

Математика_Математика комп технологій_Актварна та фінансова математика_магістр_фаховий_2025

Базовий рівень

1. Одиницею групи $(\mathbb{R}, +)$ є число
 - а. 1
 - б. 2
 - в. 3
 - г. інша відповідь
2. Підстановкою на множині X називається
 - а. бієктивне відображення $s : X \rightarrow X$
 - б. ін'єктивне відображення $s : X \rightarrow X$
 - в. сюр'єктивне відображення $s : X \rightarrow X$
 - г. неперервне відображення $s : X \rightarrow X$
3. Елементи $a, b \in G$ називаються переставними, якщо
 - а. $b = g^{-1}ag$ для деякого $g \in G$
 - б. $b = g^{-1}ag$ для всіх $g \in G$
 - в. $ab = ba$
 - г. інша відповідь
4. Оберненим до елемента -5 групи $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$ є елемент
 - а. 5
 - б. -5
 - в. $-\frac{1}{5}$
 - г. $\frac{1}{5}$
5. Групою називається
 - а. моноїд, всі елементи якого є оборотними
 - б. напівгрупа з одиничним елементом
 - в. напівгрупа з комутативною операцією
 - г. напівгрупа з асоціативною операцією
6. Ціла частина $[r]$ дійсного числа $r = 1 + \cos(\pi/3)$ дорівнює
 - а. 0
 - б. 1
 - в. 2
 - г. інша відповідь
7. Натуральне число ділиться на 3 тоді і лише тоді коли
 - а. остання цифра ділиться на 3
 - б. різниця між сумою цифр, які стоять на непарних місцях, і сумою цифр, що стоять на парних місцях, ділиться на 3

- в. сума його цифр ділиться на 3
- г. інша відповідь

8. Число e є:

- а. алгебраїчним
- б. раціональним
- в. ірраціональним
- г. цілим

9. Операція віднімання $- : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ на множині дійсних чисел є:

- а. бінарною
- б. комутативною
- в. асоціативною
- г. дистрибутивною

10. НСД натуральних чисел 56 і 84 дорівнює

- а. 28
- б. 14
- в. 84
- г. інша відповідь

11. Для знаходження НСД двох цілих чисел використовують

- а. алгоритм Евкліда
- б. решето Ератосфена
- в. метод Вільсона
- г. квадратичні лишки

12. Напівгрупа з одиничним елементом називається

- а. моноїдом
- б. групоїдом
- в. квазігрупою
- г. групою

13. Значення функції $\tau(m)$ - це кількість невід'ємних цілих чисел,

- а. які є дільниками m
- б. взаємно простих з m
- в. простих і менших за m
- г. простих і взаємно простих з m

14. Одиницею групи $(\mathbb{C} \setminus \{0\}, \cdot)$ є число

- а. -1
- б. 0
- в. 1
- г. інша відповідь

15. Значення функції Ейлера $\varphi(m)$ - це кількість невід'ємних цілих чисел,

- а. менших за m і взаємно простих з m

- б. взаємно простих з m
 - в. простих і менших за m
 - г. простих і взаємно простих з m
16. Чому дорівнює НСД двох різних натуральних чисел a і b , якщо $[a, b] = ab$?
- а. b
 - б. ab
 - в. a
 - г. 1
17. Відображення $f : X \rightarrow Y$ називається сюр'єкцією, якщо
- а. f є неперервним
 - б. f є сталим
 - в. $f(X) = Y$
 - г. інша відповідь
18. Натуральне число ділиться на 5 тоді і лише тоді коли
- а. остання цифра ділиться на 5
 - б. різниця між сумою цифр, які стоять на непарних місцях, і сумою цифр, що стоять на парних місцях, ділиться на 5
 - в. сума його цифр ділиться на 5
 - г. інша відповідь
19. Множина $\mathbb{N}$ натуральних чисел
- а. є зліченною
 - б. є скінченною
 - в. має потужність континууму
 - г. є порожньою
20. Відображення $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^{2024}$, є
- а. сюр'єктивним
 - б. ін'єктивним
 - в. бієктивним
 - г. інша відповідь
21. Степінь полінома $f(x) = -2024x^{2024} + 3x + 5$ дорівнює
- а. -2
 - б. 5
 - в. 3
 - г. 2024
22. Кількість раціональних коренів рівняння $x^3 + 2024x = 0$ дорівнює
- а. 0
 - б. 2024
 - в. 3
 - г. 1

23. Число 2024 за модулем 3 конгруентне числу:

- а. 1
- б. 2
- в. 2019
- г. 0

24. Повна система лишків за модулем 2024 містить

- а. 1 лишок
- б. 2 лишки
- в. 2023 лишки
- г. 2024 лишків

25. Кількість натуральних дільників числа 12 дорівнює

- а. 1
- б. 2
- в. 12
- г. 6

26. Сума натуральних дільників числа 12 дорівнює

- а. 1
- б. 2
- в. 12
- г. 28

27. Кількість класів-розв'язків конгруенції $2x \equiv 6 \pmod{8}$ за модулем 8 дорівнює

- а. 8
- б. 0
- в. 6
- г. 2

28. Взаємно простими є числа

- а. 2 і 4
- б. 3 і 2019
- в. 6 і 15
- г. 9 і 4

29. Найбільший спільний дільник чисел 6 і 2024 дорівнює

- а. 1
- б. 2024
- в. 6
- г. 2

30. Кратність кореня $x = 2$ рівняння $x^3 - 4x^2 + 4x = 0$ дорівнює

- а. 0
- б. 1
- в. 3
- г. 2

31. Спряженим до комплексного числа $2024 + i$ є

- а. $-2024 + i$
- б. $-2024 - i$
- в. 2024
- г. $2024 - i$

32. Модуль комплексного числа $6 - 8i$ дорівнює

- а. 6
- б. 8
- в. 2024
- г. 10

33. Кількість комплексних коренів рівняння $x^4 + 2x + 5 = 0$ дорівнює

- а. 0
- б. 1
- в. 2
- г. 4

34. Найменше спільне кратне чисел 4 і 2024 дорівнює

- а. 1
- б. 8096
- в. 4
- г. 2024

35. Кількість дійсних коренів рівняння $x^3 - 5x^2 + 6x = 0$ дорівнює

- а. 0
- б. 1
- в. 2
- г. 3

36. Попарно взаємно простими є числа

- а. 2, 4 і 5
- б. 6, 3 і 2024
- в. 5, 10 і 2024
- г. 4, 3 і 5

37. Канонічне рівняння еліпса записують у вигляді

- а. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
- б. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 0$
- в. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$
- г. $y^2 = 2px$

38. Канонічне рівняння гіперболи записують у вигляді

- а. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
- б. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 0$

в. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$
 г. $y^2 = 2px$

39. Канонічне рівняння параболи записують у вигляді

а. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
 б. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 0$
 в. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$
 г. $y^2 = 2px$

40. При яких значеннях α і β вектори $a(2; 1; \alpha)$ та $b(\beta; 3; -2)$ будуть колінеарними?

а. $\alpha = -9, \beta = 6$
 б. $\alpha = -\frac{2}{3}, \beta = 9$
 в. $\alpha = -9, \beta = \frac{2}{3}$
 г. $\alpha = 9, \beta = -\frac{2}{3}$

41. Обчислити скалярний добуток векторів $a \cdot b$, якщо $a = p - 3q, b = p + 2q, |p| = 3, |q| = 1, \widehat{(p, q)} = \frac{\pi}{2}$:

а. 3
 б. 2
 в. 0
 г. -1

42. Обчислити площу паралелограма, побудованого на векторах p і q , якщо $|p| = 5, |q| = 2, \widehat{(p, q)} = \frac{\pi}{4}$:

а. $5\sqrt{2}$
 б. $\sqrt{10}$
 в. 5
 г. 10

43. Написати рівняння прямої, що проходить через точки $A(1; -5)$ та $B(2; 4)$:

а. $9x - y - 14 = 0$
 б. $9x + y - 4 = 0$
 в. $x - 9y + 14 = 0$
 г. $2x - 4y - 4 = 0$

44. Знайти косинус кута між векторами $\vec{AB}$ і $\vec{AC}$, де $A(3; -6; 9), B(0; -3; 6), C(9; -12; 15)$:

а. 1
 б. 0,5
 в. -1
 г. 0

45. Знайти точку K , симетричну до точки $P(1; -2; 3)$ відносно площини XOZ :

а. $(-1; -2; 3)$
 б. $(1; 2; 3)$
 в. $(1; -2; -3)$

г. $(-1; 2; -3)$

46. Відстань між точками $A(2; 4; 6)$ та $B(5; 8; -1)$ не перевищує

- а. 2
- б. 6
- в. 9
- г. 1

47. Загальне рівняння прямої на площині - це рівняння виду $Ax + By + C = 0$, де

- а. A, B, C - довільні сталі, такі, що $|A| + |B| \neq 0$
- б. A, B, C - довільні сталі
- в. A, B, C - довільні сталі, такі, що $|A| + |B| + |C| \neq 0$
- г. A, B, C - довільні сталі, такі, що $C \neq 0$

