC}$;
г. $\overline{ABC}$;

215. Нехай A, B, C - довільні події. Вкажіть формулу, яка відповідає події: відбулася принаймні одна з цих подій.

а. ABC;
б. $AB + BC + AC$;
в. $A\overline{BC} + B\overline{AC} + C\overline{AB}$;
г. $A + B + C$;

216. Ймовірність суми двох подій A і B обчислюється за формулою:

а. $P(A + B) = P(A) + P(B)$;
б. $P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B)$;
в. $P(A + B) = P(A) + P(B) + P(A \cdot B)$;
г. $P(A + B) = P(A) + P(B) + P(\overline{A \cdot B})$;

217. Ймовірність добутку несумісних подій дорівнює:

а. добутку ймовірностей цих подій;
б. сумі ймовірностей цих подій;
в. нулю;
г. одиниці;

218. Ймовірність добутку незалежних подій дорівнює:

а. добутку ймовірностей цих подій
б. сумі ймовірностей цих подій
в. нулю
г. одиниці

219. Протилежна подія має ймовірність, що в сумі з ймовірністю даної події дорівнює:

а. 2;
б. 1.5;
в. 1;
г. 0.5;

220. Ймовірність події A, що сприяє події B є:

а. меншою за ймовірність B;
б. не більшою за ймовірність B;
в. більшою за ймовірність B;
г. не меншою за ймовірність B;

221. Згідно теореми множення ймовірностей ймовірність добутку двох подій дорівнює:

а. $P(A \cdot B) = P\left(B / A\right) \cdot P(B)$;
б. $P(A \cdot B) = P\left(A / B\right) \cdot P(A)$;
в. $P(A \cdot B) = P\left(A / B\right) \cdot P(B)$;
г. $P(A \cdot B) = P\left(A + B\right) \cdot P(B)$;

222. Ймовірність добутку трьох подій обчислюється за формулою:

а. $P(A \cdot B \cdot C) = P(A) \cdot P(A/B) \cdot P(A/BC)$;
б. $P(A \cdot B \cdot C) = P(A) \cdot P(B/A) \cdot P(C/A)$;
в. $P(A \cdot B \cdot C) = P(A) \cdot P(B/A) \cdot P(C/B)$;
г. $P(A \cdot B \cdot C) = P(A) \cdot P(B/A) \cdot P(C/AB)$;

223. Повною групою подій є:

а. набір незалежних рівноймовірних подій
б. набір попарно несумісних подій, сума яких є достовірною подією
в. набір незалежних подій, сума яких є достовірною подією
г. набір подій, сума яких є достовірною подією

224. Випадкові події називаються незалежними в сукупності, якщо:

а. кожні дві події з цієї групи незалежні;
б. ймовірність добутку будь-якого скінченого набору подій з групи дорівнює добутку їх ймовірностей ;
в. ймовірність добутку всіх подій групи дорівнює добутку їх ймовірностей ;
г. ймовірність добутку подій групи дорівнює нулю;

225. За формулою повної ймовірності ймовірність події A дорівнює ($\{H_k : 1 \leq k \leq n\}$ - повна група подій):

а. $\sum_{k=1}^{n} P(A/H_k)$;
б. $\sum_{k=1}^{n} P(H_k/A)$;
в. $\sum_{k=1}^{n} P(H_k) \cdot P(A/H_k)$;
г. $\sum_{k=1}^{n} P(H_k) \cdot P(H_k/A)$;

226. Формула Байєса має вигляд ($\{H_k : 1 \leq k \leq n\}$ -повна група подій):

а. $P(A/H_i) = \frac{\sum_{k=1}^{n} P(H_k/A) \cdot P(H_k)}{P(H_i/A) \cdot P(H_i)}$;
б. $P(A/H_i) = \frac{\sum_{k=1}^{n} P(A/H_k) \cdot P(H_k)}{P(A/H_i) \cdot P(H_i)}$;
в. $P(H_i/A) = \frac{P(H_i/A) \cdot P(H_i)}{\sum_{k=1}^{n} P(H_k/A) \cdot P(H_k)}$;
г. $P(H_i/A) = \frac{P(A/H_i) \cdot P(H_i)}{\sum_{k=1}^{n} P(A/H_k) \cdot P(H_k)}$;

227. Апостеріорні ймовірності гіпотез можна обчислити за формулою:

а. Байєса;
б. Бернуллі;
в. Пуассона;
г. повної ймовірності;

228. Схемою Бернуллі називається схема проведення експериментів:

а. з підкиданням монети;
б. з підкиданням грального кубика;
в. незалежних один від одного;
г. однакових і незалежних скінченну кількість раз;

229. Ймовірність того, що деяка подія в схемі Бернуллі з n випробувань відбудеться k раз дорівнює (p - ймовірність цієї події в кожному випробуванні):

а. $C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$;
б. $C_n^k p^{n-k} (1-p)^k$;

в. $C_k^n p^k (1+p)^{n-k}$;
г. $C_n^k p^k (1+p)^{n-k}$;

230. Найбільш ймовірною кількістю успіхів в схемі Бернуллі з n випробувань та ймовірністю успіху в кожному з них p є:

а. n;
б. $\left[\frac{n}{2}\right]$;
в. $[np]$;
г. $[np+p]$;

231. При великій кількості випробувань за схемою Бернуллі та малоймовірному успіху в кожному випробуванні ймовірність того, що успіх наступить k раз, може бути наближено обчислена за формулою (n - кількість випробувань, p - ймовірність успіху в кожному з них):

а. $\frac{(np)^k}{k!} \cdot e^{-np}$;
б. $\frac{(np)^k}{n!} \cdot e^{-\frac{np}{2}}$;
в. $\frac{p^k}{n!} \cdot e^{-np}$;
г. $\frac{k!}{(np)^k} \cdot e^{-\frac{np}{2}}$;

232. Функцією розподілу випадкової величини ξ є функція:

а. $F(x) = P(\xi \geq x)$
б. $F(x) = P(0 < \xi \leq x)$
в. $F(x) = P(\xi > x)$
г. $F(x) = P(\xi < x)$

233. Щільність розподілу випадкової величини - це функція $f(x)$, для якої (F - функція розподілу):

а. $F(x) = \int_x^{+\infty} f(t)dt$;
б. $F(x) = \int f(x)dx + C$;
в. $F(x) = \int_0^x f(t)dt$;
г. $F(x) = \int_{-\infty}^x f(t)dt$;

234. Основними властивостями щільності розподілу $f(x)$ є:

а. $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1,\, f(x) \geq 0$;
б. $\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx = 1,\, f(x) \leq 0$;
в. $\int_0^{+\infty} f(x)dx = 1,\, f(x) > 0$;
г. $\int_0^{+\infty} xf(x)dx = 1,\, f(x) < 0$;

235. Математичним сподіванням дискретної випадкової величини з розподілом $(x_i; p_i)$ є:

а. $\frac{1}{n}\sum_i x_i$;
б. $\sum_i x_i \cdot p_i$;
в. $\sum_i x_i \cdot p_i^2$;
г. $\sum_i x_i^2 \cdot p_i$;

236. Які з рівностей для математичного сподівання є неправильними (ξ, ξ_1, ξ_2 - довільні випадкові величини, C - стала):
1) $M(C \cdot \xi) = C \cdot M\xi$;
2) $M(\xi_1 + \xi_2) = M\xi_1 + M\xi_2$;

3) $M(\xi_1 \cdot \xi_2) = M\xi_1 \cdot M\xi_2$;
4) $MC = C$;5) $M(\xi_1 - \xi_2) = M\xi_1 + M\xi_2$.

а. тільки 5;
б. 3 і 4;
в. 3 і 5;
г. 1, 2 і 4;

237. Які з рівностей для дисперсії є неправильними (ξ, ξ_1, ξ_2- довільні випадкові величини,C - стала):
1) $DC = 0$;
2) $D\xi \geq 0$;
3) $D(C \cdot \xi) = C \cdot D\xi$;
4) $D(\xi_1 + \xi_2) = D\xi_1 + D\xi_2$;
5) $D\xi = M\left(\xi^2\right) - (M\xi)^2$.

а. 1, 3 і 4;
б. тільки 3;
в. 3 і 4;
г. 2 і 5;

238. Середньоквадратичне відхилення випадкової величини є:

а. квадратним коренем з дисперсії цієї величини;
б. середнім значенням квадрата цієї величини;
в. відхиленням середнього значення квадрата випадкової величини від її середнього значення;
г. квадратом середнього значення цієї величини;

239. Випадкова величини ξ має біноміальний розподіл з параметрами n і p. Які із рівностей є правильними:
1) $P(\xi = k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$, при $k = 0, 1, 2, \ldots, n$;
2) $M\xi = np$;
3) $D\xi = p(1-p)^n$.

а. тільки 1
б. тільки 2
в. тільки 3
г. тільки 1 і 2

240. Випадкова величини ξ має розподіл Пуассона з параметром λ. Які із рівностей є правильними?
1) $P(\xi = k) = \frac{\lambda^k}{k!} \cdot e^{-\lambda}$, при $k = 0, 1, 2, \ldots$;
2) $M\xi = \lambda$;
3) $D\xi = \lambda^2$.

а. тільки 1 і 2
б. тільки 1 і 3
в. тільки 2 і 3
г. всі

241. Випадкова величини ξ має рівномірний розподіл на відрізку $[a; b]$. Які із тверджень є правильними?
1) її щільність розподілу є кусково сталою;

2) $D\xi = \frac{(b-a)^2}{4}$;
3) $M\xi = \frac{a+b}{2}$.

а. всі
б. тільки 1 і 2
в. тільки 1 і 3
г. тільки 3

242. Випадкова величина ξ має нормальний розподіл з параметрами a і σ^2. Які із тверджень є правильними?
1) щільність розподілу ξ має вигляд $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}\right\}$;
2) щільність розподілу ξ має вигляд $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{\frac{(x-a)^2}{2\sigma}\right\}$;
3) $M(\xi) = a + \sigma, D(\xi) = \sigma^2 - a^2$;
4) $M(\xi) = a, D(\xi) = \sigma^2$.

а. тільки 1;
б. тільки 2 і 4;
в. тільки 2 і 3;
г. тільки 1 і 4;

243. Які із тверджень правильні для функції Лапласа $\Phi(x) = \int_0^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$?
1) $\Phi\left(-x\right) = -\Phi\left(x\right);$
2) $\Phi\left(-x\right) = 1 - \Phi\left(x\right);$
3) $\Phi\left(-x\right) = \Phi\left(x\right);$
4) $\lim\limits_{x \to +\infty} \Phi\left(x\right) = 1$;5) $\lim\limits_{x \to +\infty} \Phi\left(x\right) = 0,5$.

а. 3 і 4;
б. 1 і 5;
в. 2 і 5;
г. 1 і 4;

244. Випадкова величина ξ має показниковий розподіл з параметром $\lambda > 0$. Які із тверджень є правильними?
1) щільність розподілу ξ має вигляд $f\left(x\right) = \begin{cases} 0, x \le 0, \\ e^{-\lambda x}, x > 0; \end{cases}$
2) щільність розподілу ξ має вигляд $f\left(x\right) = \begin{cases} 0, x \le 0, \\ \lambda e^{-\lambda x}, x > 0; \end{cases}$
3) $M\xi = \frac{1}{\lambda}, D\xi = \frac{1}{\lambda^2}$;
4) $M\xi = \lambda, D\xi = \lambda^2$.

а. 2 і 3;
б. 1 і 3;
в. 2 і 4;
г. 1 і 4;

245. Встановити відповідність між щільностями і назвами розподілів.
1) $f\left(x\right) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, x \in \left[a;b\right], \\ 0, x \notin \left[a;b\right]; \end{cases}$
2) $f\left(x\right) = \begin{cases} 0, x \le 0, \\ \lambda e^{-\lambda x}, x > 0; \end{cases}$
3) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$;

а. 1-рівномірний, 2-нормальний, 3-показниковий
б. 1-рівномірний, 2-показниковий, 3-нормальний
в. 1-нормальний, 2-показниковий, 3-рівномірний
г. 1-показниковий, 2-рівномірний, 3-нормальний

246. Нехай $r(\xi,\eta)$ - коефіцієнт кореляції випадкових величин ξ і η. Які із тверджень є правильними?
1) $r(\xi,\eta)=0$, якщо випадкові величини незалежні;
2) якщо $r(\xi,\eta)=0$, то випадкові величини незалежні;
3) $|r(\xi,\eta)|=1$ тоді і тільки тоді, коли випадкові величини лінійно залежні.

а. тільки 3;
б. тільки 1 і 3;
в. тільки 2 і 3;
г. тільки 1 і 2;

247. Коефіцієнтом кореляції двох випадкових величин ξ і η є число рівне:

а. $\frac{M(\xi\eta)}{\sqrt{D\xi\cdot D\eta}}$;
б. $\frac{M(\xi+M\xi)(\eta+M\eta)}{\sqrt{D\xi\cdot D\eta}}$;
в. $\frac{M(\xi-M\xi)(\eta-M\eta)}{D\xi\cdot D\eta}$;
г. $\frac{M(\xi-M\xi)(\eta-M\eta)}{\sqrt{D\xi\cdot D\eta}}$;

248. Згідно із законом великих чисел правильними є такі твердження:
1) малоймовірно, що середнє арифметичне відхилень випадкових величин від своїх математичних сподівань значно відрізняється від 0, при великій кількості незалежних випадкових величин.
2) Сума великої кількості випадкових величин має приблизно нульове математичне сподівання та одиничну дисперсію.
3) Кількість успіхів у схемі Бернуллі мало відрізняється від ймовірності успіху в кожному з випробувань, при великій кількості випробувань.

а. тільки 1
б. тільки 2
в. тільки 3
г. тільки 1 і 2

249. Навмання обрано два додатних числа x та y, кожне з яких не перевищує 7. Знайти ймовірність того, що сума їх буде не більша 5.

а. 0,255;
б. 0,260;
в. 0,265;
г. 0,270;

250. У квадрат з вершинами A(0;0), B(1;0), C(1;1), D(0;1) навмання кинуто точку M(p;q). Знайти ймовірність того, що корені рівняння $x^2+px+q=0$ будуть дійсними.

а. $\frac{1}{6}$;
б. $\frac{1}{4}$;
в. $\frac{1}{12}$;
г. $\frac{1}{16}$;

251. На відрізку [-1;2] навмання взято два числа. Яка ймовірність того, що їх сума більша за 1,

а добуток менший за 1?

а. 0,384;
б. 0,321;
в. 0,285;
г. 0,416;

252. Тираж популярної газети друкується в двох типографіях. Потужності цих типографій відносяться як 3:4, причому перша дає 3,5% браку, друга - 2,5%. Яка ймовірність того, що навмання обраний примірник газети буде бракованим?

а. 0,0293;
б. 0,0298;
в. 0,0303;
г. 0,0308;

253. Виробництво певної продукції може проводитись в двох температурних режимах з ймовірностями 0,45 і 0,55 відповідно. Залежно від температурного режиму ймовірність отримання продукції вищої якості становить 0,8 і 0,9. Яка ймовірність того, що навмання вибрана продукція вищої якості?

а. 0,850;
б. 0,855;
в. 0,860;
г. 0,865;

254. Продуктивність першого автомата вдвічі перевищує продуктивність другого. Перший автомат в середньому дає 60% деталей відмінної якості; другий - 84%. Яка ймовірність того, що навмання вибрана деталь буде з браком?

а. 0,65;
б. 0,28;
в. 0,4;
г. 0,32;

255. Перша бригада виготовила 80 виробів, друга - 120. У першій бригаді 2% виробів браковані, а в другій - 5%. Деталі надходять на спільний конвеєр. Навмання взятий з конвеєра виріб виявився не бракованим. Яка ймовірність, що він виготовлений першою бригадою?

а. 0,36;
б. 0,41;
в. 0,46;
г. 0,51;

256. У рекламному агентстві працює дві групи дизайнерів: перша обслуговує 25 фірм, друга - 45. Протягом одного місяця кошти, витрачені на рекламу дизайнерами першої групи, повертаються до 40% фірм, другої - до 45%. Навмання вибрана фірма окупила витрачені на рекламу кошти протягом місяця? Яка ймовірність того, що фірма обслуговувалась другою групою дизайнерів?

а. 0,57;
б. 0,62;
в. 0,67;
г. 0,72;

257. У товарному поїзді 50 вагонів, завантажених вугіллям двох сортів: 30 вагонів містять 70% вугілля першого сорту, а інших 20 вагонів 60% вугілля першого сорту. Випадково взятий для

аналізу шматок вугілля виявився другого сорту. Знайти ймовірність того, що він взятий із вагону другої групи.

а. 0,32;
б. 0,37;
в. 0,42;
г. 0,47;

258. Яка ймовірність, що серед 200-т чоловік буде не менше чотири лівші, якщо вони в середньому складають 1% від загальної кількості людей?

а. $\frac{10}{3e^2}$;
б. $\frac{17e^{-2}}{3}$;
в. $\frac{19}{3e^2}$;
г. $1-\frac{19e^{-2}}{3}$;

259. Підручник надруковано тиражем 5000 примірників. Ймовірність того, що підручник буде бракованим дорівнює 0,001. Знайти ймовірність того, що тираж має не більше трьох бракованих підручників.

а. $\frac{115}{3}e^{-5}$;
б. $\frac{37}{2}e^{-5}$;
в. $1-\frac{37}{2}e^{-5}$;
г. $\frac{118}{3}e^{-5}$;

260. Завод відправив на базу 10000 доброякісних виробів. Ймовірність пошкодження кожного виробу під час транспортування на базу дорівнює 0,0001. Знайти ймовірність того, що під час транспортування буде пошкоджено не більше, як 3 вироби.

а. $\frac{5}{2e}$;
б. $\frac{8}{3e}$;
в. $\frac{5}{3e}$;
г. $\frac{13}{6e}$;

261. Ймовірність того, що виріб вищого сорту дорівнює 0,25. Яка найімовірніша кількість виробів вищого сорту в партії із 350 виробів?

а. 86;
б. 87;
в. 88;
г. 85;

262. За даними відділу технічного контролю серед виготовлених деталей у середньому 1,5% браку. Знайти найімовірнішу кількість бракованих деталей у партії із 300 деталей.

а. 3;
б. 5;
в. 4;
г. 2;

263. Значення $\lambda = 2$ для оператора A на банаховому просторі X, $A(x) = 2x$, $x \in X$, буде

а. власним значенням
б. точкою неперервного спектра
в. точкою залишкового спектра
г. належати резольвентній множині

264. Вкажіть сукупність лінійно залежних векторів у просторі $C[0,1]$

а. $x(t) = 1, y(t) = \cos 2t, z(t) = \cos^2 t$
б. $x(t) = 1, y(t) = \cos t, z(t) = \cos^2 t$
в. $x(t) = 1, y(t) = t, z(t) = t^2$
г. $x(t) = 1, y(t) = t^2, z(t) = t^4$

265. Котра з перерахованих підмножин простору $\mathbb{R}^2$ не є поглинаючою?

а. $\{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : \ x_2 \le 0\}$
б. $\{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : \ x_1^2 + x_2^2 < 1\}$
в. $\{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : \ x_1^2 + x_2^2 \le 1\}$
г. $\{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : \ -1 \le x_2 \le 1\}$

266. Котра з перерахованих підмножин простору $\mathbb{R}^2$ не є збалансованою?

а. $\{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : \ (x_1 - 1)^2 + x_2^2 \le 4\}$
б. $\{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : \ x_1 = x_2\}$
в. $\{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : \ x_1^2 + x_2^2 < 4\}$
г. $\left\{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : \ \frac{x_1^2}{4} + \frac{x_2^2}{9} \le 1\right\}$

267. Котрий з перерахованих функціоналів на $C[0,1]$ не є лінійним?

а. $f(x) = x(0) + x(1) - 1$
б. $f(x) = \frac{x(0)+x(1/2)}{2}$
в. $f(x) = \int\limits_0^1 x(t)dt$
г. $f(x) = \int\limits_0^{1/3} x(t)dt + x(1)$

268. Послідовність $x_n = \left(\underbrace{\frac{1}{n}, 0, \ldots, 0, 1}_{n}, 0, \ldots\right)$ у просторі ℓ_2

а. розбігається
б. збігається до $x = (0, \ldots, 0, \ldots)$
в. збігається до $x = (1, 0, \ldots, 0, \ldots)$
г. збігається до $x = (1, \ldots, 1, \ldots)$

269. Послідовність $x_n = \left(\underbrace{1, 0, \ldots, \frac{1}{n}}_{n}, 0, \ldots\right)$ у просторі ℓ_2

а. збігається до $x = (1, 0, \ldots, 0, \ldots)$
б. збігається до $x = (0, \ldots, 0, \ldots)$
в. розбігається
г. збігається до $x = (1, \ldots, 1, \ldots)$

270. Послідовність $x_n = \left(\underbrace{0, 0, \ldots, \frac{1}{n}}_{n}, 0, \ldots\right)$ у просторі ℓ_1

а. збігається до $x = (0, \ldots, 0, \ldots)$

б. збігається до $x = (1, 0, \dots, 0, \dots)$
в. розбігається
г. збігається до $x = (1, \dots, 1, \dots)$

271. Послідовність $x_n(t) = t^n - t^{n+1}$ у просторі $C[0,1]$

а. збігається до $x(t) = 0$
б. збігається до $x(t) = t$
в. розбігається
г. збігається до $x(t) = sint$

272. Послідовність $x_n(t) = \frac{nt}{\sqrt{n^2+1}}$ у просторі $C[0,1]$

а. збігається до $x(t) = t$
б. збігається до $x(t) = 0$
в. розбігається
г. збігається до $x(t) = 1$

273. Послідовність $x_n(t) = e^{-t/n}$ у просторі C $[0,1]$

а. збігається до $x(t) = 1$
б. збігається до $x(t) = e^{-t}$
в. розбігається
г. збігається до $x(t) = e^t$

274. Норма лінійного функціонала $f : L_\infty[0,1] \to \mathbb{R}, f(x(t)) = \int\limits_{[0,1]} x(t)tdt$ дорівнює

а. $\frac{1}{2}$
б. 1
в. -1
г. 0

275. Норма лінійного функціонала $f : C[0,1] \to \mathbb{R}, f(x(t)) = x(0) - 2x(1)$ дорівнює

а. 3
б. 2
в. 1
г. -1

276. Кут між векторами $x = \left(1, 0, \frac{1}{2}, 0, \frac{1}{4}, 0, \dots\right)$ та $y = \left(0, 1, 0, \frac{1}{3}, 0, \frac{1}{9}, 0, \dots\right)$ дорівнює

а. $\frac{\pi}{2}$
б. 0
в. $\frac{\pi}{4}$
г. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

277. Повний метричний простір завжди

а. не можна подати у вигляді зліченного об'єднання ніде не щільних множин
б. можна подати у вигляді зліченного об'єднання ніде не щільних множин
в. можна подати у вигляді зліченного перетину ніде не щільних множин
г. є множиною першої категорії Бера

278. Нескінченна послідовність елементів компакта завжди

а. має граничну точку

б. необмежена
в. збіжна
г. розбіжна

279. Замкнений підпростір компакта є завжди

а. компакт
б. відкритий підпростір
в. множиною другої категорії Бера
г. множиною першої категорії Бера

280. Образ компакту при неперервному відображенні завжди

а. компакт
б. відкрита підмножина
в. множина другої категорії Бера
г. злічення множина

281. Неперервна функція на компакті завжди

а. рівномірно неперервна
б. слабко неперервна
в. одностайно неперервна
г. розривна

282. Тотожній оператор на банаховому просторі X є компактним

а. тільки коли X - скінченновимірний
б. завжди
в. ніколи
г. тільки коли X - гільбертів

283. Лінійний оператор A на банаховому просторі буде мати неперервний обернений тоді і тільки тоді, коли A

а. бієктивний і обмежений
б. бієктивний
в. обмежений
г. має замкнений графік

284. Узагальнена функція f має похідну

а. завжди
б. тільки коли f неперервна
в. тільки коли f регулярна
г. ніколи

285. Нехай $\chi_{[0,1]}$ - характеристична функція відрізка $[0,1]$. Тоді похідна $\chi'_{[0,1]}$ функції $\chi_{[0,1]}$ в сенсі узагальнених функцій дорівнює

а. $\delta(x) - \delta(x-1)$
б. $\delta(x) + \delta(x+1)$
в. $\delta(x)$
г. $\theta(x)$

286. Множина регулярних точок (резольвентна множина) лінійного неперервного оператора на банаховому просторі завжди

а. відкрита
б. замкнена
в. обмежена
г. компактна

287. Вкажіть множину, яка не є опуклою в просторі $C[a, b]$

а. множина всіх поліномів степеня n
б. множина всіх зростаючих функцій
в. множина всіх диференційовних функцій
г. множина всіх поліномів степеня $\leq n$

288. У евклідовому просторі рівність $\|x + y\|^2 = \|x\|^2 + \|y\|^2$ виконується тоді і тільки тоді, коли елементи x і y

а. ортогональні
б. лінійно залежні
в. рівні
г. лінійно незалежні

289. Простір ℓ_p є гільбертовим

а. тільки при $p = 2$
б. тільки при $p = 1$
в. при довільному $1 \leq p < \infty$
г. тільки при $p = \infty$

290. Підпростір банахового простору є банаховим тоді і тільки тоді, коли цей підпростір

а. замкнений
б. скінченновимірний
в. нескінченновимірний
г. сепарабельний

291. Всі норми на лінійному просторі є еквівалентними тоді і тільки тоді, коли цей простір

а. скінченновимірний
б. нескінченновимірний
в. має незліченний базис Гамеля
г. є простором над полем комплексних чисел

292. Базисом Гамеля лінійного простору X називається

а. лінійно незалежна сукупність елементів, лінійною оболонкою якої є X
б. сукупність елементів, лінійною оболонкою якої є X
в. скінченна лінійно незалежна сукупність елементів, лінійною оболонкою якої є X
г. скінченна лінійно незалежна сукупність елементів,опуклою оболонкою якої є X

293. Нехай X - банахів простір. Теорема Алаоглу стверджує:

а. замкнена одинична куля спряженого простору X^* - компакт у $*$-слабкій топології простору X^*
б. замкнена одинична куля спряженого простору X^* - компакт у слабкій топології простору X^*
в. замкнена одинична куля спряженого простору X^* - компакт у сильній топології простору X^*

г. відкрита одинична куля спряженого простору X^* - компакт у слабкій топології простору X^*

294. Кожен сепарабельний гільбертів простір ізоморфний до

а. ℓ_2
б. ℓ_1
в. $L_1[0,1]$
г. ℓ_∞

295. Послідовність вкладених куль повного метричного простору завжди має непорожній перетин, якщо

а. кулі замкнені і їх радіуси прямують до нуля
б. кулі відкриті і їх радіуси не прямують до нуля
в. кулі замкнені
г. радіуси куль прямують до нуля

296. Оператор на банаховому просторі є неперервним тоді і тільки тоді, коли він є

а. обмеженим
б. компактним
в. тотожнім
г. самоспряженим

297. Лінійний неперервний функціонал у підпросторі нормованого простору можна продовжити на весь простір зі збереженням норми

а. завжди
б. тільки для евклідових просторів
в. тільки для скінченновимірних просторів
г. ніколи

298. Вкажіть підпростір простору ℓ_∞, який не є замкненим

а. c_{00}
б. c_0
в. c
г. $\mathbb{R}^n$

299. Стискуюче відображення метричного простору в себе

а. має єдину нерухому точку, якщо простір повний
б. завжди має нерухому точку
в. має дві різні нерухомі точки
г. завжди є тотожнім відображенням

300. Площина, рівняння якої $ax + cz + d = 0$ $(acd \neq 0)$, паралельна

а. тільки до осі OX
б. тільки до осі OY
в. тільки до осі OZ
г. до площини XOY

301. Встановити вид чотирикутника $ABCD$ з вершинами у точках $A(0;0)$, $B(1;3)$, $C(4;4)$, $D(3;1)$:

а. ромб

б. прямокутник
в. квадрат
г. трапеція

302. Конічна поверхня - це поверхня, утворена прямими, які

а. проходять через задану точку і перетинають задану лінію
б. проходять через задану точку
в. паралельні заданій прямій і перетинають задану лінію
г. паралельні заданій прямій

303. Рівняння $9x^2 - 4y^2 - 4z^2 = 0$ задає в просторі

а. еліпсоїд
б. конічну поверхню
в. циліндричну поверхню
г. однопорожнинний гіперболоїд

304. Рівняння $9x^2 + 4y^2 + 4z^2 = 36$ задає в просторі

а. еліпсоїд
б. конічну поверхню
в. циліндричну поверхню
г. однопорожнинний гіперболоїд

305. Рівняння $9x^2 - 4z^2 = 36$ задає в просторі

а. еліпсоїд
б. конічну поверхню
в. циліндричну поверхню
г. однопорожнинний гіперболоїд

306. Рівняння $9x^2 + 4y^2 - 4z = 0$ задає в просторі

а. еліпсоїд
б. конічну поверхню
в. циліндричну поверхню
г. еліптичний параболоїд

307. Середини сторін трикутника лежать у точках $M_1(-1;5)$, $M_2(3;4)$, $M_3(8;-4)$. Скласти рівняння сторони трикутника, яка проходить через точку M_1:

а. $5x + 8y + 35 = 0$
б. $8x + 5y - 17 = 0$
в. $8x + 5y + 25 = 0$
г. $5x + 8y - 19 = 0$

308. Прямолінійні твірні поверхні другого порядку - це прямі, які

а. перетинають поверхню в одній точці
б. перетинають поверхню в двох точках
в. дотикаються до поверхні
г. інша відповідь

309. Лінія першого порядку на площині — це

а. довільна замкнена лінія без самоперетинів
б. довільна замкнена лінія

в. пряма
г. коло

310. Нерівність $ax+by+c \le 0$ визначає на площині

а. пряму
б. відрізок
в. круг
г. півплощину

311. Вектори $\vec{a}=x_1\vec{i}+y_1\vec{j}+z_1\vec{k}$, $\vec{b}=x_2\vec{i}+y_2\vec{j}+z_2\vec{k}$ ортогональні, якщо

а. $\frac{x_1}{x_2}=\frac{y_1}{y_2}=\frac{z_1}{z_2}$
б. $x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2=0$
в. $\frac{x_1}{x_2}+\frac{y_1}{y_2}+\frac{z_1}{z_2}=0$
г. $(x_1+y_1+z_1)(x_2+y_2+z_2)=0$

312. Вектори $\vec{a}=x_1\vec{i}+y_1\vec{j}+z_1\vec{k}$, $\vec{b}=x_2\vec{i}+y_2\vec{j}+z_2\vec{k}$ колінеарні, якщо

а. $\frac{x_1}{x_2}=\frac{y_1}{y_2}=\frac{z_1}{z_2}$
б. $x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2=0$
в. $\frac{x_1}{x_2}+\frac{y_1}{y_2}+\frac{z_1}{z_2}=0$
г. $(x_1+y_1+z_1)(x_2+y_2+z_2)=0$

313. Рівняння асимптот гіперболи $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ має вигляд

а. $x=\pm\frac{a}{\varepsilon}$
б. $y=\pm\varepsilon x$
в. $y=\pm\frac{a}{b}x$
г. $y=\pm\frac{b}{a}x$

314. Рівняння прямої у відрізках на осях — це рівняння вигляду

а. $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=0$
б. $Ax+By=C$
в. $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$
г. $ax+by=1$

315. Рівняння площини, яка проходить через три точки $M_1(x_1,y_1,z_1)$, $M_2(x_2,y_2,z_2)$, $M_3(x_3,y_3,z_3)$, записується у вигляді

а. $\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ x_3-x_1 & y_3-y_1 & z_3-z_1 \end{vmatrix}=1$
б. $\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ x_3-x_1 & y_3-y_1 & z_3-z_1 \end{vmatrix}=0$
в. $\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ x-x_1 & y_3-y_1 & z_3-z_1 \end{vmatrix}=1$
г. $xx_1+yy_2+zz_3=0$

316. Відстань від точки $A(x_0,y_0)$ до прямої $ax+by+c=0$ можна обчислити за допомогою формули

а. $\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$
б. $|ax_0+by_0+c|$
в. $\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{|a|+|b|}}$
г. $\frac{|ax_0+by_0|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$

317. Кут між прямими $y=k_1x+b_1$ та $y=k_2x+b_2$ дорівнює

а. $\operatorname{arcctg}\left|\frac{k_2-k_1}{1+k_1k_2}\right|$
б. $\operatorname{arctg}\left|\frac{k_2-k_1}{1+k_1k_2}\right|$
в. $\operatorname{tg}\left|\frac{k_2-k_1}{1+k_1k_2}\right|$
г. $\left|\frac{k_2-k_1}{1+k_1k_2}\right|$

318. Скількома способами групу із 15 осіб можна розділити на дві групи, так щоб в одній було 11, а в іншій — 4 особи?

а. A_{15}^{11}
б. A_{11}^{4}
в. $C_{15}^{11}\cdot C_{15}^{4}$
г. C_{15}^{4}

319. Нехай $\vec{a}$ — довільний вектор. Які з наведених нижче рівностей
1) $\vec{a}\cdot\vec{a}=0$,
2) $|\vec{a}\times\vec{a}|=|\vec{a}|^2$,
3) $\vec{a}\times\vec{a}=\vec{0}$,
4) $|\vec{a}\cdot\vec{a}|=|\vec{a}|^2$ істинні?

а. 1 і 3
б. 2 і 4
в. 3 і 4
г. 1 і 2

320. Прямі $A_1x+B_1y+C_1=0$ та $A_2x+B_2y+C_2=0$ паралельні, якщо

а. $A_1A_2+B_1B_2=0$
б. $A_1B_1+A_2B_2=0$
в. $\frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}$
г. $\frac{A_1}{A_2}=\frac{C_1}{C_2}$

321. Еліпсом називається геометричне місце точок площини, для яких

а. відстань до заданої точки дорівнює відстані до заданої прямої
б. сума відстаней до двох фіксованих точок є величина стала
в. добуток відстаней до двох фіксованих точок є величина стала
г. модуль різниці відстаней до двох фіксованих точок є величина стала

322. Гіперболою називається геометричне місце точок площини, для яких

а. відстань до заданої точки дорівнює відстані до заданої прямої
б. сума відстаней до двох фіксованих точок є величина стала
в. добуток відстаней до двох фіксованих точок є величина стала
г. модуль різниці відстаней до двох фіксованих точок є величина стала

323. Параболою називається геометричне місце точок площини, для яких

а. відстань до заданої точки дорівнює відстані до заданої прямої
б. сума відстаней до двох фіксованих точок є величина стала
в. добуток відстаней до двох фіксованих точок є величина стала
г. модуль різниці відстаней до двох фіксованих точок є величина стала

324. Які з наведених нижче рівностей є правильними ($\vec{a}$ та $\vec{b}$ — вектори, λ — число)?
1) $\mathrm{pr}_{\vec{b}}\vec{a} = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{b}|}$,
2) $\mathrm{pr}_{\vec{b}}\vec{a} = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|}$,
3) $|\lambda\vec{a}| = \lambda|\vec{a}|$,
4) $|\lambda\vec{a}| = |\lambda|\cdot|\vec{a}|$

а. 1 і 4
б. 2 і 3
в. 1 і 3
г. 2 і 4

325. Поверхня першого порядку — це

а. довільна замкнена поверхня
б. круг
в. площина
г. сфера

326. Площина, задана рівнянням $by + cz + d = 0$ ($bcd \neq 0$), паралельна

а. тільки до осі Ox
б. тільки до осі Oy
в. тільки до осі Oz
г. до площини xOy

327. Площина, задана рівнянням $ax + cz + d = 0$ ($acd \neq 0$), паралельна

а. тільки до осі Ox
б. тільки до осі Oy
в. тільки до осі Oz
г. до площини xOy

328. Більше, ніж два головні діаметри має

а. еліпс
б. коло
в. парабола
г. гіпербола

329. Для прямої з рівнянням $Ax + By + C = 0$ пара чисел (A, B) — це

а. координати напрямного вектора прямої
б. координати точки, через яку проходить пряма
в. величини відрізків, які відтинає пряма на осях координат
г. координати перпендикулярного (нормального) вектора

330. Для прямої з рівнянням $Ax + By + C = 0$ пара чисел $(-B, A)$ — це

а. координати напрямного вектора прямої
б. координати точки, через яку проходить пряма
в. величини відрізків, які відтинає пряма на осях координат

г. координати перпендикулярного (нормального) вектора

331. Яка з наступних ліній не має центра симетрії?

а. гіпербола
б. парабола
в. коло
г. еліпс

332. Канонічне рівняння прямої в просторі має вигляд

а. $m(x - x_0) = n(y - y_0) = p(z - z_0)$
б. $\frac{x-x_0}{m} - \frac{y-y_0}{n} - \frac{z-z_0}{p} = 0$
в. $\frac{x-x_0}{m} + \frac{y-y_0}{n} + \frac{z-z_0}{p} = 0$
г. $\frac{x-x_0}{m} = \frac{y-y_0}{n} = \frac{z-z_0}{p}$

333. Рівняння площини в просторі, яка проходить через дану точку, має вигляд

а. $m(x - x_0) + n(y - y_0) + p(z - z_0) = 0$
б. $\frac{x-x_0}{m} - \frac{y-y_0}{n} - \frac{z-z_0}{p} = 0$
в. $\frac{x-x_0}{m} + \frac{y-y_0}{n} + \frac{z-z_0}{p} = 0$
г. $\frac{x-x_0}{m} = \frac{y-y_0}{n} = \frac{z-z_0}{p}$

334. Відстань від точки $A(x_0, y_0, z_0)$ до площини $ax + by + cz + d = 0$ можна обчислити за допомогою формули

а. $\frac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$
б. $|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|$
в. $\frac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{\sqrt{|a|+|b|+|c|}}$
г. $\frac{|ax_0+by_0+cz_0|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2+d^2}}$

335. Еліпсоїд — це поверхня, канонічне рівняння якої в прямокутній декартовій системі координат має наступний вигляд:

а. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$
б. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -10$
в. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$
г. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$

336. Однопорожнинний гіперболоїд — це поверхня, канонічне рівняння якої в прямокутній декартовій системі координат має наступний вигляд:

а. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$
б. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -10$
в. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$
г. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$

337. Двопорожнинний гіперболоїд — це поверхня, канонічне рівняння якої в прямокутній декартовій системі координат має наступний вигляд:

а. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$
б. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$
в. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$

г. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$

338. Ексцентриситетом еліпса $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ (позначено $c^2 = a^2 - b^2$) називається число:

а. $\frac{b}{a}$
б. $\frac{a}{c}$
в. $\frac{b}{c}$
г. $\frac{c}{a}$

339. Ексцентриситетом гіперболи $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ (позначено $c^2 = a^2 + b^2$)називається число:

а. $\frac{b}{a}$
б. $\frac{a}{c}$
в. $\frac{b}{c}$
г. $\frac{c}{a}$

340. Нехай ε — ексцентриситет лінії другого порядку. Які з наведених нижче тверджень є правильними: 1) для еліпса $\varepsilon > 1$, 2) для гіперболи $\varepsilon > 1$,3) для параболи $\varepsilon > 1$, 4) для еліпса $\varepsilon < 1$?