48. Точка $A(-2; 4)$ щодо кола $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$ розташована

- а. всередині кола
- б. поза колом
- в. на колі
- г. в центрі кола

49. Задано вершини трикутника ABC : $A(-1; -2; 4)$ $B(-4; -2; 0)$ $C(3; -2; 1)$. Яке з наступних тверджень істинне: кут при вершині B

- а. гострий
- б. тупий
- в. прямий
- г. інша відповідь

50. Точка $P(1; 3; 1)$ розташована відносно площини $x + 6y + 4z - 25 = 0$

- а. вище від неї
- б. нижче від неї
- в. належить цій площині
- г. інша відповідь

51. Якщо $\vec{a}(x_1; y_1; z_1)$, $\vec{b}(x_2; y_2; z_2)$, то скалярний добуток цих векторів можна обчислити за формулою

- а. $\vec{a} \cdot \vec{b} = (x_1 + y_1 + z_1)(x_2 + y_2 + z_2)$
- б. $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 y_1 z_1 + x_2 y_2 z_2$
- в. $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$
- г. $\vec{a} \cdot \vec{b} = (x_1 + x_2)(y_1 + y_2)(z_1 + z_2)$

52. У загальному рівнянні $Ax + By + C = 0$ прямої на площині $(A; B)$ - це

- а. координати напрямного вектора прямої
- б. координати точки, через яку проходить пряма
- в. величини відрізків, які відтинає пряма на осях координат
- г. координати перпендикулярного (нормального) вектора

53. Яка з наступних ліній має єдину вісь симетрії?

- а. гіпербола
- б. парабола
- в. коло
- г. еліпс

54. Яка з наступних ліній не має фокусів?

- а. гіпербола
- б. парабола
- в. пряма
- г. еліпс

55. Яка з наступних ліній є обмеженою?

- а. гіпербола
- б. парабола
- в. пряма
- г. еліпс

56. Яка з наступних ліній має більше, ніж дві осі симетрії?

- а. гіпербола
- б. парабола
- в. коло
- г. еліпс

57. Прямі $y = k_1x + b_1$ та $y = k_2x + b_2$ перпендикулярні, якщо

- а. $k_1k_2 = 1$
- б. $k_1k_2 = -1$
- в. $k_1 = k_2$
- г. $k_1 = -k_2$

58. Вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ колінеарні тоді і тільки тоді, коли

- а. $\vec{a} + \vec{b} = 0$
- б. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$
- в. $\vec{a} - \vec{b} = 0$
- г. $\vec{a} \times \vec{b} = 0$

59. Скалярним добутком двох векторів називається

- а. добуток їх довжин на синус кута між ними
- б. добуток їх довжин
- в. добуток їх довжин на косинус кута між ними
- г. косинус кута між ними

60. Рівняння прямої на площині, яка проходить через дві точки $M_1(x_1, y_1)$ та $M_2(x_2, y_2)$, має такий вигляд:

- а. $(x - x_1)(x_2 - x_1) = (y - y_1)(y_2 - y_1)$
- б. $(x - x_1)(x_2 - x_1) + (y - y_1)(y_2 - y_1) = 0$

$$\begin{aligned} \text{в. } \frac{x-x_1}{x_2-x_1} &= \frac{y-y_1}{y_2-y_1} \\ \text{г. } \frac{x-x_1}{x_2-x_1} &= \frac{y-y_1}{y_2-y_1} = 0 \end{aligned}$$

61. Рівняння площини у відрізках на осях — це рівняння вигляду

$$\begin{aligned} \text{а. } \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} &= 0 \\ \text{б. } Ax + By + Cz &= D \\ \text{в. } \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} &= 1 \\ \text{г. } ax + by + cz &= 1 \end{aligned}$$

62. Стандартну відстань між точками $A(x_1, y_1, z_1)$ та $B(x_2, y_2, z_2)$ обчислюють за формулою

$$\begin{aligned} \text{а. } |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2| + |z_1 - z_2| \\ \text{б. } |x_1 - x_2 + y_1 - y_2 + z_1 - z_2| \\ \text{в. } |x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2| \\ \text{г. } \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2} \end{aligned}$$

63. Прямі $y = k_1x + b_1$ та $y = k_2x + b_2$ паралельні, якщо

$$\begin{aligned} \text{а. } k_1k_2 &= 1 \\ \text{б. } k_1k_2 &= -1 \\ \text{в. } k_1 &= k_2 \\ \text{г. } k_1 &= -k_2 \end{aligned}$$

64. Ортогональні вектори — це вектори, які утворюють кут

$$\begin{aligned} \text{а. } 45^\circ \\ \text{б. } 90^\circ \\ \text{в. } 30^\circ \\ \text{г. } 0^\circ \end{aligned}$$