а. 2 і 3
б. 1 і 4
в. 2 і 4
г. 1 і 2

341. Знайти довжину проекції вектора $\vec{a} = (2; -1; -2)$ на вектор $\vec{b}$, якщо кут між цими векторами рівний $\frac{\pi}{3}$:

а. $4{,}5$
б. $1{,}5$
в. $1{,}5\sqrt{3}$
г. $-0{,}5\sqrt{3}$

342. Знайти відстань між прямими $5x - 12y - 17 = 0$ і $5x - 12y + 9 = 0$:

а. 8
б. 2
в. 5
г. 13

343. Центром еліпса $\frac{(x-2)^2}{16} + \frac{(y+1)^2}{9} = 1$ є точка

а. $(4; 3)$
б. $(2; -1)$
в. $(-2; 1)$
г. $(0; 0)$

344. Центром гіперболи $\frac{(x+2)^2}{4} - \frac{(y-1)^2}{25} = 1$ є точка

а. $(4; 3)$
б. $(2; -1)$
в. $(-2; 1)$
г. $(0; 0)$

345. Задано вектори $\vec{a} = (1; 0)$ та $\vec{b} = (-2; 1)$. Знайти вектор $\vec{c}$, який є розв'язком рівняння $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c} = 0$:

а. $\vec{c} = (3; -1)$
б. $\vec{c} = (-3; 1)$
в. $\vec{c} = (-1; 1)$
г. $\vec{c} = (1; -1)$

346. Пряма $4x - 2y - 7 = 0$ утворює з додатним напрямком осі Ox кут, тангенс якого дорівнює

а. 2
б. 7
в. $-\frac{7}{2}$
г. $\frac{1}{2}$

347. Серед прямих $y = 2x - 5$, $y = \frac{1}{2}x - 7$, $y = -\frac{1}{2}x + 8$ та $y = 2x + 7$ перпендикулярними є ті, що задані рівняннями

а. першим і другим
б. першим і третім
в. другим і третім
г. першим та четвертим

348. Знайти площу квадрата $ABCD$, якщо $A(3; 5)$, $B(0; 1)$:

а. 5
б. 10
в. 15
г. 25

349. Відрізок з кінцями у точках $A(2; 4)$ та $B(6; 12)$ видно з початку координат під

а. тупим кутом
б. прямим кутом
в. гострим кутом
г. кутом 0°

350. В базисі $B = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ вектор $\vec{e}_1$ має координати

а. $(0; 0; 0)$
б. $(1; 0; 0)$
в. $(0; 1; 0)$
г. $(0; 1; 1)$

351. Знайти відстань від точки $A(1; 4)$ до прямої $3x + y - 7 = 0$:

а. 2
б. 1
в. 5
г. 0

352. В базисі $B = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2\}$ вектор $\vec{e}_2$ має координати

а. $(0; 0)$
б. $(1; 0)$
в. $(0; 1)$
г. $(1; 1)$

353. Радіус кола, заданого рівнянням $x^2 + y^2 - 2y = 3$, дорівнює

а. 2
б. 1
в. 9
г. 3

354. Ексцентриситет параболи $y^2 = 8x$ дорівнює

а. 1
б. 2
в. 4
г. 5

355. Прямі $x + y - 2 = 0$ та $2x + 3y - 5 = 0$ перетинаються в точці

а. $(4; 3)$
б. $(2; -1)$
в. $(-2; 1)$
г. $(1; 1)$

356. Серед прямих $y = 2x - 5$, $y = \frac{1}{2}x - 7$, $y = -\frac{1}{2}x + 8$ та $y = 2x + 7$ паралельними є ті, що задані рівняннями

а. першим і другим
б. першим і третім
в. другим і третім
г. першим та четвертим

357. Відрізок з кінцями у точках $A(2; 4)$ та $B(3; -1)$ видно з початку координат під

а. тупим кутом
б. прямим кутом
в. гострим кутом
г. кутом 0°

358. Сума дійсної та уявної півосей гіперболи $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ дорівнює

а. 25
б. 7
в. 14
г. 1

359. Сума великої та малої півосей еліпса $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ дорівнює

а. 13
б. 7
в. 5
г. 1

360. Узагальнений гармонійний ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^\alpha}$ збіжний при

а. $\alpha > 1$
б. $\alpha < 1$
в. $\alpha \geq 1$
г. $\alpha \leq 1$

361. Числовий ряд $\sum_{n=1}^{\infty} q^n$, де $q \geq 0$, збіжний при

а. $q < 1$
б. $q \leq 1$
в. $q > 1$
г. $q \geq 1$

362. Розклад функції $\ln(1 + x)$ в ряд Маклорена має вигляд

а. $x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^6}{6} + \dots$
б. $x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^6}{6} + \dots$
в. $x - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} - \frac{x^4}{4!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^6}{6!} + \dots$
г. $x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^6}{6!} + \dots$

363. Скільки існує шестицифрових чисел, усі цифри яких непарні?

а. 5^6
б. 6^5
в. $5!$
г. A_6^5

364. Радіус збіжності степеневого ряду $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(x - x_0)^n$ обчислюють за формулою

а. $R = \frac{1}{\overline{\lim}_{n\to\infty} \sqrt[n]{|a_n|}}$
б. $R = \frac{1}{\overline{\lim}_{n\to\infty} |a_n|^n}$
в. $R = \overline{\lim}_{n\to\infty} \sqrt[n]{|a_n|}$
г. $R = \overline{\lim}_{n\to\infty} |a_n|^n$

365. Ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n}$ є

а. умовно збіжним
б. абсолютно збіжним
в. розбіжним
г. неможливо дослідити на збіжність

366. У грошовій лотереї всього 100 квитків, серед яких 25 — виграшних. Знайти ймовірність залишитися без виграшу, придбавши два квитки цієї лотереї.

а. $\frac{37}{66}$
б. $\frac{2}{33}$
в. $\frac{9}{16}$
г. $\frac{1}{16}$

367. Обчислити границю $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\frac{x+1}{x+2}\right)^{2x+1}$:

а. e^{-2}
б. e^{-1}
в. e
г. e^2

368. Обчислити границю $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+x}-1}{x}$:

а. $\frac{1}{2}$
б. $\frac{1}{3}$
в. $\frac{2}{3}$

г. $\frac{3}{2}$

369. Знайти похідну $y'(x)$ функції $y(x)$, що задана неявно рівнянням $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 2 = 0$:

а. $\frac{x+1}{3-y}$
б. $\frac{x+1}{y-3}$
в. $\frac{x-1}{y+3}$
г. $\frac{x+1}{y+3}$

370. Змінити порядок інтегрування в інтегралі $\int_{-2}^{2} dx \int_{x^2}^{4} f(x,y)\,dy$:

а. $\int_0^4 dy \int_{-\sqrt{y}}^{\sqrt{y}} f(x,y)\,dx$
б. $\int_0^4 dy \int_{-y^2}^{y^2} f(x,y)\,dx$
в. $\int_{x^2}^4 dy \int_{-2}^{2} f(x,y)\,dx$
г. $\int_0^4 dy \int_{-2}^{2} f(x,y)\,dx$

371. Обчислити інтеграл від функції $z = x^2 y$ за скінченною областю D, що обмежена частиною параболи $y = x^2$ і прямою $y = 1$:

а. $\frac{4}{21}$
б. $\frac{1}{2}$
в. -2
г. 1

372. Обчислити подвійний інтеграл $\int\int_D \rho \sin\varphi \, d\rho \, d\varphi$, де область D — круговий сектор, обмежений лініями (заданими в полярній системі координат) $\rho = a$, $\varphi = \frac{\pi}{2}$, $\varphi = \pi$:

а. $\frac{a^2}{2}$
б. $\frac{a}{2}$
в. $\frac{a}{4}$
г. $\frac{\pi a^2}{4}$

373. Обчислити площу фігури, обмеженої лініями $y = 2x^2$, $y = 0$, $x = 3$:

а. 18
б. 27
в. $2/3$
г. 10

374. Інтеграл $\int_0^2 \sqrt{4 - x^2}\, dx$ заміною $x = 2\sin t$ зводиться до інтеграла

а. $4\int_0^{\pi/2} \cos^2 t\, dt$
б. $4\int_0^{\pi} \cos t \sin t\, dt$
в. $2\int_0^{\pi/2} \cos t\, dt$
г. $\int_0^{\pi/2} \cos^2 t\, dt$

375. Обчислити границю $\lim\limits_{n\to\infty} n(\sqrt{n^2+4} - \sqrt{n^2-4})$:

а. 4
б. -4
в. 8
г. -8

376. Написати рівняння дотичної до параболи $y = \sqrt{x}$ у точці $A(4, 2)$:

а. $x - 4y + 4 = 0$
б. $x + 4y + 4 = 0$
в. $x - 4y - 4 = 0$
г. $-x - 4y + 4 = 0$

377. Власник банкоматної картки забув останні дві цифри свого PIN-коду, але пам'ятає, що вони різні. Знайти ймовірність того, що, набравши ці цифри навмання, він отримає доступ до системи з першого разу.

а. $\frac{1}{99}$
б. $\frac{1}{50}$
в. $\frac{1}{90}$
г. $\frac{1}{2}$

378. Якщо перехід від прямокутних координат (x, y) до полярних (r, φ) здійснюється за формулами $x = r\cos\varphi$, $y = r\sin\varphi$, то якобіан цього відображення дорівнює:

а. r
б. $r^2 \sin\theta$
в. $r\sin\theta$
г. $r\sin\varphi$

379. Послідовність $\frac{n^2}{2n+3}$ є

а. нескінченно великою
б. обмеженою
в. нескінченно малою
г. монотонно спадною

380. Послідовність $\frac{n^2+3}{2n^3-5}$ є

а. нескінченно малою
б. обмеженою
в. нескінченно великою
г. монотонно зростаючою

381. Дві функції $f(x)$ та $g(x)$ є еквівалентними при $x \to 1$, якщо

а. $\lim\limits_{x\to 1} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$
б. $\lim\limits_{x\to 1} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$
в. $\lim\limits_{x\to 1} \frac{f(x)}{g(x)} = +\infty$
г. правильного варіанту немає

382. Лема про вкладені відрізки. Для довільної спадної послідовності відрізків $[a_n, b_n]$ числової прямої...

а. довжини яких прямують до нуля, існує єдина точка, що попадає у всі ці відрізки
б. існує принаймі дві точки, що попадають у всі ці відрізки
в. існує єдина точка, що попадає у всі ці відрізки
г. таких, що $\lim\limits_{n\to\infty}(b_n - a_n) = 0$, не існує жодної точки, що попадає у всі ці відрізки

383. Число $a \in \mathbb{R}$ називається граничною точкою послідовності чисел $x_n \in \mathbb{R}$, якщо

а. $\forall \varepsilon > 0 \exists n_0 \in \mathbb{N} \forall n > n_0 |x_n - a| < \varepsilon$
б. $\forall \varepsilon > 0 \exists n_0 \in \mathbb{N} \forall n > n_0 |x_n - a| > \varepsilon$
в. $\forall \varepsilon > 0 \forall n_0 \in \mathbb{N} \exists n > n_0 |x_n - a| > \varepsilon$
г. $\forall \varepsilon > 0 \forall n_0 \in \mathbb{N} \exists n > n_0 |x_n - a| < \varepsilon$

384. Яка з наведених послідовностей збігається до числа e

а. $x_n = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + ... + \frac{1}{n!}$
б. $x_n = 1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + ... + \frac{1}{n^2}$
в. $x_n = 1 + \frac{1}{1!+1} + \frac{2}{2!+1} + ... + \frac{n}{n!+1}$
г. $x_n = 1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^3} + ... + \frac{1}{n^n}$

385. Яке з наведених нижче тверджень є вірне

а. $\lim\limits_{x \to 1} \frac{\sin(x-1)}{x-1} = 1$
б. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\cos x}{x} = 1$
в. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin(x-1)}{x-1} = 1$
г. $\lim\limits_{x \to 1} \frac{\cos(x-1)}{x-1} = 1$

386. Яке з наведених наступних тверджень є вірне

а. $\lim\limits_{x \to 0} (1+x)^{1/x} = 1$
б. $\lim\limits_{x \to 0} (1+x)^{x} = 1$
в. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{1+x}{x} = 1$
г. $\lim\limits_{x \to 0} (1+1/x)^{x} = 1$

387. Знайти локальний мінімум функції $y = e^{2x} - e^x$

а. $-\ln 2$
б. $-\frac{1}{4}$
в. 0
г. локальних мінімумів немає

388. Знайти локальний максимум функції $y = x\sqrt{1-2x^2}$

а. $\frac{1}{2}$
б. $-\frac{1}{2}$
в. 0
г. -1

389. Знайти локальний мінімум функції $y = x\sqrt{1-2x^2}$

а. $-\frac{1}{2}$
б. $\frac{1}{2}$
в. 0
г. -1

390. Знайти локальний максимум функції $y = e^{2x} - e^x$

а. локальних максимумів не існує
б. $-\frac{1}{4}$
в. 0
г. $-\ln 2$

391. Знайти похідну другого порядку функції $y = xe^{x^2}$

а. $2xe^{x^2}(2x^2+3)$
б. $e^{x^2}(2x^2+3)$
в. $2xe^{x^2}(2x^2+1)$
г. $e^{x^2}(2x^2-3)$

392. Для знаходження інтеграла $\int R(x, \sqrt{ax^2+bx+c})dx,\, a>0$ слід застосовувати підстановку

а. $x\sqrt{a}+t=\sqrt{ax^2+bx+c}$
б. $\sqrt{a}+xt=\sqrt{ax^2+bx+c}$
в. $t\sqrt{a}+x=\sqrt{ax^2+bx+c}$
г. $t=\sqrt{ax^2+bx+c}$

393. Для знаходження інтеграла $\int R(x, \sqrt{ax^2+bx+c})dx,\, c>0$ слід застосовувати підстановку

а. $\sqrt{c}+xt=\sqrt{ax^2+bx+c}$
б. $t\sqrt{c}+x=\sqrt{ax^2+bx+c}$
в. $x\sqrt{c}+t=\sqrt{ax^2+bx+c}$
г. $t=\sqrt{ax^2+bx+c}$

394. Які з наведених класів функцій не містяться у класі інтегровних за Ріманом

а. функції, які не є неперервними в жодній точці
б. рівномірно неперервні функції
в. неперервні функції, які не є диференційовними в жодній точці
г. монотонно розривні функції

395. Формула Ньютона-Лейбніца $\int\limits_a^b f(x)dx = F(b)-F(a)$ справедлива

а. для обмеженої на $[a,b]$ функції $f(x)$
б. для довільної функції $f(x)$
в. для розривної на $[a,b]$ функції $f(x)$
г. правильного варіанту немає

396. Знайти невизначений інтеграл $\int \frac{dx}{1+e^x}$

а. $x-\ln(e^x+1)+C$
б. $\ln\frac{e^x+1}{e^x}+C$
в. $e^{2x}-(e^x+1)^2+C$
г. $\ln(e^x+1)+C$

397. Знайти невизначений інтеграл $\int \frac{dx}{(x+1)(x+2)}$

а. $\ln\left|\frac{x+1}{x+2}\right|+C$
б. $\ln\left|\frac{x+2}{x+1}\right|+C$
в. $\ln|x+1|+\ln|x+2|+C$
г. $-2\ln|x+1|+3\ln|x+2|+C$

398. Обчислити визначений інтеграл $\int\limits_1^e x^4 \ln x\, dx$

а. $\frac{1}{25}(4e^5+1)$
б. $\frac{1}{5}(e^5+1)$
в. $\frac{2}{25}$
г. $\frac{1}{5}$

399. Обчислити невласний інтеграл $\int\limits_{1}^{+\infty} \frac{xdx}{1+x^4}$

а. $\frac{\pi}{8}$
б. $\frac{\pi}{4}$
в. $\frac{3\pi}{4}$
г. π

400. Обчислити невласний інтеграл $\int\limits_{0}^{+\infty} \frac{xdx}{1+x^4}$

а. $\frac{\pi}{4}$
б. $\frac{\pi}{8}$
в. $\frac{3\pi}{4}$
г. π

401. Обчислити невласний інтеграл $\int\limits_{0}^{+\infty} xe^{-x}dx$

а. 1
б. 0
в. $\frac{3}{4}$
г. π

402. Обчислити об'єм тіла обертання кривої $y = e^x$, $x \in [0, \ln 2]$ навколо осі Ox

а. $\frac{3\pi}{2}$
б. π
в. $\frac{\pi}{2}$
г. 2π

403. Обчислити об'єм тіла обертання кривої $y = \sin x$, $x \in [0, \pi]$ навколо осі Ox

а. $\frac{\pi^2}{2}$
б. π^2
в. $\frac{\pi^2}{3}$
г. 2π

404. Для того, щоб додатний числовий ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ був збіжним, необхідно і достатньо, щоб

а. послідовність частинних сум була обмеженою
б. послідовність частинних сум прямувала до нуля
в. послідовність загальних членів ряду була збіжною
г. послідовність загальних членів ряду була обмеженою

405. Ознака Раабе. Нехай $a_n > 0$ для $n \in \mathbb{N}$. Ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ буде збіжним, якщо існує $\lim\limits_{n\to\infty} G_n > 1$ і розбіжним, якщо $\lim\limits_{n\to\infty} G_n < 1$ при умові, що

а. $G_n = n\left(1 - \frac{a_{n+1}}{a_n}\right)$
б. $G_n = 1 - \frac{a_{n+1}}{a_n}$
в. $G_n = n\left(1 + \frac{a_{n+1}}{a_n}\right)$
г. $G_n = n\left(1 + \frac{a_n}{a_{n+1}}\right)$

406. Знайти локальний максимум функції $f(x,y) = xy - 3x^2 - 5y^2 - 1$

а. -1
б. 1
в. 2
г. немає

407. Числовий ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ називається збіжним, якщо

а. існує скінченна границя $\lim\limits_{n\to\infty}(a_1 + a_2 + ... + a_n)$
б. $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$
в. існує скінченна границя $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$
г. правильного варіанту немає

408. Обчислити визначений інтеграл $\int\limits_0^1 \frac{x^3dx}{1+x^4}$

а. $\frac{1}{4}\ln 2$
б. $2\ln 2$
в. $\frac{1}{3}\ln 3$
г. $\frac{1}{2}\ln 2$

409. Диференціалом функції називається

а. лінійна частина приросту функції
б. перша частина приросту функції
в. другорядна частина приросту функції
г. квадратична частина приросту функції

410. Частинною похідною функції $z = f(x,y)$ по змінній x називається функція

а. $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \lim\limits_{\Delta x\to 0} \frac{f(x+\Delta x,y)-f(x,y)}{\Delta x}$
б. $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \lim\limits_{\Delta x\to 0} \frac{f(x+\Delta x,y)+f(x,y)}{\Delta x}$
в. $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \lim\limits_{\Delta x\to 0} \frac{f(x,y)-f(x+\Delta x,y)}{\Delta x}$
г. $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \lim\limits_{\Delta x\to 0} \frac{f(x+\Delta x,y+\Delta x)-f(x,y)}{\Delta x}$

411. Частинною похідною функції $z = f(x,y)$ по змінній y називається функція

а. $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \lim\limits_{\Delta y\to 0} \frac{f(x,y+\Delta y)-f(x,y)}{\Delta y}$
б. $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \lim\limits_{\Delta y\to 0} \frac{f(x,y)+f(x,y+\Delta y)}{\Delta y}$
в. $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \lim\limits_{\Delta y\to 0} \frac{f(x,y)-f(x,y+\Delta y)}{\Delta y}$
г. $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \lim\limits_{\Delta y\to 0} \frac{f(x+\Delta x,y+\Delta x)-f(x,y)}{\Delta y}$

412. Інтегрування раціональної функції слід починати з

а. виділення цілої частини
б. розкладу підінтегральної функції на прості дроби
в. інтегрування простих дробів
г. знаходження цілої частини від простих дробів

413. Для знаходження інтеграла виду $\int R(x, \sqrt[n]{ax+b})dx$ слід застосувати підстановку

а. $t = \sqrt[n]{ax+b}$
б. $t = \sqrt{ax+b}$
в. $t = x^n$
г. $x = t^n$

414. Формула заміни змінних у невизначеному інтегралі

а. $\int f(x)dx = \int f(\varphi(t))\varphi'(t)dt$, де $x = \varphi(t)$
б. $\int f(x)dx = \int f(\varphi(t))\varphi(t)dt$, де $x = \varphi(t)$
в. $\int f(x)dx = \int f(t)\varphi'(t)dt$, де $x = \varphi(t)$
г. $\int f(x)dx = \int f(\varphi(t))dt$, де $x = \varphi(t)$

415. Нехай $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ - функція і $F : [a,b] \to \mathbb{R}$ - її первісна. Тоді

а. $\int f(x)dx = F(x) + C$
б. $\int F(x)dx = f(x) + C$
в. $\int f(x)dx = F(b) - F(a)$
г. $\int F(x)dx = F(b) - F(a)$

416. Невизначеним інтегралом від функції f, що визначена на відрізку $[a,b]$ називається

а. сукупність усіх первісних функції f
б. сума всіх первісних функції f
в. сукупність усіх похідних функції f
г. сума усіх похідних функції f

417. Функція F називається первісною для f на проміжку $X \in \mathbb{R}$, якщо

а. $F'(x) = f(x)$ для кожного $x \in X$
б. $f'(x) = F(x)$ для кожного $x \in X$
в. існує $C \in \mathbb{R}$ таке, що $f(x) = F(x) + C$ для кожного $x \in X$
г. існує $C \in \mathbb{R}$ таке, що $f'(x) = F(x) + C$ для кожного $x \in X$

418. Знайти локальний мінімум функції $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 24$

а. -31
б. -27
в. 1
г. -1

419. Знайти проміжки спадання функції $y = \ln(x^4 - 2x^2 + 2)$

а. $(-\infty; -1]$ і $[0; 1]$
б. $[-1; 0]$ і $[1; +\infty)$
в. $[-1; 1]$
г. $(-\infty; 0]$ і $[1; +\infty)$

420. Знайти похідну функції $y = \frac{1}{2}\ln\frac{x+1}{x-1}$

а. $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x-1}\right)$
б. $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1}\right)$
в. $\frac{1}{x^2-1}$
г. правильної відповіді немає

421. Знайти границю функції $\lim\limits_{x\to 0} \frac{e^x-1-x}{\sqrt{1+x^2}-1}$

а. 1
б. $\frac{1}{2}$
в. -1
г. 0

422. Знайти границю функції $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\operatorname{arctg} x-x}{\ln(1+x^3/3)}$

а. -1
б. 1
в. $\frac{2}{3}$
г. 0

423. Знайти границю послідовності $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt{n^4+4n^2+1}-n^2}$

а. $\frac{1}{2}$
б. 1
в. $\frac{2}{3}$
г. 2

424. Знайти границю послідовності $\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt{n^2+2n+3}-n)$

а. 1
б. $\frac{1}{2}$
в. 2
г. 0

425. Похідною функції $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ в точці $x\in\mathbb{R}$ називається число

а. $\lim\limits_{\Delta x\to 0} \frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$
б. $\lim\limits_{\Delta x\to 0} \frac{f(x)-f(x+\Delta x)}{\Delta x}$
в. $\lim\limits_{\Delta x\to +\infty} \frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$
г. $\lim\limits_{\Delta x\to 0} \frac{f(x+\Delta x)+f(x)}{\Delta x}$

426. Перша теорема Вейєрштрасса.

а. Кожна неперервна функція на $[a;b]$ є обмеженою.
б. Кожна обмежена на $[a;b]$ функція є неперервною.
в. Кожна обмежена знизу на $(a;b)$ функція є обмеженою зверху.
г. Кожна неперервна на $(a;b)$ функція є обмеженою зверху і знизу.

427. Числом e називається границя послідовності

а. $x_n = \left(1+\frac{1}{n}\right)^n$
б. $x_n = \left(1+\frac{1}{n}\right)^{\frac{1}{n}}$

в. $x_n = (1+n)^{\frac{1}{n}}$
г. $x_n = (1+n)^n$

428. У якому з наведених випадків послідовність x_n є збіжною?

а. x_n монотонна і обмежена
б. x_n зростає і обмежена знизу
в. x_n спадає і обмежена зверху
г. правильного варіанту немає

429. Інфімумом непорожньої обмеженої множини A в $\mathbb{R}$ називається

а. найбільша з нижніх меж
б. найменша з нижніх меж
в. найбільша з верхніх меж
г. найменша з верхніх меж

430. Супремумом непорожньої обмеженої множини A в $\mathbb{R}$ називається

а. найменша з верхніх меж
б. найменша з нижніх меж
в. найбільша з верхніх меж
г. найбільша з нижніх меж

431. Знайти повний диференціал функції $z = e^{3x-2y}$

а. $dz = 3e^{3x-2y}dx - 2e^{3x-2y}dy$
б. $dz = e^{3x-2y}dx + e^{3x-2y}dy$
в. $dz = 3e^{3x-2y}dx + 2e^{3x-2y}dy$
г. $dz = e^{3x-2y}dx - 2e^{3x-2y}dy$

432. Знайти повний диференціал функції $z = x^3e^{-y}$

а. $dz = 3x^2e^{-y}dx - x^3e^{-y}dy$
б. $dz = 3x^2dx - e^{-y}dy$
в. $dz = 3x^2e^{-y}dx + x^3e^{-y}dy$
г. $dz = x^2e^{-y}dx - x^3e^{-y}dy$

433. Знайти повний диференціал функції $z = x^5 \ln y$

а. $dz = 5x^4 \ln y dx + \frac{x^5}{y}dy$
б. $dz = 5x^4 \ln y dx - \frac{x^5}{y}dy$
в. $dz = x^4 \ln y dx + \frac{x^5}{y}dy$
г. $dz = 5x^4 \ln y dx + \frac{x^5}{y^2}dy$

434. Знайти повний диференціал функції $z = x^4 \sin 2y$

а. $dz = 4x^3 \sin 2y dx + 2x^4 \cos 2y dy$
б. $dz = x^3 \sin 2y dx + 2x^4 \cos 2y dy$
в. $dz = 4x^3 \sin 2y dx + x^4 \cos 2y dy$
г. $dz = 4x^3 \sin 2y dx - 2x^4 \cos 2y dy$

435. Знайти повний диференціал функції $z = y^2 \mathrm{tg}\, 3x$

а. $dz = \frac{3y^2}{\cos^2 3x}dx + 2y \mathrm{tg}\, 3x dy$

б. $dz=\frac{y^2}{\cos^2 3x}dx+2y\operatorname{tg}3xdy$
в. $dz=-\frac{3y^2}{\sin^2 3x}dx+2y\operatorname{tg}3xdy$
г. $dz=\frac{3y^2}{\cos^2 3x}dx+y\operatorname{tg}3xdy$

436. Знайти повний диференціал функції $z=2\sqrt{x}\operatorname{ctg}y$

а. $dz=\frac{1}{\sqrt{x}}\operatorname{ctg}ydx-\frac{2\sqrt{x}}{\sin^2 y}dy$
б. $dz=\frac{1}{\sqrt{x}}\operatorname{ctg}ydx+\frac{2\sqrt{x}}{\sin^2 y}dy$
в. $dz=\frac{1}{2\sqrt{x}}\operatorname{ctg}ydx-\frac{2\sqrt{x}}{\sin^2 y}dy$
г. $dz=\frac{1}{\sqrt{x}}\operatorname{ctg}ydx-\frac{2\sqrt{x}}{\cos^2 y}dy$

437. Знайти повний диференціал функції $z=4\sqrt{y}\cos x$

а. $dz=-4\sqrt{y}\sin xdx+\frac{2}{\sqrt{y}}\cos xdy$
б. $dz=4\sqrt{y}\sin xdx+\frac{2}{\sqrt{y}}\sin xdy$
в. $dz=-4\sqrt{y}\sin xdx+\frac{4}{\sqrt{y}}\sin xdy$
г. $dz=-4\sqrt{y}\sin xdx-\frac{2}{\sqrt{y}}\sin xdy$

438. Знайти повний диференціал функції $z=y\sin 4x$

а. $dz=4y\cos 4xdx+\sin 4xdy$
б. $dz=y\cos 4xdx+\sin 4xdy$
в. $dz=4y\cos 4xdx+\cos 4xdy$
г. $dz=4y\cos 4xdx+ydy$

439. Знайти повний диференціал функції $z=\sqrt{y}\ln x$

а. $dz=\frac{1}{2\sqrt{y}}\ln xdy+\frac{\sqrt{y}}{x}dx$
б. $dz=\frac{1}{\sqrt{y}}\ln xdy+\frac{\sqrt{y}}{x}dx$
в. $dz=\frac{1}{2\sqrt{y}}\ln xdx+\frac{\sqrt{y}}{x}dy$
г. $dz=\frac{1}{2\sqrt{y}}dy+\frac{1}{x}dx$

440. Знайти повний диференціал функції $z=3x^2y^3+4x-2$

а. $dz=(6xy^3+4)dx+9x^2y^2dy$
б. $dz=6xy^3dx+9x^2y^2dy$
в. $dz=(6xy^3+4)dx+x^2y^2dy$
г. $dz=(xy^3+4)dx+9x^2y^2dy$

441. Дано функцію $z=e^{4x-5y+1}$. Знайти $\frac{\partial z}{\partial y}$

а. $-5e^{4x-5y+1}$
б. $e^{4x-5y+1}$
в. $-e^{4x-5y+1}$
г. $4e^{4x-5y+1}$

442. Дано функцію $z=\ln(2xy^3+7)$. Знайти $\frac{\partial z}{\partial x}$

а. $\frac{2y^3}{2xy^3+7}$
б. $\frac{1}{2xy^3+7}$
в. $-\frac{2y^3}{2xy^3+7}$

г. $-\frac{1}{2xy^3+7}$

443. Дано функцію $z = \arcsin(2xy)$. Знайти $\frac{\partial z}{\partial y}$

а. $\frac{2x}{\sqrt{1-4x^2y^2}}$
б. $-\frac{2x}{\sqrt{1-4x^2y^2}}$
в. $\frac{1}{\sqrt{1-4x^2y^2}}$
г. $-\frac{1}{\sqrt{1-4x^2y^2}}$

444. Дано функцію $z = (5x^2 - 2y + 1)^3$. Знайти $\frac{\partial z}{\partial x}$

а. $30x(5x^2 - 2y + 1)^2$
б. $3(5x^2 - 2y + 1)^2$
в. $-6(5x^2 - 2y + 1)^2$
г. правильного варіанту немає

445. Дано функцію $z = \frac{1}{5x-3y}$. Знайти $\frac{\partial z}{\partial y}$

а. $\frac{3}{(5x-3y)^2}$
б. $-\frac{1}{(5x-3y)^2}$
в. $-\frac{5}{(5x-3y)^2}$
г. правильного варіанту немає

446. Дано функцію $z = \sin(2x + y)$. Знайти $\frac{\partial z}{\partial x}$

а. $2\cos(2x + y)$
б. $\cos(2x + y)$
в. $-\cos(2x + y)$
г. $-2\cos(2x + y)$

447. Дано функцію $z = \mathrm{tg}(2x - 3y)$. Знайти $\frac{\partial z}{\partial y}$

а. $-\frac{3}{\cos^2(2x-3y)}$
б. $\frac{1}{\cos^2(2x-3y)}$
в. $-\frac{3}{\sin^2(2x-3y)}$
г. $\frac{2}{\cos^2(2x-3y)}$

448. Дано функцію $z = \mathrm{arctg}(xy)$. Знайти $\frac{\partial z}{\partial x}$

а. $\frac{y}{1+x^2y^2}$
б. $\frac{1}{1+x^2y^2}$
в. $\frac{xy}{1+x^2y^2}$
г. $\frac{x}{1+x^2y^2}$

449. Дано функцію $z = \ln(x^2 + 4y^2)$. Знайти $\frac{\partial z}{\partial y}$

а. $\frac{8y}{x^2+4y^2}$
б. $\frac{1}{x^2+4y^2}$
в. $\frac{2x}{x^2+4y^2}$
г. правильного варіанту немає

450. Дано функцію $z = (x^3 - 5y)^4$. Знайти $\frac{\partial z}{\partial x}$

а. $12x^2(x^3-5y)^3$
б. $4(x^3-5y)^3$
в. $4x^2(x^3-5y)^3$
г. $-20(x^3-5y)^3$

451. Дано функцію $z=\sqrt{x^2+4xy}$. Знайти $\frac{\partial z}{\partial y}$

а. $\frac{2x}{\sqrt{x^2+4xy}}$
б. $\frac{4x}{\sqrt{x^2+4xy}}$
в. $\frac{1}{2\sqrt{x^2+4xy}}$
г. $\frac{2y}{\sqrt{x^2+4xy}}$

452. Дано функцію $z=\cos(3x-4y)$. Знайти $\frac{\partial z}{\partial x}$

а. $-3\sin(3x-4y)$
б. $3\sin(3x-4y)$
в. $-\sin(3x-4y)$
г. $-4\sin(3x-4y)$

453. Дано функцію $z=\operatorname{arcctg}(2xy)$. Знайти $\frac{\partial z}{\partial y}$

а. $-\frac{2x}{1+4x^2y^2}$
б. $-\frac{1}{1+4x^2y^2}$
в. $\frac{2x}{1+4x^2y^2}$
г. $-\frac{2y}{1+4x^2y^2}$

454. Дано функцію $z=\operatorname{ctg}(5x-y)$. Знайти $\frac{\partial z}{\partial x}$

а. $-\frac{5}{\sin^2(5x-y)}$
б. $-\frac{1}{\sin^2(5x-y)}$
в. $\frac{5}{\sin^2(5x-y)}$
г. $-\frac{5}{\cos^2(5x-y)}$

455. Знайти стаціонарну точку функції $z=x^2-4y^2+2xy+10y$

а. $(-1;1)$
б. $(1;-1)$
в. $(1;1)$
г. $(-1;-1)$

456. Знайти стаціонарну точку функції $z=2x^2+y^2-4xy+8x$

а. $(2;4)$
б. $(-2;-4)$
в. $(2;-4)$
г. $(-2;4)$

457. Знайти стаціонарну точку функції $z=3x^2+y^2-6xy+12y$

а. $(3;3)$
б. $(3;-3)$
в. $(-3;3)$
г. $(-3;-3)$

458. Знайти стаціонарну точку функції $z = x^2 - 4y^2 + 2xy - 20x$

а. $(8; 2)$
б. $(-8; 2)$
в. $(2; -8)$
г. $(2; 8)$

459. Знайти стаціонарну точку функції $z = 4x^2 + 2y^2 - 4xy + 4y$

а. $(-1; -2)$
б. $(-1; 2)$
в. $(1; -2)$
г. $(1; 2)$

460. Знайти область визначення функції $f(x) = \frac{1}{\sqrt{16-x^2}}$

а. $x \in (-4; 4)$
б. $x \in [-4; 4]$
в. $x \in (-\infty; -4) \cup (4; +\infty)$
г. $x \in (-\infty; -4] \cup [4; +\infty)$

461. Знайти область визначення функції $f(x) = \frac{7-x}{x+1}$

а. $x \in (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$
б. $x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$
в. $x \in (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$
г. $x \in (-\infty; +\infty)$

462. Знайти область визначення функції $f(x) = \log_3(x+1)$

а. $x \in (-1; +\infty)$
б. $x \in (1; +\infty)$
в. $x \in (0; +\infty)$
г. $x \in (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$

463. Знайти область визначення функції $f(x) = \frac{3-x}{x-1}$

а. $x \in (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$
б. $x \in (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$
в. $x \in (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$
г. $x \in (-\infty; +\infty)$

464. Знайти область визначення функції $f(x) = \frac{7-x}{x^2+1}$

а. $x \in (-\infty; +\infty)$
б. $x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$
в. $x \in (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$
г. $x \in (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$

465. Знайти область визначення функції $f(x) = \frac{7-x}{\sqrt{x^2-1}}$

а. $x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$
б. $x \in (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$
в. $x \in (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$
г. $x \in (-1; 1)$

466. Знайти область визначення функції $f(x) = 4^{\sqrt{4-x^2}}$

а. $x \in [-2; 2]$
б. $x \in (-2; 2)$
в. $x \in (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$
г. $x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$

467. Знайти область визначення функції $f(x) = 4^{\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}}$

а. $x \in (-1; 1)$
б. $x \in [-1; 1]$
в. $x \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$
г. $x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$

468. Знайти область визначення функції $f(x) = 2^{x^2-2x-3}$

а. $x \in (-\infty; +\infty)$
б. $x \in (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$
в. $x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$
г. $x \in (-1; 3)$

469. Знайти область визначення функції $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+4}}$

а. $x \in (-\infty; +\infty)$
б. $x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$
в. $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$
г. $x \in (-2; 2)$

470. Знайти область визначення функції $f(x) = \ln(9 - x^2)$

а. $x \in (-3; 3)$
б. $x \in (-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$
в. $x \in (-\infty; -3) \cup (-3; +\infty)$
г. $x \in (-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$

471. Знайти похідну функції $y = x^2 \arcsin x$

а. $y' = 2x\arcsin x + \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}}$
б. $y' = \frac{2x}{\sqrt{1-x^2}}$
в. $y' = 2x\arcsin x + \frac{x^2}{2\sqrt{1-x^2}}$
г. $y' = x\arcsin x + \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}}$

472. Знайти похідну функції $y = \ln(2x^6 + 3)$

а. $y' = \frac{12x^5}{2x^6+3}$
б. $y' = \frac{1}{2x^6+3}$
в. $y' = -\frac{1}{2x^6+3}$
г. $y' = -\frac{12x^5}{(2x^6+3)^2}$

473. Знайти похідну функції $y = \mathrm{tg}(2x^4 + 1)$

а. $y' = \frac{8x^3}{\cos^2(2x^4+1)}$
б. $y' = \frac{1}{\cos^2(2x^4+1)}$

в. $y' = -\frac{8x^3}{\cos^2(2x^4+1)}$
г. $y' = -\frac{1}{\sin^2(2x^4+1)}$

474. Знайти похідну функції $y = (1 + \operatorname{ctg} x)^7$

а. $y' = -\frac{7(1+\operatorname{ctg} x)^6}{\sin^2 x}$
б. $y' = 7(1 + \operatorname{ctg} x)^6$
в. $y' = \frac{7(1+\operatorname{ctg} x)^6}{\sin^2 x}$
г. $y' = \frac{7(1+\operatorname{ctg} x)^6}{\cos^2 x}$

475. Знайти похідну функції $y = 5^x \operatorname{arctg} x$

а. $y' = 5^x \ln 5 \operatorname{arctg} x + \frac{5^x}{1+x^2}$
б. $y' = 5^x \ln 5 \cdot \frac{1}{1+x^2}$
в. $y' = 5^x \ln 5 \operatorname{arctg} x - \frac{5^x}{1+x^2}$
г. $y' = 5^x \operatorname{arctg} x + \frac{5^x}{1+x^2}$

476. Знайти похідну функції $y = (4 + \ln x)^5$

а. $y' = \frac{5(4+\ln x)^4}{x}$
б. $y' = \frac{5(4+\ln x)^4}{x^2}$
в. $y' = 5(4 + \ln x)^4$
г. $y' = \frac{(4+\ln x)^6}{6x}$

477. Знайти похідну функції $y = \frac{3x^4-2}{\sin x}$

а. $y' = \frac{12x^3 \sin x-(3x^4-2) \cos x}{\sin^2 x}$
б. $y' = \frac{12x^3 \sin x-\cos x}{\sin^2 x}$
в. $y' = \frac{12x^3 \cos x}{\sin^2 x}$
г. $y' = \frac{12x^3 \sin x-(3x^4-2) \cos x}{\cos^2 x}$

478. Знайти похідну функції $y = \sqrt{x} \arcsin x$

а. $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} \arcsin x + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{1-x^2}}$
б. $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
в. $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} \arcsin x \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{1-x^2}}$
г. $y' = \frac{1}{\sqrt{x}} \arcsin x + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{1-x^2}}$

479. Знайти похідну функції $y = 6^x \operatorname{arcctg} x$

а. $y' = 6^x \ln 6 \operatorname{arcctg} x - \frac{6^x}{1+x^2}$
б. $y' = 6^x \ln 6 \operatorname{arcctg} x + \frac{6^x}{1+x^2}$
в. $y' = 6^x \operatorname{arcctg} x - \frac{6^x}{1+x^2}$
г. $y' = -\frac{6^x \ln 6}{1+x^2}$

480. Знайти похідну функції $y = \operatorname{ctg}(3x^2 + 2)$

а. $y' = -\frac{6x}{\sin^2(3x^2+2)}$
б. $y' = \frac{6x}{\sin^2(3x^2+2)}$
в. $y' = \frac{1}{\sin^2(3x^2+2)}$
г. $y' = -\frac{1}{\sin^2(3x^2+2)}$

481. Знайти другу похідну y'' функції $y = x^4 + 3x^2 + 5$

а. $y'' = 12x^2 + 6$
б. $y'' = 4x^3 + 6x$
в. $y'' = 12x^3 + 6x$
г. $y'' = 12x + 6$

482. Знайти другу похідну y'' функції $y = x^3 + 7x + 2$

а. $y'' = 6x$
б. $y'' = 3x^2 + 7$
в. $y'' = 0$
г. $y'' = 6$

483. Знайти другу похідну y'' функції $y = e^x + x^5$

а. $y'' = e^x + 20x^3$
б. $y'' = e^x + 5x^4$
в. $y'' = e^x$
г. $y'' = e^x \cdot 20x^3$

484. Знайти другу похідну y'' функції $y = x^2 \ln x$

а. $y'' = 2\ln x + 3$
б. $y'' = 2x\ln x + 3$
в. $y'' = 2\ln x + x + 1$
г. $y'' = 2\ln x$

485. Знайти другу похідну y'' функції $y = \sin 3x$

а. $y'' = -9 \sin 3x$
б. $y'' = 9 \sin 3x$
в. $y'' = -9 \cos 3x$
г. $y'' = 9 \cos 3x$