65. Колінеарні вектори — це вектори, які утворюють кут

$$\begin{aligned} \text{а. } 90^\circ \\ \text{б. } 60^\circ \\ \text{в. } 0^\circ \text{ або } 180^\circ \\ \text{г. } 120^\circ \end{aligned}$$

66. Стандартну відстань між точками $A(x_1, y_1)$ та $B(x_2, y_2)$ на площині обчислюють за формулою

$$\begin{aligned} \text{а. } |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2| \\ \text{б. } |x_1 - y_1| + |x_2 - y_2| \\ \text{в. } \sqrt{|x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|} \\ \text{г. } \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} \end{aligned}$$

67. Прямі в просторі, які мають напрямні вектори $\vec{s}_1 = (m_1, n_1, p_1)$ та $\vec{s}_2 = (m_2, n_2, p_2)$, паралельні, якщо

$$\begin{aligned} \text{а. } m_1m_2 + n_1n_2 + p_1p_2 &= 0 \\ \text{б. } m_1m_2 + n_1n_2 + p_1p_2 &\neq 0 \\ \text{в. } \frac{m_1}{m_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{p_1}{p_2} \end{aligned}$$

г. $m_1 m_2 = n_1 n_2 = p_1 p_2$

68. Прямі в просторі, які мають напрямні вектори $\vec{s}_1 = (m_1, n_1, p_1)$ та $\vec{s}_2 = (m_2, n_2, p_2)$, перпендикулярні, якщо

а. $m_1 m_2 + n_1 n_2 + p_1 p_2 = 0$

б. $m_1 m_2 + n_1 n_2 + p_1 p_2 \neq 0$

в. $\frac{m_1}{m_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{p_1}{p_2}$

г. $m_1 m_2 = n_1 n_2 = p_1 p_2$

69. Площина, рівняння якої $ax + by + cz = 0$ ($abc \neq 0$),

а. паралельна тільки до осі Ox

б. паралельна тільки до осі Oy

в. паралельна тільки до осі Oz

г. проходить через початок координат

70. Орт — це вектор, довжина якого дорівнює

а. 1

б. 0

в. $\sqrt{n}$, де n — вимірність простору

г. n , де n — вимірність простору

71. Радіус кола $(x + 5)^2 + (y - 3)^2 = 16$ дорівнює

а. 5

б. 3

в. 4

г. 16

72. Скалярний добуток векторів $\vec{a} = (-2; 5)$ та $\vec{b} = (2; 3)$ дорівнює

а. 11

б. -11

в. 19

г. 15

73. Серединою відрізка з кінцями у точках $A(1; 4)$ та $B(-3; -10)$ є точка

а. $M(-1; 3)$

б. $M(1; 3)$

в. $M(-1; -3)$

г. $M(2; 7)$

74. Яка з точок належить площині $2x + 3y + 4z - 8 = 0$?

а. $(1; -2; 3)$

б. $(-2; 6; 0)$

в. $(-1; 3; 1)$

г. $(1; -1; 2)$

75. Точка M ділить відрізок AB у відношенні 2:1. У якому відношенні ділить ця точка відрізок BA

?

- а. у тому ж
- б. 1:2
- в. 1:3
- г. 3:1

76. Доповненням множини $A \subseteq U$ до універсальної множини U називають множину CA таку, що

- а. $CA = \{c | c \in A \text{ або } c \in U\}$
- б. $CA = \{c | c \in A \text{ і } c \in U\}$
- в. $CA = \{c | c \in U \text{ і } c \notin A\}$
- г. інша відповідь

77. Перетином двох множин A і B називають множину

- а. $C = \{c | c \in A \text{ або } c \in B\}$
- б. $C = \{c | c \in A \text{ і } c \in B\}$
- в. $A \cup B = \{c | c \in A \text{ і } c \in \overline{B}\}$
- г. інша відповідь

78. Симетричною різницею множин A та B називають множину

- а. $A \setminus B$
- б. $A \setminus B \cup B \setminus A$
- в. $A \cap B \cup B \cap A$
- г. інша відповідь

79. Перетином множин $A = \{a, 4, 10\}$ та $B = \{a, b, 1, 0\}$ є множина

- а. $\emptyset$
- б. $\{10\}$
- в. $\{a\}$
- г. $\{a, 1, 0\}$

80. Об'єднанням множин $A = \{a, 4, 10\}$ та $B = \{a, b, 1, 0\}$ є множина

- а. $\emptyset$
- б. $\{a, b, 0, 1, 4, 10\}$
- в. $\{a\}$
- г. $\{a, b, 10\}$

81. Різницею $A \setminus B$ множин $A = \{a, 4, 10\}$ та $B = \{a, b, 1, 0\}$ є множина