486. Знайти другу похідну y'' функції $y = e^{5x-1}$

а. $y'' = 25e^{5x-1}$
б. $y'' = 5e^{5x-1}$
в. $y'' = e^{5x-1}$
г. $y'' = -25e^{5x-1}$

487. Знайти другу похідну y'' функції $y = \cos 4x$

а. $y'' = -16 \cos 4x$
б. $y'' = 16 \cos 4x$
в. $y'' = -16 \sin 4x$
г. $y'' = 16 \sin 4x$

488. Знайти другу похідну y'' функції $y = x \sin x$

а. $y'' = 2 \cos x - x \sin x$
б. $y'' = 2 \cos x + x \sin x$
в. $y'' = -2 \cos x - x \sin x$
г. $y'' = -2 \cos x + x \sin x$

489. Знайти другу похідну y'' функції $y = x\cos x$

а. $y'' = -2\sin x - x\cos x$
б. $y'' = 2\sin x - x\cos x$
в. $y'' = -2\sin x + x\cos x$
г. $y'' = -2\sin x - x\sin x$

490. Знайти другу похідну y'' функції $y = e^x + \sin 2x$

а. $y'' = e^x - 4\sin 2x$
б. $y'' = e^x + 4\sin 2x$
в. $y'' = -4e^x \sin 2x$
г. $y'' = e^x - 4\cos 2x$

491. Знайти інтервал спадання функції $f(x) = x\ln x - x$

а. правильного варіанту немає
б. $x \in (-\infty; +\infty)$
в. $x \in (0; \infty)$
г. $x \in [0; \infty)$

492. Знайти інтервал спадання функції $f(x) = 5^{2x} - 2x\ln 5$

а. $x \in (-\infty; 0]$
б. $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$
в. $x \in [0; +\infty)$
г. $x \in (-\infty; +\infty)$

493. Знайти інтервал спадання функції $f(x) = x^2 - 10x + 8$

а. $x \in (-\infty; 5]$
б. $x \in (-\infty; 0]$
в. $x \in [5; +\infty)$
г. $x \in (-\infty; +\infty)$

494. Знайти інтервал спадання функції $f(x) = 8x - 2x^4$

а. $x \in [1; +\infty)$
б. $x \in (-\infty; 1]$
в. $x \in (-\infty; 0]$
г. $x \in (-\infty; +\infty)$

495. Знайти найменше значення функції $f(x) = x^2 - 6x$ на відрізку $[0; 6]$

а. -9
б. 1
в. 3
г. 0

496. Знайти найбільше значення функції $f(x) = x^2 - 6x$ на відрізку $[0; 6]$

а. 0
б. 1
в. 3
г. -9

497. Знайти інтервал зростання функції $f(x) = x^2 - 4x$

а. $x \in [2; +\infty)$
б. $x \in (-\infty; 2]$
в. $x \in (-\infty; 0]$
г. $x \in (-\infty; +\infty)$

498. Знайти інтервал зростання функції $f(x) = e^x - x$

а. $x \in [0; +\infty)$
б. $x \in (-\infty; 0]$
в. $x \in (-\infty; 1]$
г. $x \in (-\infty; +\infty)$

499. Знайти інтервал зростання функції $f(x) = 9 + 12x - 3x^4$

а. $x \in (-\infty; 1]$
б. $x \in [1; +\infty)$
в. $x \in (-\infty; 0]$
г. $x \in (-\infty; +\infty)$

500. Знайти інтервал зростання функції $f(x) = x + \operatorname{arctg} x$

а. $x \in (-\infty; +\infty)$
б. $x \in (-\infty; 1]$
в. $x \in [1; +\infty)$
г. $x \in (-\infty; 0]$

501. Тіло рухається прямолінійно за законом $S = 4t^3 - 12t$. Знайти його прискорення в момент часу $t = 2$

а. 48
б. 24
в. 12
г. 6

502. Тіло рухається прямолінійно за законом $S = 6t^2 - 4t$. Знайти його швидкість в момент часу $t = 1$

а. 8
б. 6
в. 2
г. 5

503. Швидкість тіла при прямолінійному русі змінюється за законом $V = t^2 + 2t$. Знайти його прискорення в момент часу $t = 2$

а. 6
б. 8
в. 2
г. 0

504. Тіло рухається прямолінійно за законом $S = 2t^4 - 64t$. В який момент часу його швидкість рівна нулю?

а. $t = 2$

б. $t = 8$
в. $t = 4$
г. $t = 5$

505. Знайти значення $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ в точці $(0; 1)$ для функції $z = 4x^2y^4 + 3x - y + 1$

а. 8
б. 0
в. -1
г. 4

506. Знайти значення $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ в точці $(1; 2)$ для функції $z = 5x^3y^2 + 7x - 4y + 1$

а. 10
б. 8
в. 6
г. правильного варіанту немає

507. Знайти значення $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ в точці $(-2; -1)$ для функції $z = 4xy^2 + 3x^2y - 5y + 2$

а. -20
б. 20
в. -16
г. -10

508. Знайти значення $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ в точці $(1; -4)$ для функції $z = x^3 + 4y^2 - 5y - 6$

а. 6
б. 0
в. -6
г. 4

509. Знайти значення $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ в точці $(1; -1)$ для функції $z = 5x^3 + 3y^2 - 9$

а. 6
б. -6
в. 4
г. 2

510. Знайти значення $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ в точці $(2; 1)$ для функції $z = 3x^3 + 2y - 5xy^2 + 4$

а. -10
б. -8
в. 10
г. 6

511. Знайти точку мінімуму функції $z = x^2 + y^2 + 2$

а. $(0; 0)$
б. $(0; 1)$
в. $(-1; 0)$
г. (1.1)

512. Знайти точку мінімуму функції $z = (x + 1)^2 + (y - 1)^2 - 4$

а. $(-1; 1)$

б. $(1;1)$
в. $(-1;-1)$
г. $(0;0)$

513. Знайти точку мінімуму функції $z=(x-8)^2+(y-2)^2+7$

а. $(8;2)$
б. $(-8;-2)$
в. $(8;-2)$
г. $(-8;2)$

514. Знайти точку максимуму функції $z=-5-(x+4)^2-(y+7)^2$

а. $(-4;-7)$
б. $(4;7)$
в. $(-4;7)$
г. $(4;-7)$

515. Знайти точку максимуму функції $z=8-(x-2)^2-(y+3)^2$

а. $(2;-3)$
б. $(2;3)$
в. $(-2;3)$
г. $(-2;-3)$

516. Знайти точку максимуму функції $z=(x+1)^2+(y-1)^2-4$

а. правильної відповіді немає
б. $(-1;1)$
в. $(-1;-1)$
г. $(1;-1)$

517. Знайти градієнт функції $u=x^2+3yz-4$ в точці $M_0(1;-2;3)$

а. $\operatorname{grad} u=(2;9;-6)$
б. $\operatorname{grad} u=(2;9;6)$
в. $\operatorname{grad} u=(2;-9;-6)$
г. $\operatorname{grad} u=(-2;9;6)$

518. Знайти градієнт функції $u=5xz-2yz+7$ в точці $M_0(-2;1;2)$

а. $\operatorname{grad} u=(10;-4;-12)$
б. $\operatorname{grad} u=(10;4;12)$
в. $\operatorname{grad} u=(-10;4;-12)$
г. $\operatorname{grad} u=(-10;-4;-12)$

519. Знайти градієнт функції $u=2xyz-y^2$ в точці $M_0(-1;1;-2)$

а. $\operatorname{grad} u=(-4;2;-2)$
б. $\operatorname{grad} u=(4;2;2)$
в. $\operatorname{grad} u=(-4;-2;-2)$
г. $\operatorname{grad} u=(-4;-2;2)$

520. Знайти градієнт функції $u=x^2y-2xz^2$ в точці $M_0(2;-3;1)$

а. $\operatorname{grad} u=(-14;4;-8)$
б. $\operatorname{grad} u=(14;4;8)$

в. $\operatorname{grad} u = (-14; -4; -8)$
г. $\operatorname{grad} u = (-14; -4; 8)$

521. Знайти градієнт функції $u = 2\sqrt{x}yz + 4$ в точці $M_0(4; -2; 3)$5

а. $\operatorname{grad} u = (-3; 12; -8)$
б. $\operatorname{grad} u = (3; 12; 8)$
в. $\operatorname{grad} u = (-3; -12; -8)$
г. $\operatorname{grad} u = (3; -12; -8)$

522. Знайти градієнт функції $u = y^2 - 4xz + x$ в точці $M_0(-1; 3; -2)$

а. $\operatorname{grad} u = (9; 6; 4)$
б. $\operatorname{grad} u = (-9; 6; -4)$
в. $\operatorname{grad} u = (-9; -6; -4)$
г. $\operatorname{grad} u = (9; -6; 4)$

523. Знайти градієнт функції $u = xy^2 - 6\sqrt{z}$ в точці $M_0(-2; 3; 1)$

а. $\operatorname{grad} u = (9; -12; -3)$
б. $\operatorname{grad} u = (9; 12; -3)$
в. $\operatorname{grad} u = (-9; -12; -3)$
г. $\operatorname{grad} u = (9; 12; 3)$

524. Знайти градієнт функції $u = x^2 - 6y^3z$ в точці $M_0(2; -1; 1)$

а. $\operatorname{grad} u = (4; -18; 6)$
б. $\operatorname{grad} u = (4; 18; 6)$
в. $\operatorname{grad} u = (4; -18; -6)$
г. $\operatorname{grad} u = (-4; -18; -6)$

525. Знайти градієнт функції $u = x^3y^2z + 5$ в точці $M_0(-1; 2; 1)$

а. $\operatorname{grad} u = (12; -4; -4)$
б. $\operatorname{grad} u = (12; 4; 4)$
в. $\operatorname{grad} u = (12; -4; 4)$
г. $\operatorname{grad} u = (-12; 4; 4)$

526. Знайти градієнт функції $u = \sqrt{y}xz^2$ в точці $M_0(-3; 4; -2)$

а. $\operatorname{grad} u = (8; -3; 24)$
б. $\operatorname{grad} u = (-8; -3; 24)$
в. $\operatorname{grad} u = (-8; -3; -24)$
г. $\operatorname{grad} u = (8; 3; 24)$

527. Серед наведених тотожностей знайдіть тотожність, яка виражає закон поглинання:

а. $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$
б. $A \cup B = B \cup A$
в. $A \cup (A \cap B) = A$
г. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cap C)$

528. Яка з рівностей виражає закон де Моргана?

а. $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$
б. $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

в. $\overline{A \cup B} = \overline{A \cap B}$
г. інша відповідь

529. Закон ідемпотентності для операції об'єднання множин виражається рівністю

а. $A \cup \overline{A} = U$
б. $A \backslash A = \emptyset$
в. $A \cup \emptyset = A$
г. $A \cup A = A$

530. Бінарне відношення $R \subseteq M \times M$ називають рефлексивним, якщо

а. $\exists a \in M : (a, a) \in R$
б. $\forall a, b \in M : (a, b) \in R \Rightarrow (b, a) \in R$
в. $\forall a, b \in M : (a, b) \in R$
г. $\forall a \in M : (a, a) \in R$

531. Відношення називають відношенням еквівалентності, якщо воно має властивості

а. рефлексивності, симетричності, транзитивності
б. рефлексивності, антисиметричності, транзитивності
в. антисиметричності, транзитивності
г. інша відповідь

532. Для заданих множин $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5\}$, $C = \{2, 4\}$ визначити $(B \setminus A) \cup (C \setminus A)$:

а. $\{1, 2, 4\}$
б. $\{5\}$
в. $\{2, 4\}$
г. $\{1, 2, 3\}$

533. Перетином множин $A = \{x \in N \mid (x-1)(x-3)(x-5) = 0\}$ та $B = \{0, 1, 2, 3\}$ є множина

а. $\emptyset$
б. $\{0, 1, 2, 3, 5\}$
в. $\{1, 3\}$
г. $\{0, 2, 5\}$

534. $(k+1)$-й член бінома $(a+b)^n$ має вигляд

а. $C_n^k a^{n-k} b^k$
б. $C_n^k a^n b^k$
в. $C_n^{(k+1)} a^{n-k} b^k$
г. інша відповідь

535. Потужність множини всіх підмножин n-елементної множини дорівнює

а. 2^{n-1}
б. $n!$
в. 2^{2^n}
г. 2^n

536. Об'єднанням $A \cup B$ множин $A = \{x \in N \mid (x-1)(x-3)(x-5) = 0\}$ та $B = \{0, 1, 2, 3\}$ є множина

а. $\emptyset$
б. $\{0, 1, 2, 3, 5\}$
в. $\{1, 3\}$
г. $\{0, 2, 5\}$

537. Вираз $\overline{A \cap B \cup C}$ рівносильний

а. $(\overline{A} \cup \overline{B}) \cap \overline{C}$
б. $\overline{A} \cap \overline{B} \cup \overline{C}$
в. $\overline{A \cup B} \cap \overline{C}$
г. $\overline{A} \cup (\overline{B} \cup \overline{C})$

538. Потужність множини $\{1, \{2\}, \{1, 2\}\}$ дорівнює

а. 1
б. 2
в. 3
г. 4

539. Для заданих множин $A = \{1, 2\}$ і $B = \{2, 3, 4\}$ декартів добуток $B \times (A \setminus B)$ складається з елементів

а. $(2, 3), (2, 4), (3, 3), (3, 4)$
б. $(1, 2), (1, 3), (1, 4)$
в. $(1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4)$
г. $(2, 1), (3, 1), (4, 1)$

540. На множині $M = \{1, 2, 3\}$ задано відношення $R = \{(1, 2), (2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\}$. Йому відповідає матриця

а. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$
б. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
в. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
г. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

541. Які з властивостей (рефлексивність, антирефлексивність, симетричність, антисиметричність, транзитивність) порушуються для відношення R, визначеного на множині $M = \{1, 2, 3\}$, якщо $R = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 2), (3, 3)\}$?

а. антирефлексивність, симетричність
б. антирефлексивність, антисиметричність
в. симетричність, транзитивність
г. антисиметричність, транзитивність

542. Які з відношень R, S та P є відношеннями еквівалентності, якщо $R = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 3)\}$, $S = \{(1, 1), (1, 3), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2)\}$, $P = \{(1, 1), (1, 2), (2, 2), (2, 3), (3, 2)\}$

а. R
б. R і P
в. R і S
г. S

543. У розкладі бінома $(a+b)^9$ коефіцієнт при a^7b^2 дорівнює

а. 1
б. 36
в. 15
г. 34

544. Скільки п'ятизначних чисел, які закінчуються цифрою 0, можна утворити з цифр $\{0,1,2,3,4\}$, якщо кожну цифру використовувати лише 1 раз?

а. 5!
б. 4!
в. 5!-5
г. 5!-4!

545. Скільки є чотиризначних чисел, які діляться на 5?

а. $4!$
б. 2000
в. 1800
г. 900

546. Кількість всіх підмножин, які містять більше одного елемента, множини, що складається із 10 елементів, дорівнює

а. 2^{10}
б. $2^{10}-1$
в. $2^{10}-11$
г. $2^{10}-10$

547. Дві вершини графа, які є кінцями одного ребра, називаємо

а. ізольованими
б. інцидентними
в. роз'єднувальними
г. суміжними

548. Скільки ребер має простий граф, вершини якого мають такі степені: 4,3,3,2,2?

а. 7
б. 8
в. 9
г. 10

549. Рівняння $(3x^2+6xy^2)dx+(6yx^2+4y^3)dy=0$:

а. З відокремлюваними змінними
б. Однорідне
в. Лінійне
г. У повних диференціалах

550. Диференціальне рівняння $y'=\frac{1}{2xy+y^3}$:

а. Однорідне
б. Лінійне відносно $y(x)$
в. Лінійне відносно $x(y)$
г. Рівняння Бернуллі

551. Рівняння $y' = \frac{5xy+x}{y^2-7xy^2}$:

а. Однорідне
б. Лінійне відносно функції $x(y)$
в. Лінійне відносно функції $y(x)$
г. Серед наведених варіантів немає правильної відповіді

552. Рівняння $(2xy + 3y^2)dy + (x^2 + 6xy - 3y^2)dx = 0$:

а. Однорідне
б. Лінійне відносно функції $y(x)$
в. У повних диференціалах
г. З відокремлюваними змінними

553. Якщо $\mu(x) = e^{\int \varphi(x)dx}$ - інтегрувальний множник рівняння $M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$, то функція $\varphi(x)$ дорівнює:

а. $\frac{M'_y - N'_x}{M}$
б. $\frac{M'_y - N'_x}{N}$
в. $\frac{N'_x - M'_y}{N}$
г. $\frac{N'_x + M'_y}{N}$

554. Рівняння $y' = xy + x^2 + 1$ можна зінтегрувати розв'язувати за допомогою заміни:

а. $y = z \cdot x$
б. $y = u \cdot v$
в. $y = z^2$
г. $y = \int z\,dx$

555. Частинний розв'язок рівняння $y'' + 6y' = 5x$ методом невизначених коефіцієнтів потрібно шукати у вигляді:

а. $y = (Ax + B)x$
б. $y = Ax + B$
в. $y = Ax$
г. $y = 5Ax$

556. Частинний розв'язок рівняння $y'' + 36y = 24\cos 6x$ методом невизначених коефіцієнтів потрібно шукати у вигляді:

а. $y = A\cos 6x$
б. $y = A\cos x + B\sin x$
в. $y = A\cos 6x + B\sin 6x$
г. $y = Ax\cos 6x + Bx\sin 6x$

557. Методом варіації довільних сталих розв'язок диференціального рівняння $4y'' + 4y' + y = \frac{1}{1+e^x}$ потрібно шукати в вигляді:

а. $y = C_1(x)e^{\frac{x}{2}} + C_2(x)e^{-\frac{x}{2}}$

б. $y = e^{\frac{x}{2}}(C_1(x)\cos x + C_2(x)\sin x)$
в. $y = C_1(x)e^{-\frac{x}{2}} + xC_2(x)e^{-\frac{x}{2}}$
г. $y = C_1(x)e^{\frac{x}{2}} + xC_2(x)e^{\frac{x}{2}}$

558. Частинний розв'язок диференціального рівняння $y'' - 8y' + 15y = 2e^{3x} + \sin 5x$ методом невизначених коефіцієнтів потрібно шукати у вигляді:

а. $y = Ax^2e^{3x} + Bx\cos 5x + Cx\sin 5x$
б. $y = Ae^{3x} + B\sin 5x$
в. $y = Ae^{3x} + B\sin 5x + C\cos 5x$
г. $y = Axe^{3x} + B\sin 5x + C\cos 5x$

559. Фундаментальною системою розв'язків рівняння $y^{(n)} + a_1y^{(n-1)} + \ldots + a_ny = 0$ називаються:

а. nрозв'язків цього рівняння, які не дорівнюють тотожно нулю
б. Лінійно незалежні розв'язки цього рівняння
в. Особливі розв'язки цього рівняння
г. Серед наведених варіантів немає правильної відповіді

560. Загальний розв'язок лінійного неоднорідного диференціального рівняння дорівнює:

а. Лінійній комбінації розв'язків з фундаментальної системи розв'язків цього рівняння
б. Сумі частинних розв'язків цього і відповідного однорідного рівнянь
в. Сумі довільного розв'язку цього рівняння і лінійної комбінації розв'язків з фундаментальної системи розв'язків відповідного однорідного рівняння
г. Серед наведених варіантів немає правильної відповіді

561. Загальний вигляд рівняння Лагранжа:

а. $y' = x\varphi(y) + \psi(y)$
б. $y = x\varphi(y') + \psi(y')$
в. $x = y\varphi(y') + \psi(y')$
г. $y = xy' + \psi(y')$

562. Загальним розв'язком рівняння Клеро $y = xy' + \varphi(y')$ є:

а. $y = Cx + C$
б. $y = Cx + \varphi(C)$
в. $y = x + \varphi(C)$
г. $y = Cx + C\varphi(C)$

563. Рівняння Лагранжа є окремим випадком рівняння:

а. Клеро
б. $y = f(x, y')$
в. $y' = f(x, y)$
г. $x = f(y, y')$

564. Система $\begin{cases} \frac{dy_1}{dx} = f_1(x, y_1, y_2, \ldots, y_n), \\ \cdots \quad \cdots \quad \cdots \\ \frac{dy_n}{dx} = f_n(x, y_1, y_2, \ldots, y_n) \end{cases}$ називається:

а. Канонічною
б. Нормальною
в. Автономною

г. Лінійною

565. Яке з рівнянь є рівнянням Ейлера:

а. $x^2y'' - 3y' + 4y = 0$
б. $(x^2 + 1)y'' + 2xy' - 7y = 0$
в. $yy'' + xy'^2 + 1 = 0$
г. $x^2y'' - 3xy' + 4y = 0$

566. Функція $y = x^{100}$ є розв'язком диференціального рівняння:

а. $y^{(100)} = 99!$
б. $y^{(100)} = 100!$
в. $y^{(100)} = 101!$
г. $y^{(101)} = 100!$

567. $y'^2 = 4y$ - диференціальне рівняння сім'ї:

а. парабол $y = (x - C)^2$
б. парабол $x = (y - C)^2$
в. гіпербол $y = (x - C)^{-1}$
г. кіл $y^2 + (x - C)^2 = 1$

568. Задача Коші $y' = x^2 + y^2$, $y(0) = 1$ має розв'язків:

а. Безліч
б. Жодного
в. Два
г. Один

569. Скільки інтегральних кривих рівняння $y' = x^{2013} + y^{2014}$ проходить через початок координат:

а. Одна
б. Дві
в. Три
г. Безліч

570. Для рівняння $y' = f(x, y)$ розв'язок $y = y(x)$, у кожній точці якого порушується єдиність розв'язку задачі Коші, називають:

а. єдиним
б. особливим
в. частинним
г. загальним

571. Визначте рівняння з відокремлюваними змінними:

а. $ydx + (x^2 + x^2y^2)dy = 0$
б. $y^2dx + (x^2 - y^2)dy = 0$
в. $ydx + (x^2 + y^2)dy = 0$
г. $y^2dx + \sqrt{x^2 - y^2}dy = 0$

572. Рівняння $y' = \sqrt[3]{2x - y} + 1$ зводиться до рівняння з відокремлюваними змінними за допомогою заміни:

а. $z = \frac{y}{x}$

б. $z = 2x - y$
в. $z = \sqrt[3]{2x - y}$
г. $z = \sqrt[3]{2x - y} + 1$

573. Рівняння $y' = (x - y)^3$ зводиться до рівняння з відокремлюваними змінними за допомогою заміни

а. $z = \frac{y}{x}$
б. $z = (x - y)^3$
в. $z = x - y$
г. $z = uv$

574. Визначте однорідне диференціальне рівняння першого порядку:

а. $y' = \frac{x+y+2}{x+y}$
б. $(x + y + 1)dx + (x + y)dy = 0$
в. $(x + y)dx - 2xydy = 0$
г. $y' = \ln y - \ln x$

575. $f(x, y)$ - однорідна функція виміру m, якщо:

а. $f(tx, ty) = f^m(x, y)$
б. $f(x, y) = t^m f(tx, ty)$
в. $f(tx, ty) = m\, f(x, y)$
г. $f(tx, ty) = t^m f(x, y)$

576. Вкажіть однорідну функцію виміру $3/2$:

а. $\sqrt[3]{y^2 + x^2}$
б. $\sqrt{y^2 + x^2}$
в. $\sqrt{y^3 + x^3}$
г. $\sqrt[3]{y + x}$

577. Рівняння $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ є однорідним, якщо його коефіцієнти:

а. однорідні виміру 0
б. однорідні однакового виміру
в. відмінні від нуля
г. неперервні

578. Визначте рівняння, яке не є рівнянням з відокремлюваними змінними:

а. $x^2 e^{x+y} dx + \sqrt{yx} dy = 0$
б. $x(y + 1)dx - (x^2 + 1)dy = 0$
в. $y' + x^2 y = \sqrt{x} y$
г. $y' + x^2 y = x\sqrt{y}$

579. Рівняння $y' = \frac{2x-y-3}{8x-4y-8}$ зводиться до рівняння з відокремлюваними змінними з допомогою заміни:

а. $y = uv$
б. $z = \frac{y}{x}$
в. $y = ux^k$
г. $z = 2x - y$

580. Визначте рівняння Бернуллі:

а. $y' + x^2y = xy$
б. $y' + xy^3 = xy^2$
в. $y' + x^2y = xy^2$
г. $y = y' + x^2y'^2$

581. Диференціальне рівняння $f'(y)\, y' + p(x)\, f(y) = q(x)$ зводиться до лінійного за допомогою заміни:

а. $z = f(x)$
б. $z = \frac{y}{x}$
в. $z = f(y)$
г. $y = uv$

582. Формула для знаходження інтегрувального множника лінійного рівняння $y' + p(x)y = q(x)$:

а. $\mu(x) = e^{\int p(x)dx}$
б. $\mu(x) = e^{\int q(x)dx}$
в. $\mu(x) = e^{-\int q(x)dx}$
г. $\mu(x) = e^{-\int p(x)dx}$

583. Визначте рівняння Клеро:

а. $y + xy' = \sqrt{y}'$
б. $y - xy' = \sqrt[4]{y'}$
в. $y = xy'^2 + \sqrt[3]{y'}$
г. $y = xy'^2 - y'^3$

584. Загальним розв'язком рівняння Клеро є сім'я:

а. прямих
б. кіл
в. парабол
г. гіпербол

585. Характеристичними числами рівняння $y''' - 3y'' + 3y' - y = 0$ є :

а. $k_1 = 1,\ k_{2,3} = -1$
б. $k_{1,2,3} = 1$
в. $k_{1,2,3} = -1$
г. $k_{1,2} = 1,\ k_3 = 0$

586. Характеристичними числами рівняння $y^{(4)} + 6y'' + 9y = 0$ є :

а. $k_{1,2} = \sqrt{3},\ k_{3,4} = -\sqrt{3}$
б. $k_{1,2} = \sqrt{3}i,\ k_{3,4} = -\sqrt{3}i$
в. $k_{1,2} = 3i,\ k_{3,4} = -3i$
г. $k_{1,2} = \pm 3i,\ k_{3,4} = \pm\sqrt{3}i$

587. Порядок рівняння $y'' = 2yy'$ можна зменшити за допомогою заміни:

а. $y' = z(x)$
б. $y' = yz(x)$
в. $y'' = z(x)$
г. $y' = z(y)$

588. Які функції можуть утворювати фундаментальну систему розв'язків деякого лінійного однорідного диференціального рівняння другого порядку:

а. $y_1 = x, \quad y_2 = 3x$
б. $y_1 = x, \quad y_2 = x^3$
в. $y_1 = 12\sin 3x + 8\cos 3x, \quad y_2 = 6\cos 3x + 9\sin 3x$
г. $y_1 = e^{3x}, y_2 = 3e^{3x}$

589. Визначник Вронського для лінійно незалежних розв'язків рівняння $y'' + 3x^2y' - 4y = 0$ подається формулою:

а. $W(x) = Ce^{3x^2}$
б. $W(x) = Ce^{-x^3}$
в. $W(x) = Ce^{x^3}$
г. $W(x) = Ce^{-3x}$

590. Якщо вронскіан розв'язків диференціального рівняння $y''' + 4xy'' - (x^2+1)y' + 5y = 0$ дорівнює нулю в точці $x = 5$, то він:

а. дорівнює нулю в точці $x = 6$
б. може як дорівнювати нулю, так і не дорівнювати нулю в точці $x = 6$
в. не існує в точці $x = 6$
г. не дорівнює нулю в точці $x = 6$

591. Загальним розв'язком неявного рівняння $F(x, y') = 0$ у параметричній формі є

а. $x = \varphi(t), \quad y = \int \varphi(t)\psi'(t)dt + C$
б. $x = \varphi(t), \quad y = \int \varphi'(t)\psi'(t)dt + C$
в. $x = \varphi(t), \quad y = \int \psi'(t)dt + C$
г. $x = \varphi(t), \quad y = \int \varphi'(t)\psi(t)dt + C$

592. Якщо $\mu = \mu(x, y)$ - інтегрувальний множник рівняння $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$, то інтегрувальним множником цього рівняння буде також функція:

а. $\mu + x$
б. $C\sqrt{\mu}$
в. $C\mu$
г. μ^2

593. Інваріантом рівняння $y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$ є функція

а. $I(x) = -\frac{p'(x)}{2} - \frac{p^2(x)}{4} + q(x)$
б. $I(x) = -\frac{p'(x)}{2} + \frac{p^2(x)}{4} + q(x)$
в. $I(x) = -\frac{p'(x)}{2} - \frac{p^2(x)}{4} - q(x)$
г. $I(x) = \frac{p'(x)}{2} - \frac{p^2(x)}{4} + q(x)$

594. Вкажіть диференціальне рівняння у самоспряженій формі:

а. $p'(x)y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$
б. $p(x)y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$
в. $p(x)y'' + p'(x)y' + q(x)y = 0$
г. $y'' + p_1(x)y = 0$

595. Якщо $y_1 = x$ - частинний розв'язок рівняння $(1 - x^2)y'' - 2xy' + 2y = 0$, то порядок

цього рівняння можна зменшити за допомогою заміни:

а. $y = u \int y_1 dx$
б. $y = y_1 + \int u dx$
в. $y = y_1 \int u dx$
г. $y = y_1 u$

596. Порядок рівняння $F\left(x, y^{(k)}, y^{(k+1)}, ..., y^{(n)}\right) = 0, 1 \leq k < n$, можна зменшити за допомогою заміни:

а. $y' = z(x)$
б. $y^{(k)} = z(x)$
в. $z = \frac{y'}{y}$
г. $y^{(k)} = z(x)y$

597. Після заміни $y' = z$ рівняння $4y' + y''^2 = 4xy''$ зведеться до рівняння:

а. Клеро
б. Ріккаті
в. Бернуллі
г. з відокремлюваними змінними

598. Якщо у диференціальному рівнянні $F\left(x, y, y', ..., y^{(n)}\right) = 0$ функція F однорідна відносно $y, y', \ldots, y^{(n)}$, то порядок цього рівняння можна зменшити за допомогою заміни:

а. $z(x) = y'y$
б. $y' = z(y)$
в. $\frac{y'}{y} = z(x)$
г. $y' = z(x)$

599. Нехай $W(x)$ - вронскіан розв'язків рівняння $y^{(n)} + p_1(x)y^{(n-1)} + ... + p_n(x)y = 0$. Тоді формула Остроградського-Ліувілля має такий вигляд:

а. $W(x) = W(x_0)e^{\int_{x_0}^{x} p_1(x)dx}$
б. $W(x) = W(x_0)e^{-\int_{x_0}^{x} p_1(x)dx}$
в. $W(x) = W(x_0)e^{-\int p_1(x)dx}$
г. $W(x) = W(x_0)e^{-\int_{x_0}^{x} p_n(x)dx}$

600. Інтегруючи рівняння $x^n y^{(n)} + a_1 x^{n-1} y^{(n-1)} + ... + a_{n-1} x y' + a_n y = 0$, виконують заміну:

а. $y = e^t$
б. $x = e^t, \;\; y = z(t)e^t$
в. $x = e^{-t}$
г. $x = e^t$

601. Рівняння $x^2 y'' + 2xy' + n^2 y = 0$ є рівнянням:

а. Ейлера
б. Чебишова
в. Лагранжа
г. Бернуллі

602. Частинний розв'язок $Y = Y(x)$ рівняння $y^{(4)} - y''' + y'' - y' = x^2 + x$ методом невизначених коефіцієнтів потрібно шукати у вигляді:

а. $Y = x(Ax + Bx)$
б. $Y = x^2(Ax^2 + Bx + C)$
в. $Y = Ax^2 + Bx + C$
г. $Y = x(Ax^2 + Bx + C)$

603. Рівняння n-го порядку, розв'язане відносно старшої похідної $y^{(n)} = f\left(x, y, y', ..., y^{(n-1)}\right)$, зводиться до рівносильної нормальної системи диференціальних рівнянь за допомогою замін:

а. $x = e^t,\ y = z(t)e^{kt}$
б. $y' = y_1,\ y'' = y_2,\ y''' = y_3,\ \dots,\ y^{(n)} = y_n$
в. $y = y_1,\ y' = y_2,\ y'' = y_3,\ \dots,\ y^{(n-1)} = y_n$
г. $y' = y_1,\ y'' = y_2,\ \dots,\ y^{(n-1)} = y_{n-1}$

604. Частинний розв'язок $Y = Y(x),\ Z = Z(x)$ системи $\begin{cases} y' = y - 2z + e^x, \\ z' = y + 4z + e^{2x} \end{cases}$ (характеристичні числа $k_1 = 2,\ k_2 = 3$) за допомогою методу невизначених коефіцієнтів потрібно шукати у вигляді

а. $Y = Ae^x, \quad Z = (Ax + B)e^{2x}$
б. $Y = Ae^x + (Bx + C)e^{2x}, \quad Z = De^x + (Ex + F)e^{2x}$
в. $Y = Ae^x + Be^{2x}, \quad Z = Ce^x + De^{2x}$
г. $Y = Ae^x + x(Bx + C)e^{2x}, \quad Z = De^x + x(Ex + F)e^{2x}$

605. Частинний розв'язок $Y = Y(x),\ Z = Z(x)$ системи $\begin{cases} y' = 4y - z + e^{3x}\sin x, \\ z' = y + 2z + xe^{3x}\cos x \end{cases}$ (характеристичні числа $k_1 = k_2 = 3$) за допомогою методу невизначених коефіцієнтів потрібно шукати у вигляді

а. $Y = A\sin x + (Bx + C)\cos x, \quad Y = a\sin x + (bx + c)\cos x$
б. $Y = A\sin x + B\cos x, \quad Y = a\sin x + b\cos x$
в. $Y = (Ax + B)\sin x, \quad Y = (ax + b)\cos x$
г. $Y = (Ax + B)\sin x + (Cx + D)\cos x, \quad Y = (ax + b)\sin x + (cx + d)\cos x$

606. Якщо всі елементи деякого рядка квадратної матриці помножити на їх алгебраїчні доповнення і додати, то ми тримаємо

а. визначник даної матриці
б. число нуль
в. подвійний визначник даної матриці
г. визначник даної матриці з протилежним знаком

607. Якщо всі елементи деякого рядка квадратної матриці помножити на алгебраїчні доповнення до відповідних елементів іншого рядка і додати, то ми тримаємо

а. визначник даної матриці
б. число нуль
в. подвійний визначник даної матриці
г. визначник даної матриці з протилежним знаком

608. Матрицю A можна помножити на матрицю B, якщо

а. A і B довільні матриці

б. кількість рядків матриці A дорівнює кількості стовпців матриці B
в. кількість стовпців матриці A дорівнює кількості рядків матриці B
г. A і B однакового розміру

609. Якщо всі елементи визначника третього порядку Δ помножити на число m, то одержаний визначник дорівнюватиме

а. $m^9\Delta$
б. $m\Delta$
в. $m^3\Delta$
г. $m^2\Delta$

610. Якщо всі елементи деякого рядка визначника третього порядку Δ помножити на число m, то одержаний визначник дорівнюватиме

а. $m^3\Delta$
б. $m^9\Delta$
в. $m\Delta$
г. $m^2\Delta$

611. Матриці A і B мають однакові розміри 4×2. Над ними можна виконати таку операцію:

а. перемножити A на B
б. додати
в. перемножити B на A
г. поділити A на B

612. Матриці A і B мають розміри 4×2 і 2×3 відповідно. Над ними можна виконати таку операцію:

а. перемножити A на B
б. додати
в. перемножити B на A
г. поділити A на B

613. Однорідна система лінійних рівнянь завжди

а. сумісна і визначена
б. сумісна і невизначена
в. не сумісна
г. сумісна

614. Визначник матриці не зміниться, якщо

а. до елементів одного рядка додати відповідні елементи іншого рядка
б. елементи двох рядків поміняти місцями
в. до елементів деякого рядка додати число відмінне від нуля
г. елементи деякого рядка помножити на довільне дійсне число

615. Визначник добутку двох матриць

а. дорівнює добутку визначників цих матриць
б. менший від добутку визначників цих матриць
в. більший від добутку визначників цих матриць
г. дорівнює сумі визначників цих матриць

616. До квадратної матриці існує обернена матриця лише тоді, коли

а. її визначник не дорівнює нулю
б. її визначник дорівнює одиниці
в. всі її елементи відмінні від нуля
г. її визначник дорівнює нулю

617. Матриці A і B називають подібними, якщо

а. існує невироджена матриця C така, що $A = C^{-1}BC$
б. існує невироджена матриця C така, що $A = BC$
в. $A = B^{-1}$
г. $A = B^2$

618. Вектори $a = (1; 2)$, $b = (-4; -3)$ утворюють базис. Знайти розклад вектора $d = (-2; 1)$ у цьому базисі:

а. $(-3; -1)$
б. $(2; 1)$
в. $(-1; -3)$
г. $(1; 1)$

619. Обчислити визначник матриці $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & -3 & 2 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$

а. 3
б. 2
в. 4
г. 0

620. Обчислити ранг матриці $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & -3 & 2 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$

а. 3
б. 2
в. 4
г. 0

621. Знайти ранг нульової квадратної матриці n-ого порядку:

а. 0
б. 1
в. n
г. -1

622. Знайти ранг одиничної матриці n-ого порядку:

а. 0
б. 1
в. n
г. -1

623. Підпростір лінійного простору — це

а. підмножина замкнена відносно додавання і множення на скаляр
б. довільна його підмножина
в. підмножина замкнена відносно додавання

г. підмножина замкнена відносно множення на скаляр

624. Базис лінійного простору — це множина його елементів, які

а. лінійно незалежні, і будь-який елемент простору є їх лінійною комбінацією
б. лінійно незалежні
в. лінійно залежні
г. лінійно залежні, і будь-який елемент простору є їх лінійною комбінацією

625. Розмірність лінійного простору дорівнює

а. кількості елементів в його базі
б. кількості всіх його елементів
в. кількості його підпросторів
г. кількості елементів деякого його підпростору

626. Вкажіть правильну рівність для розмірності суми підпросторів L_1 та L_2 деякого лінійного простору L:

а. $\dim(L_1 + L_2) = \dim(L_1) + \dim(L_2) - \dim(L_1 \cap L_2)$
б. $\dim(L_1 + L_2) = \dim(L_1) + \dim(L_2) + \dim(L_1 \cap L_2)$
в. $\dim(L_1 + L_2) = \dim(L_1) + \dim(L_2)$
г. $\dim(L_1 + L_2) = \dim(L_1 \cap L_2)$

627. Розмірність лінійного простору $L = \{(a; 0; b; c; d) |\ a = 2b - c + d;\ a, b, c, d \in R\}$ рівна:

а. 3
б. 4
в. 5
г. 2

628. В якій нерівності використовується скалярний добуток?

а. трикутника
б. Паскаля
в. Галуа-Вієта
г. Коші-Буняковського

629. Елемент s напівгрупи S з одиницею e називається оборотним, якщо для деякого $x \in S$

а. $se = x$
б. $s^{-1}s = x$
в. $sx = xs = e$
г. інша відповідь

630. Модулем комплексного числа $z = x + iy$, де $x, y \in \mathbb{R}$, називається число

а. $\sqrt{x^2 + y^2}$
б. $x^2 + y^2$
в. $\sqrt{(x + y)^2}$
г. $|x| + |y|$

631. Скільки елементів містить симетрична група S_n?

а. $n!$
б. n

в. $\frac{n!}{2}$
г. інша відповідь

632. Яке з чисел є характеристикою деякого поля?

а. 7
б. 8
в. 9
г. 10

633. Попарно неізоморфних груп порядку 4 існує рівно

а. 0
б. 1
в. 2
г. 4

634. Записом комплексного числа $z = -\cos\varphi - i\sin\varphi$ в тригонометричній формі є

а. $z = \cos(\pi + \varphi) + i\sin(\pi + \varphi)$
б. $z = \cos(-\varphi) + i\sin(-\varphi)$
в. $z = \cos(\pi - \varphi) + i\sin(\pi - \varphi)$
г. $z = \cos(\frac{\pi}{2} + \varphi) + i\sin(\frac{\pi}{2} + \varphi)$

635. Число α є k-кратним коренем многочлена $f(x)$, якщо

а. $f(\alpha) = f'(\alpha) = \ldots = f^{(k-1)}(\alpha) = 0, f^{(k)}(\alpha) \neq 0$
б. $f(\alpha) = f'(\alpha) = \ldots = f^{(k)}(\alpha) = 0$
в. $f(\alpha) = f'(\alpha) = \ldots = f^{(k-1)}(\alpha) = 0$
г. $f(\alpha) = f'(\alpha) = \ldots = f^{(k)}(\alpha) = 0, f^{(k+1)}(\alpha) \neq 0$

636. Для того, щоб два многочлени мали спільний корінь, необхідно і достатньо, щоб

а. їхній результант дорівнював нулю
б. один з них був дільником іншого
в. вони мали рівні дискримінанти
г. вони ділились один на одного

637. Скільки існує абелевих груп, які містять неабелеву підгрупу?

а. 0
б. 1
в. 5
г. безліч

638. Порядок циклу (1423) симетричної групи S_4 дорівнює

а. 1
б. 2
в. 3
г. 4

639. Яка з наступних груп є нескінченною абелевою?

а. A_3
б. $\mathbb{R}$
в. V_4
г. D_3

640. Скільки розв'язків має конгруенція $2x \equiv -1 (\mathrm{mod}\ 5)$?

а. 2
б. 1
в. 0
г. 5

641. Яка з наступних структур є групою?

а. $(\mathbb{R}, +)$
б. $(\mathbb{R}, \cdot)$
в. $(\mathbb{R}, -)$
г. $(\mathbb{R}, /)$

642. Скільки є цілих чисел, конгруентних з 1 за модулем 5?

а. безліч
б. 1
в. 5
г. 0

643. Конгруенція $6x \equiv 18 (\mathrm{mod}\ 12)$ має за модулем 12

а. 6 класів-розв'язків
б. 0 класів-розв'язків
в. 12 класів-розв'язків
г. 1 клас-розв'язок

644. Підгрупи якого порядку містить циклічна група порядку 7?

а. 1 і 7
б. 1, 3, 4, 7
в. 3, 4
г. інша відповідь

645. Теорема Вільсона стверджує, що

а. $(p-1)! + 1 \equiv 0 (\mathrm{mod}\ p)$
б. $(p-1)! - 1 \equiv 0 (\mathrm{mod}\ p)$
в. $(p-1)! \equiv 0 (\mathrm{mod}\ p)$
г. інша відповідь

646. Чому дорівнює кількість натуральних чисел, які не перевищують натурального числа N і діляться на просте p?

а. $[\frac{N}{p}]$
б. $[\frac{N}{p}] + 1$
в. $\frac{N}{p}$
г. інша відповідь

647. Яка з конгруенцій правильна?

а. $-7 \equiv 8 (\mathrm{mod}\ 5)$
б. $-7 \equiv 8 (\mathrm{mod}\ 4)$
в. $-1 \equiv 1 (\mathrm{mod}\ 3)$
г. $-3 \equiv 3 (\mathrm{mod}\ 2013)$

648. Скільки елементів містить знакозмінна група A_n?

а. n!
б. n
в. $\frac{n!}{2}$
г. інша відповідь

649. Яка з наступних груп є циклічною?

а. $(\mathbb{Z}, +)$
б. S_3
в. $(\mathbb{R}, +)$
г. Q_8

650. Порядок групи S_5 дорівнює

а. 24
б. 12
в. 4
г. інша відповідь

651. Скільки існує циклічних груп, які містять нециклічну підгрупу?

а. 0
б. 1
в. 5
г. безліч

652. Для того, щоб напівгрупа була групою, необхідно і достатньо, щоб вона була

а. квазігрупою
б. групоїдом
в. моноїдом
г. біноїдом

653. Послідовність знаменників підхідних дробів ірраціонального числа

а. спадає
б. зростає
в. обмежена згори
г. інша відповідь

654. Теорему про нескінченність множини простих чисел називають теоремою

а. Евкліда
б. Діріхле
в. Ейлера
г. Вільсона

655. Числа a і b є конгруентними за модулем m, якщо

а. $m|(a+b)$
б. $m|(a-b)$
в. $m|a, m|b$
г. інша відповідь

656. Остача від ділення 117 на 11 в кільці цілих чисел дорівнює

а. 0
б. 3
в. 7
г. 4

657. Кількість чисел в зведеній системі лишків за модулем m дорівнює

а. m
б. $\varphi(m)$
в. $\tau(m)$
г. інша відповідь

658. Яка з множин утворює повну систему лишків за модулем 4?

а. $\{-1, 4, -2, -3\}$
б. $\{1, 4, -2, -3\}$
в. $\{-1, -4, 2, 3\}$
г. $\{1, 4, 2, -3\}$

659. Розв'яжіть в простих числах рівняння $\varphi(p^2) = 20$, де φ - функція Ейлера.

а. -4
б. $2\sqrt{5}$
в. 3
г. 5

660. Розв'язати конгруенцію $3x \equiv 13 (\mathrm{mod}\ 7)$:

а. $x \equiv 3 (\mathrm{mod}\ 7)$
б. $x \equiv 2 (\mathrm{mod}\ 7)$
в. $x \equiv 4 (\mathrm{mod}\ 7)$
г. $\emptyset$

661. Значення функції $\tau(n)$ для $n = 392$ дорівнює

а. 5
б. 6
в. 12
г. інша відповідь

662. Значення ланцюгового дробу $[2; 1; 2]$ дорівнює

а. 5
б. 3
в. $\frac{7}{2}$
г. $\frac{8}{3}$

663. Канонічний розклад числа $7!$ має вигляд

а. $2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$
б. $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$
в. $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$
г. інша відповідь

664. Елемент e напівгрупи S називається правою одиницею, якщо для будь-якого $s \in S$

а. $se = s$

б. $s^{-1}s = e$
в. $es = s$
г. інша відповідь

665. Для груп $(G, \circ)$ і $(H, *)$ гомоморфізм $\varphi : G \to H$ називається ізоморфізмом, якщо він є

а. ін'єктивним
б. сюр'єктивним
в. бієктивним
г. інша відповідь

666. Кільце $\mathbb{Z}/(m)$ містить дільники нуля, якщо

а. $m = 5$
б. $m = 2$
в. $m = 3$
г. $m = 4$

667. Порядок групи D_3 дорівнює

а. 3
б. 6
в. 4
г. інша відповідь

668. Група називається абелевою, якщо задана на ній бінарна операція є

а. комутативною
б. асоціативною
в. дистрибутивною
г. неперервною

669. Порядок циклу (12) симетричної групи S_3 дорівнює

а. 1
б. 2
в. 3
г. 6

670. Яка з наступних груп є неабелевою?

а. $\mathbb{Z}$
б. $\mathbb{R}$
в. V_4
г. D_3

671. Одиницею групи $(\mathbb{Z}, +)$ є число

а. -1
б. 0
в. 1
г. інша відповідь

672. Яка з наступних структур є моноїдом, але не є групою?

а. $(\mathbb{Z}, +)$
б. $(\mathbb{Z}, \cdot)$

в. $(\mathbb{Z}, -)$
г. $(\mathbb{Z}, /)$

673. Яка з підгруп не є нормальною в симетричній групі $S_3 = \{(1),(12),(13),(23),(123),(132)\}$?

а. S_3
б. $\{(1)\}$
в. $\{(1),(23)\}$
г. $\{(1),(123),(132)\}$

674. Добуток циклів $(123)(13)$ дорівнює

а. (13)
б. (23)
в. (123)
г. (132)

675. Яка з підмножин не є ідеалом кільця $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$

а. $\mathbb{Z}$
б. $\{0\}$
в. $3\mathbb{Z}$
г. $\mathbb{N}$

676. Елемент e напівгрупи S називається одиницею, якщо для будь-якого $s \in S$

а. $se = s$
б. $s^{-1}s = e$
в. $es = s$
г. $es = se = s$

677. Для груп $(G, \circ)$ і $(H, *)$ гомоморфізм $\varphi : G \to H$ називається вкладенням (мономорфізмом), якщо він є

а. ін'єктивним
б. сюр'єктивним
в. бієктивним
г. інша відповідь

678. Комутатор $[a, b]$ елементів a, b групи G дорівнює

а. $b^{-1}ab$
б. $a^{-1}b^{-1}ab$
в. ab
г. інша відповідь

679. Скільки існує попарно неізоморфних груп порядку 5?

а. 1
б. 2
в. 3
г. 5

680. Оберненим до елемента 3 групи $(\mathbb{Z}, +)$ є елемент

а. $\frac{1}{3}$

б. 0
в. -3
г. інша відповідь

681. Порядок групи Q_8 дорівнює

а. 4
б. 16
в. 8
г. інша відповідь

682. Порядок групи S_4 дорівнює

а. 24
б. 12
в. 4
г. інша відповідь

683. Порядок циклу (1234) симетричної групи S_4 дорівнює

а. 1
б. 2
в. 3
г. 4

684. Яка з наступних груп є абелевою?

а. $\mathbb{Z}$
б. Q_8
в. A_4
г. D_3

685. Яка з наступних структур не є напівгрупою?

а. $(\mathbb{Z}, +)$
б. $(\mathbb{Z}, \cdot)$
в. $(\mathbb{Z}, -)$
г. $(\mathbb{R}, +)$

686. Яка з підгруп не є нормальною в групі $(\mathbb{R}, +)$?

а. $\mathbb{R}$
б. $\{0\}$
в. $\mathbb{Z}$
г. такої підгрупи не існує

687. Добуток циклів $(12)(132)$ дорівнює

а. (13)
б. (12)
в. (123)
г. (132)

688. Яка з підмножин є ідеалом кільця $(\mathbb{R}, +, \cdot)$?

а. Q
б. $\mathbb{R}$

в. $\mathbb{Z}$
г. $\mathbb{N}$

689. Яка із заданих функцій є розв'язком рівняння $u_t = u_{xx}$?

а. $u = \sin(t - x)$
б. $u = x^3 + 6tx$
в. $u = t^3 + x^3$
г. $u = \cos x + \sin t$

690. Яка із заданих функцій є розв'язком рівняння $u_{xx} + 9u_{yy} = 0$?

а. $u = 9x^2 - y^2$
б. $u = \sin(3x + y)$
в. $u = 3x^3 + y^3$
г. $u = 9\cos x + \sin y$

691. Скільки розв'язків має задача Неймана для рівняння Лапласа?

а. жодного або безліч
б. один або безліч
в. жодного або один
г. один

692. Скільки розв'язків має задача Неймана для рівняння Пуассона?

а. жодного або безліч
б. один або безліч
в. жодного або один
г. один

693. Скільки розв'язків має задача Діріхле для рівняння Лапласа?

а. один
б. один або безліч
в. безліч
г. жодного або безліч

694. Скільки розв'язків має задача Діріхле для рівняння Пуассона?

а. один
б. один або безліч
в. безліч
г. жодного або безліч

695. Скільки розв'язків має третя крайова задача для рівняння Лапласа?

а. один
б. один або безліч
в. безліч
г. жодного або безліч

696. Скільки розв'язків має третя крайова задача для рівняння Пуассона?

а. один
б. один або безліч
в. безліч
г. жодного або безліч

697. Який фізичний зміст має перша крайова умова для рівняння струни?

а. кінець закріплено
б. кінець вільний
в. кінець відсутній
г. кінець пружньо закріплено

698. Який фізичний зміст має друга крайова умова для рівняння струни?

а. кінець вільний
б. кінець закріплено
в. кінець відсутній
г. кінець пружньо закріплено

699. Який фізичний зміст має третя крайова умова для рівняння струни?

а. кінець пружньо закріплено
б. кінець закріплено
в. кінець відсутній
г. кінець вільний

700. Яка із заданих функцій є розв'язком рівняння $u_{tt} = 4u_{xx}$?

а. $u = (2t - x)^5$
б. $u = \sin(t - 5x)$
в. $u = t^3 + 4x^2 - 2t$
г. $u = \cos x - 2\sin t$

701. Яка із заданих функцій є розв'язком рівняння $u_{tt} = 9u_{xx}$?

а. $u = (3t - x)^4$
б. $u = \cos(t - 9x)$
в. $u = t^2 + 4x^3 - 2xt$
г. $u = \cos x - 3\sin t$

702. Яка із заданих функцій є розв'язком рівняння $u_{tt} = u_{xx}$?

а. $u = (t + x)^6$
б. $u = \sin(t + 2x)$
в. $u = t^4 + x^3 - 2tx$
г. $u = \cos x - \sin t$

703. Яка з наведених задач не є коректною?

а. задача Коші для рівняння Лапласа
б. задача Коші для рівняння струни
в. задача Коші для рівняння теплопровідності
г. Задача Діріхле для рівняння Пуассона

704. Яка з наведених нижче задач не є коректною?

а. задача Коші для рівняння Пуассона
б. задача Коші для рівняння струни
в. задача Коші для рівняння теплопровідності
г. задача Неймана для рівняння Лапласа

705. Яка з перелічених нижче задач не є коректною?

а. початкова задача для рівняння еліптичного типу
б. мішана задача для рівняння струни
в. задача Коші для хвильового рівняння
г. третя крайова задача для рівняння Лапласа

706. Для яких функцій справджується теорема про середнє значення по кулі?

а. для гармонічних
б. для нескінченно диференційованих
в. для квадратичних
г. для ергодичних

707. Для яких функцій справджується теорема про середнє значення по сфері?

а. для гармонічних
б. для диференційованих
в. для кубічних
г. для ергодичних

708. Якою формулою подається розв'язок задачі Коші для рівняння струни?

а. формулою Даламбера
б. формулою Коші
в. формулою Пуассона
г. формулою Вейєрштраса

709. Якою формулою подається розв'язок задачі Коші для рівняння теплопровідності?

а. формулою Пуассона
б. формулою Коші
в. формулою Даламбера
г. формулою Вейєрштраса

710. Якою формулою подається розв'язок задачі Діріхле для рівняння Лапласа в кулі ?

а. формулою Пуассона
б. формулою Коші
в. формулою Даламбера
г. формулою Вейєрштраса

711. Для яких функцій справджується перша формула Гріна?

а. для двічі неперервно диференційовних
б. для диференційованих
в. для неперевних
г. для довільних

712. Для яких функцій справджується друга формула Гріна?

а. для двічі неперервно диференційовних
б. для диференційованих
в. для неперевних
г. для довільних

713. Для розв'язання якої задачі використовується метод парного продовження?

а. другої крайової задачі для рівняння струни з умовою вільного кінця
б. першої крайової задачі для рівняння струни з умовою закріпленого кінця
в. третьої крайової задачі для рівняння струни з однорідною крайовою умовою

г. задачі Коші для рівняння струни

714. Для розв'язання якої задачі використовується метод непарного продовження?

а. першої крайової задачі для рівняння струни з умовою закріпленого кінця
б. другої крайової задачі для рівняння струни з умовою вільного кінця
в. третьої крайової задачі для рівняння струни з однорідною крайовою умовою
г. задачі Коші для рівняння струни

715. Скільки є різних задач Штурма-Ліувіля, які відповідають мішаним задачам для рівняння струни?

а. 9
б. 3
в. 1
г. 6

716. Метод відокремлення змінних розв'язання крайових задач для рівнянь струни, теплопровідності і Лапласа називається

а. методом Фур'є
б. методом парного продовження
в. методом непарного продовження
г. методом Дюамеля

717. Коливання струни описується рівнянням

а. гіперболічного типу
б. еліптичного типу
в. параболічного типу
г. ергодичного типу

718. Коливання мембрани описується рівнянням

а. гіперболічного типу
б. еліптичного типу
в. параболічного типу
г. ергодичного типу

719. Процес теплопередачі описується рівнянням

а. параболічного типу
б. еліптичного типу
в. гіперболічного типу
г. ергодичного типу

720. Процес дифузії описується рівнянням

а. параболічного типу
б. еліптичного типу
в. гіперболічного типу
г. ергодичного типу

721. Об'ємний потенціал задовольняє рівнянню

а. Пуассона
б. теплопровідності
в. коливання
г. Гельмгольца

722. Гравітаційний потенціал описується рівнянням

а. еліптичного типу
б. параболічного типу
в. гіперболічного типу
г. ергодичного типу

723. Електростатичний потенціал описується рівнянням

а. еліптичного типу
б. параболічного типу
в. гіперболічного типу
г. ергодичного типу

724. Задача Діріхле є

а. першою крайовою задачею
б. другою крайовою задачею
в. третьою крайовою задачею
г. початковою задачею

725. Задача Неймана є

а. другою крайовою задачею
б. першою крайовою задачею
в. третьою крайовою задачею
г. початковою задачею

726. Яка із заданих функцій є розв'язком рівняння $u_t = 4u_{xx}$?

а. $u = x^3 + 24tx$
б. $u = \sin(t - x)$
в. $u = 2t^3 + 3x^3$
г. $u = 3\cos x + 2\sin t$

727. Яка із заданих функцій є розв'язком рівняння $u_t = 9u_{xx}$?

а. $u = x^3 + 54tx$
б. $u = \sin(t - 3x)$
в. $u = t^3 + 9x^3$
г. $u = \cos x + 9\sin t$

728. Яка із заданих функцій є розв'язком рівняння $u_{xx} + u_{yy} = 0$?

а. $u = \cos x + \sin y$
б. $u = x^2 - y^2$
в. $u = \sin(x + y)$
г. $u = x^3 + y^3$

729. Яка із заданих функцій є розв'язком рівняння $u_{xx} + 4u_{yy} = 0$?

а. $u = 4x^2 - y^2$
б. $u = \sin(x + y)$
в. $u = x^3 + y^3$
г. $u = \cos x + \sin y$

730. Послідовність функцій $f_n(x) = x^{n+1} - x^n$ на відрізку $[-1; 1]$ збігається до функції

$f(x) = 0$

а. лише за мірою
б. лише майже скрізь
в. за мірою і майже скрізь
г. скрізь

731. Нехай $f_n(x) = \begin{cases} n, & x < \frac{1}{n} \\ 3\sqrt{x}, & x \geq \frac{1}{n} \end{cases}$, $a = \lim_{n\to\infty} \int_{[0;1]} f_n(x)\, d\mu(x)$, $b = \int_{[0;1]} \lim_{n\to\infty} f_n(x)\, d\mu(x)$. Тоді

а. $a = 2, b = 3$
б. $a = 3, b = 2$
в. $a = 2, b = 2$
г. $a = 3, b = 3$

732. Серед наступних чотирьох вимог до функції множини $m(A)$ вкажіть ту, котра не стосується загального означення міри множини:

а. $m(A)$ визначена на півкільці множин
б. $m(A)$ - неперервна функція множини
в. $m(A)$ - невід'ємна функція множини
г. $m(A)$ - адитивна функція множини

733. З наступних чотирьох тверджень виберіть твердження, справедливе як для інтеграла Лебега, так і для інтеграла Рімана по відрізку $[a; b]$:

а. якщо функція $|f(x)|$ інтегрована, то $f(x)$ також інтегрована
б. якщо функція $f(x)$ вимірна і обмежена, то вона інтегрована
в. обмежена розривна лише при $x \in \mathbb{N}$ функція – інтегрована
г. обмежена невід'ємна функція - інтегрована

734. Послідовність вимірних функцій $f_n(x)$ на множині скінченної міри збігається за мірою до функції $f(x)$. Тоді:

а. $f(x)$ - вимірна функція
б. $f(x)$ -неперервна функція
в. $f(x)$ - проста функція
г. $f(x)$ - інтегрована за Ріманом функція

735. Якщо функція $f(x)$ монотонна на деякому відрізку, то серед наступних тверджень неправильним є твердження:

а. $f(x)$ обмежена і вимірна
б. $f(x)$ має зліченну кількість точок розриву
в. $f(x)$ інтегрована за Ріманом
г. $f(x)$ інтегрована за Лебегом

736. Множина точок відкритої кулі у просторі $\mathbb{R}^n$

а. має скінченну зовнішню міру і вимірна за Лебегом
б. має скінченну зовнішню міру, але не вимірна за Лебегом
в. має нескінченну зовнішню міру
г. не має зовнішньої міри

737. Кожна вимірна за Лебегом плоска множина:

а. вимірна за Жорданом
б. є квадрованою фігурою
в. має зовнішню міру
г. має скінченну міру

738. Функції $f(x)$ та $g(x)$ монотонні і обмежені на відрізку $[-1;1]$. Тоді на цьому відрізку функція $f(x)-g(x)$:

а. інтегровна за Лебегом, але не обов'язково за Ріманом
б. інтегровна і за Лебегом, і за Ріманом
в. неперервна і вимірна за Лебегом
г. непарна і вимірна за Лебегом

739. Кожну множину мінімального кільця множин, породженого деяким півкільцем множин, можна подати, як:

а. об'єднання деяких двох множин півкільця
б. різницю деяких двох множин півкільця
в. перетин скінченної кількості множин півкільця
г. об'єднання скінченної кількості множин півкільця

740. Множина всіх скінченних проміжків числової прямої вигляду $[\alpha,\beta]$, $[\alpha,\beta)$, $(\alpha,\beta]$, (α,β) є:

а. півкільцем множин
б. σ-кільцем множин
в. алгеброю множин
г. σ-алгеброю множин

741. Послідовність вимірних функцій $f_n(x)$ на відрізку $[a;b]$ збігається у середньому до функції $f(x)$. Тоді вона збігається до $f(x)$:

а. майже скрізь
б. рівномірно
в. за мірою
г. принаймні в одній точці

742. Відновити аналітичну в околі точки $z_0=0$ функцію $f(z)$ за дійсною частиною $u=x^2-y^2+x$, якщо $f(0)=0$

а. $f(z)=x^2-y^2+x+i(2xy+y)$
б. $f(z)=x^2-y^2+x+i(2xy+y+c)$
в. $f(z)=x^2-y^2+x+i2xy$
г. $f(z)=x^2-y^2+x+iy$

743. Визначити тип кривої $z=3\sec t+2i\mathrm{tg}t$

а. гіпербола $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}=1$
б. еліпс $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$
в. парабола $y^2=6x$
г. не можна звести до канонічної форми

744. Подати у алгебраїчній формі $\sin(\frac{\pi}{4}+2i)$

а. $\frac{\sqrt{2}}{2}\mathrm{ch}2+i\frac{\sqrt{2}}{2}\mathrm{sh}2$
б. $\frac{\sqrt{2}}{2}\mathrm{sh}2+i\frac{\sqrt{2}}{2}\mathrm{ch}2$
в. $\frac{\sqrt{2}}{2}\mathrm{ch}2-i\frac{\sqrt{2}}{2}\mathrm{sh}2$
г. 1

745. Обчислити $\int\limits_{AB}(3z^2+4z+1)dz,\, AB$ - відрізок прямої $z_A=1,\, z_B=1-i$

а. $-5-7i$
б. $5i-3$
в. $i-7$
г. $5-3i$

746. Розвинути в ряд за степенями z функцію $\int\limits_0^z \frac{\sin\eta}{\eta}d\eta$

а. $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n z^{2n+1}}{(2n+1)(2n+1)!},\, |z|<\infty$
б. $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n z^{2n}}{(2n)(2n)!}$
в. $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{z^{2n+1}}{(2n+1)(2n+1)!}$
г. $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1} z^{2n+1}}{(2n+1)(2n+1)!}$

747. Обчислити інтеграл $\int\limits_{|z|=\frac{1}{2}}\frac{dz}{z(z^2+1)}$

а. $2\pi i$
б. πi
в. 0
г. $-2\pi i$

748. Обчислити інтеграл $\int\limits_0^{2\pi}\frac{dt}{3-\sqrt{5}\sin t}$ за допомогою лишків

а. π
б. $\frac{3\pi}{2}$
в. $i\frac{\pi}{2}$
г. $\frac{3\pi}{2}i$

749. Обчислити інтеграл $\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{x-1}{(x^2+4)^2}dx$ за допомогою лишків

а. $-\frac{1}{16}\pi$
б. $\frac{1}{2}i$
в. $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i$
г. $i-1$

750. Обчислити інтеграл $\int\limits_0^{\infty}\frac{x\sin 3x}{x^2+4}dx$ за допомогою лишків

а. $\frac{\pi}{2}e^{-6}$
б. $\frac{\pi}{2}$
в. $\frac{\pi}{2}e^{-4}$

г. e^{-6}

751. Встановити відповідність:

1) $\mathrm{sh}z$;

2) $\ln z$;

3) $\mathrm{ch}z$.

a) $\frac{e^z+e^{-z}}{2}$;

b) $\ln|z|+i\arg z$;

c) $\frac{e^z-e^{-z}}{2}$

а. 1-c, 2-b, 3-a
б. 1-a, 2-b, 3-c
в. 1-b, 2-c, 3-a
г. 1-b, 2-a, 3-c

752. Встановити відповідність:

1) z^α;

2) α^z;

3) $\ln z$.

a) $\ln|z|+i\arg z$;

b) $\exp(\alpha \mathrm{Ln} z)$;

c) $\exp(z \mathrm{Ln} \alpha)$

а. 1-b, 2-c, 3-a
б. 1-c, 2-b, 3-a
в. 1-b, 2-a, 3-c
г. 1-a, 2-c, 3-b

753. Встановити відповідність:

1) $\frac{1}{1+z}$;

2) $\ln(1+z)$;

3) $\frac{1}{1-z}$.

a) $\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{z^{n+1}}{n+1}, |z|<1$;

b) $\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n z^n, |z|<1$;

c) $\sum\limits_{n=0}^{\infty} z^n, |z|<1$.

а. 1-b, 2-a, 3-c
б. 1-b, 2-c, 3-a
в. 1-a, 2-c, 3-b
г. 1-c, 2-b, 3-a

754. Яка з наведених рівностей невірна:

а. $\mathrm{sh}iz=\sin z$
б. $\sin iz=i\mathrm{sh}z$
в. $\mathrm{ch}iz=\cos z$
г. $\cos iz=\mathrm{ch}z$

755. Яка з наведених нижче рівностей невірна:

а. $\cos iz=i\mathrm{ch}z$

б. $\mathrm{sh}(-z) = -\mathrm{sh}z$
в. $\mathrm{sh}iz = i \sin z$
г. $\mathrm{ch}(-z) = \mathrm{ch}z$

756. Яка з наведених нижче рівностей направильна:

а. $\mathrm{ch}(z_1 + z_2) = \mathrm{ch}z_1 \cdot \mathrm{ch}z_2 - \mathrm{sh}z_1 \cdot \mathrm{sh}z_2$
б. $\sin(z_1 + z_2) = \sin z_1 \cdot \cos z_2 + \cos z_1 \cdot \sin z_2$
в. $\cos(z_1 + z_2) = \cos z_1 \cdot \cos z_2 - \sin z_1 \cdot \sin z_2$
г. $\mathrm{sh}(z_1 + z_2) = \mathrm{sh}z_1 \cdot \mathrm{ch}z_2 + \mathrm{ch}z_1 \cdot \mathrm{sh}z_2$

757. Які з наведених нижче рівностей вірні ($z = x + iy$):
1) $\mathrm{sh}z = \mathrm{sh}x \cdot \cos y - i\mathrm{ch}x \cdot \sin y$;
2) $\mathrm{sh}z = \mathrm{sh}x \cdot \cos y + i\mathrm{ch}x \cdot \sin y$;
3) $\mathrm{ch}z = \mathrm{ch}x \cdot \cos y + i\mathrm{sh}x \cdot \sin y$;
4) $\mathrm{ch}z = \mathrm{ch}x \cdot \cos y - i\mathrm{sh}x \cdot \sin y$;

а. 2 і 3
б. 1 і 3
в. 2 і 4
г. 1 і 4

758. Які з наведених нижче рівностей вірні ($z = x + iy$):
1) $\sin z = \sin x \cdot \mathrm{ch}y + i \cos x \cdot \mathrm{sh}y$;
2) $\sin z = \sin x \cdot \mathrm{ch}y - i \cos x \cdot \mathrm{sh}y$;
3) $\cos z = \cos x \cdot \mathrm{ch}y - i \sin x \cdot \mathrm{sh}y$;
4) $\cos z = \cos x \cdot \mathrm{ch}y + i \sin x \cdot \mathrm{sh}y$;

а. 1 і 3
б. 1 і 4
в. 2 і 3
г. 2 і 4

759. Встановити відповідність між періодичними функціями комплексної змінної і їх періодами: 1) $\cos z$; 2) $\mathrm{sh}z$; 3) $\mathrm{th}z$; a) 2π; b) $2\pi i$; c) πi.

а. 1-a, 2-b, 3-c
б. 1-b, 2-c, 3-a
в. 1-c, 2-a, 3-b
г. 1-a, 2-c, 3-b

760. Функція $\varphi(x, y)$, яка має в деякій області неперервні частинні похідні до другого порядку включно і задовольняє рівняння Лапласа $\frac{d^2\varphi}{dx^2} + \frac{d^2\varphi}{dy^2} = 0$ називається

а. гармонічною
б. субгармонічною
в. функцією експоненціального типу
г. функцією Гріна

761. При діленні комплексних чисел у показниковій формі: 1) модулі віднімаються; 2) модулі діляться; 3) аргументи діляться; 4) аргументи віднімаються. Із наведених тверджень вірними є:

а. 2 і 4
б. 1 і 3
в. 1 і 4

г. 2 і 3

762. Число a є границею послідовності $\{z_n\}$, якщо:

а. $\lim\limits_{n\to\infty} |z_n - a| = 0$
б. $\lim\limits_{n\to\infty} |z_n| = |a|$
в. $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{|z_n|}{|a|} = 1$
г. $\lim\limits_{n\to\infty} ||z_n| - |a|| = 0$

763. Яка з наведених нижче формул для похідної аналітичної функції $f(z) = u(x,y) + iv(x,y)$ є хибною:
1) $f'(z) = \frac{\partial u}{\partial x} + i\frac{\partial v}{\partial x}$;
2) $f'(z) = \frac{\partial v}{\partial y} - i\frac{\partial v}{\partial x}$;
3) $f'(z) = \frac{\partial v}{\partial y} - i\frac{\partial u}{\partial y}$;
4) $f'(z) = \frac{\partial u}{\partial x} - i\frac{\partial u}{\partial y}$;

а. тільки 2
б. 2 і 3
в. 3 і 4
г. тільки 4

764. Подати число $z = -\sqrt{3} + i$ у тригонометричній формі.

а. $z = 2(\cos\frac{5\pi}{6} + i\sin\frac{5\pi}{6})$
б. $z = 2(\cos\frac{7\pi}{6} + i\sin\frac{7\pi}{6})$
в. $z = 2(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3})$
г. $z = 2(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6})$

765. Подати число $z = -1 - i\sqrt{3}$ у показниковій формі.

а. $z = 2e^{-i\frac{2\pi}{3}}$
б. $z = 2e^{i\frac{2\pi}{3}}$
в. $z = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$
г. $z = 2e^{-i\frac{\pi}{3}}$

766. Знайти $\lim\limits_{z\to -2i} \frac{z^2+4}{z+2i}$.

а. $-4i$
б. $4i$
в. $2i$
г. $-2i$

767. Вказати множину тих значень z, в яких коефіцієнт лінійного розтягу відображення $w = \frac{i}{z}$ дорівнює 4.

а. $\{z : |z| = \frac{1}{2}\}$
б. $\{z : |z| = \frac{1}{4}\}$
в. $\{z : |z| = 1\}$
г. $\{z : |z| = 2\}$

768. Вказати множину тих значень z, в яких кут повороту відображення $w = z^2 - 2z$ дорівнює.

а. $\{z : Rez > 1, Imz = 0\}$
б. $\{z : Rez < 1, Imz = 0\}$
в. $\{z : Rez = 0, Imz < 1\}$
г. $\{z : Rez = 0, Imz > 1\}$

769. Знайти образ круга $\{z : |z+1| < 3\}$ при відображенні $w = 3iz - 1$.

а. $\{w : |w + 1 + 3i| < 9\}$
б. $\{w : |w + 1 - 3i| < 9\}$
в. $\{w : |w - 1 + 3i| < 9\}$
г. $\{w : |w - 1 - 3i| < 9\}$

770. Знайти образ множини $\{z : |z| > 2, -\frac{\pi}{6} < \arg z < \frac{\pi}{3}\}$ при відображенні $w = z^3$.

а. $\{w : |w| > 8, -\frac{\pi}{2} < \arg w < \pi\}$
б. $\{w : |w| > 8, -\pi < \arg w < \frac{\pi}{2}\}$
в. $\{w : |w| < 8, -\frac{\pi}{2} < \arg w < \pi\}$
г. $\{w : |w| < 8, -\pi < \arg w < \frac{\pi}{2}\}$

771. Знайти образ круга $\{z : |z+2| < 1\}$ при відображенні $w = \frac{z-1}{z+1}$.

а. $\{w : Rew > 2\}$
б. $\{w : |z+1| > 1\}$
в. $\{w : |z+1| < 1\}$
г. $\{w : Rew < 2\}$

772. Знайти образ множини $\{z : |z+2| > 1\}$ при відображенні $w = \frac{iz}{z+2}$.

а. $\{w : |w - i| < 2\}$
б. $\{w : |w - i| > 2\}$
в. $\{w : |w + i| < 2\}$
г. $\{w : |w + i| > 2\}$

773. Знайти образ півплощини $\{z : Rez > 2\}$ при відображенні $w = \frac{z-1}{z-2}$.

а. $\{w : Rew > 1\}$
б. $\{w : Rew < 1\}$
в. $\{w : Rew > 2\}$
г. $\{w : Rew < 2\}$

774. Знайти образ півплощини $\{z : Rez > 2\}$ при відображенні $w = \frac{3z}{z+1}$.

а. $\{w : |w - \frac{5}{2}| < \frac{1}{2}\}$
б. $\{w : |w - \frac{5}{2}| > \frac{1}{2}\}$
в. $\{w : |w - \frac{5}{2}| < \frac{1}{4}\}$
г. $\{w : |w - \frac{5}{2}| > \frac{1}{4}\}$

775. За допомогою лишків обчислити інтеграл $\int\limits_{+\infty}^{-\infty} \frac{dx}{(x^2+4)^2}$.

а. $\frac{\pi}{16}$
б. $\frac{\pi}{8}$
в. $\frac{\pi}{4}$
г. $\frac{\pi}{32}$

776. Знайти суму ряду $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$:

а. $\frac{9}{4}$
б. 1
в. -1
г. $\frac{9}{8}$

777. Знайти суму ряду $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n+1}\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}$:

а. $-\ln\frac{2}{3}$
б. 1
в. -1
г. $\ln\frac{2}{3}$

778. Знайти суму ряду $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!}$, при $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$:

а. $\cos\frac{\sqrt{3}}{2}$
б. $\frac{1}{2}$
в. $\sin\frac{\sqrt{3}}{2}$
г. $\exp\frac{\sqrt{3}}{2}$

779. Знайти суму ряду $\sum\limits_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n+1}$:

а. $\ln 2$
б. $\ln 3$
в. $\exp 2$
г. $\arctan\frac{1}{2}$

780. Знайти суму ряду $\sum\limits_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{4^{n+1}}{5^{n+1}(n+1)}$:

а. $\ln\frac{9}{5}$
б. $\ln\frac{2}{3}$
в. $\frac{\pi}{4}$
г. $\sin\frac{4}{5}$

781. Функція $F(x)$ називається первісною для функції $f(x)$ на X, якщо для всіх $x \in X$ виконується:

а. $F'(x) = f(x)$
б. $f'(x) = F(x)$
в. $f(x) = \int F(x)dx$
г. $F'(x) + f'(x) = 0$

782. Для інтеграла вигляду $\int R(x, \sqrt{ax^2+bx+c})dx$ при $c > 0$ використаємо підстановку Ейлера:

а. $t \pm \sqrt{c} = \sqrt{ax^2+bx+c}$
б. $t \pm \sqrt{c}x = \sqrt{ax^2+bx+c}$
в. $t \pm \sqrt{ax}x = \sqrt{ax^2+bx+c}dx$
г. $t = \sqrt{\frac{a(x-x_1)}{x-x_2}}$

783. Обчислити $\int \frac{1}{\cos^2(5x-1)}dx$:

а. $\frac{1}{5}\tan(5x-1)+C$
б. $\frac{1}{5}\sin^2(5x-1)+C$
в. $-\frac{1}{5}\arctan(5x-1)+C$
г. $-\frac{1}{5}\tan(5x-1)+C$

784. Обчислити $\int \frac{arcsin^5 x}{\sqrt{1-x^2}}dx$:

а. $\frac{arcsin^6 x}{6}+C$
б. $\frac{arcsin^4 x}{4}+C$
в. $-\frac{arcsin^6 x}{6}+C$
г. $6arcsin^6 x+C$

785. Визначеним інтегралом функції $f(x)$ визначеної на відрізку $[a;b]$ називається:

а. $\text{виразвигляду} \int_a^b f(x)dx$
б. $\text{виразвигляду} \int F(x)dx$
в. $\text{виразвигляду} f^{'}(x)$
г. $\text{виразвигляду} \int f(x)dx$

786. Для інтеграла вигляду $\int R(x,\sqrt{ax^2+bx+c})dx$ якщо x_1, x_2- дійсні різні корені квадратного тричлена ax^2+bx+c використаємо підстановку Ейлера:

а. $t=\sqrt{\frac{a(x-x_1)}{x-x_2}}$
б. $t\pm\sqrt{c}=\sqrt{ax^2+bx+c}$
в. $t\pm\sqrt{c}x=\sqrt{ax^2+bx+c}$
г. $t\pm\sqrt{ax}x=\sqrt{ax^2+bx+cdx}$

787. Обчислити $\int \frac{\arctan^3 x}{1+x^2}dx$:

а. $\frac{\arctan^4 x}{4}+C$
б. $\frac{\arctan^2 x}{2}+C$
в. $-\frac{\arctan^3 x}{3}+C$
г. $6\frac{(1+x^2)^4}{4}+C$

788. Для інтегрування виразу $R(\sin x,\cos x)$, якщо виконується рівність $R(\sin x,-\cos x)=-R(\sin x,\cos x)$, то використовуємо підстановку:

а. $\sin x=t$
б. $\cos x=t$
в. $\tan x=t$
г. $\sin^2 x=t$

789. Нехай $x,y\in E$, де E - дійсний евклідів простір. Обчислити (x,y), якщо $||x+y||=5$ і $||x-y||=3$.

а. 4
б. 1
в. 2
г. 3

790. Нехай $x,y\in E$, де E - дійсний евклідів простір. Обчислити $||x+y||$, якщо $||x||=3$,

$||y|| = 2$ і $(x, y) = 3/2$.

а. 4
б. 1
в. 2
г. 3

791. Нехай $x, y \in E$, де E - дійсний евклідів простір. Обчислити $||x - y||$, якщо $||x|| = 3$, $||y|| = 2$ і $(x, y) = 2$.

а. 4
б. 1
в. 2
г. 3

792. Нехай $x, y \in E$, де E - дійсний евклідів простір. Обчислити $||x + y||^2 + ||x - y||^2$, якщо $||x|| = 1$ і $||y|| = 2$.

а. 1
б. 3
в. 5
г. 10

793. Нехай $x, y \in E$, де E - дійсний евклідів простір. Обчислити $||x||^2 + ||y||^2$, якщо $||x + y|| = 3$ і $||x - y|| = 1$.

а. 1
б. 3
в. 5
г. 10

794. Котрий із наведених нижче просторів не є сепарабельним?

а. ℓ_∞
б. ℓ_2
в. ℓ_1
г. c_0

795. Котрий із просторів не є сепарабельним?

а. $L_\infty[a, b]$
б. $L_1[a, b]$
в. $L_2[a, b]$
г. $C[a, b]$

796. Спряжений простір до нормованого простору обов'язково є

а. повним
б. гільбертовим
в. сепарабельним
г. рефлексивним

797. Спряжений простір до нормованого простору X - це простір всіх

а. лінійних неперервних функціоналів на просторі X
б. норм на просторі X
в. метрик на просторі X

г. мір на просторі X

798. Лема Цорна еквівалентна до

а. аксіоми вибору
б. теореми Гана-Банаха
в. принципу рівномірної обмеженості
г. теореми про замкнений графік

799. Серед N екзаменаційних білетів є n "щасливих". Студенти підходять за білетами один за одним. У кого більша ймовірність взяти "щасливий" білет - у того, хто підійшов першим, чи в того, хто підійшов другим?

а. У того, хто підійшов першим
б. У того, хто підійшов другим
в. Однакові для обох студентів
г. Неможливо визначити

800. Три спортсмени зробили залп, причому дві кулі влучили в мішень. Знайти ймовірність того, що перший спортсмен влучив у мішень, якщо ймовірності влучання першого, другого та третього спортсменів, відповідно, $p_1 = 0.4$, $p_2 = 0.3$, $p_3 = 0.5$.

а. $\frac{1}{29}$
б. $\frac{20}{29}$
в. $\frac{10}{29}$
г. $\frac{1}{3}$