- а. $\emptyset$
- б. $\{4, 10\}$
- в. $\{a\}$
- г. $\{4, 10, b, 1, 0\}$

82. Різницею $B \setminus A$ множин $A = \{a, 4, 10\}$ та $B = \{a, b, 1, 0\}$ є множина

- а. $\emptyset$
- б. $\{4, 10\}$

в. $\{b, 1, 0, -4, -10\}$

г. $\{b, 1, 0\}$

83. Відношення називають відношенням еквівалентності, якщо воно має властивості

- а. рефлексивності, симетричності, транзитивності
- б. рефлексивності, антисиметричності, транзитивності
- в. антисиметричності, транзитивності
- г. інша відповідь

84. Бінарне відношення $R \subseteq M \times M$ називають рефлексивним, якщо

- а. $\exists a \in M : (a, a) \in R$
- б. $\forall a, b \in M : (a, b) \in R \Rightarrow (b, a) \in R$
- в. $\forall a, b \in M : (a, b) \in R$
- г. $\forall a \in M : (a, a) \in R$

85. Бінарне відношення $R \subseteq M \times M$ називають симетричним, якщо

- а. $\exists a \in M : (a, a) \in R$
- б. $\forall a, b \in M : (a, b) \in R \Rightarrow (b, a) \in R$
- в. $\forall a, b \in M : (a, b) \in R$
- г. $\forall a \in M : (a, a) \in R$

86. Нехай $|U| = n$. Для двох підмножин A та B в U принцип включення-виключення базується на рівності

- а. $|A \cap B| = |A| + |B| - |A \cup B|$
- б. $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$
- в. $n - |A \cup B|$
- г. інша відповідь

87. Число m -сполучень (комбінацій) n -елементної множини дорівнює

- а. $\frac{m!}{n!(n-m)!}$
- б. $\frac{n!}{m!(n-m)!}$
- в. $\frac{(n+m)!}{n!m!}$
- г. інша відповідь

88. Обчисліть кількість усіх сполучень (комбінацій) з 9 по 5

- а. $\frac{9!}{5!}$
- б. $\frac{9!}{4!}$
- в. $\frac{9!}{5!4!}$
- г. $\frac{9!}{1!}$

89. Обчисліть кількість усіх розміщень (перестановок) з 5 по 3

- а. 60
- б. 30
- в. 120
- г. 15

90. Число перестановок елементів n -елементної множини дорівнює

- а. 2^n
- б. $n!$
- в. $\frac{n(n-1)}{2}$
- г. інша відповідь

91. Обчисліть кількість усіх комбінацій (сполучень) з 7 по 2

- а. 42
- б. 14
- в. 21
- г. 27

92. Обчисліть кількість усіх розміщень (перестановок) з 7 по 2

- а. $\frac{5!}{2!}$
- б. $\frac{7!}{6!}$
- в. $\frac{7!}{5!2!}$
- г. $\frac{7!}{5!}$

93. Скількома способами можна поміняти місцями чотири книжки на полиці?

- а. 8
- б. 16
- в. 12
- г. 24

94. Скількома способами можна обрати три з семи книжок на полиці?

- а. 3
- б. 21
- в. 35
- г. 7^3

95. Потужність множини всіх підмножин n -елементної множини дорівнює:

- а. 2^{n-1}
- б. $n!$
- в. 2^{2^n}
- г. 2^n

96. Число m -перестановок (розміщень) n -елементної множини дорівнює

- а. $\frac{n!}{n!(n-m)!}$
- б. $\frac{n!}{(n-m)!}$
- в. $\frac{m!}{(n-m)!}$
- г. інша відповідь

97. Граф $G = \{V, E\}$ називається деревом, якщо

- а. він зв'язний і не містить циклів.
- б. він містить цикли.

- в. всі його вершини мають однаковий степінь.
г. він має цикл, який проходить через кожен його вершину.
98. Граф $G = \{V, E\}$ називається зв'язним, якщо
- а. він не містить циклів.
 - б. його можна зобразити на площині так, щоб не перетинались жодні ребра.
 - в. всі його вершини мають однаковий степінь.
 - г. для довільних двох його вершин існує маршрут (шлях), який їх з'єднує.
99. Граф $G = \{V, E\}$ називається гамільтоновим, якщо
- а. він зв'язний і не містить циклів.
 - б. він містить цикл, який проходить через кожне його ребро.
 - в. всі його вершини мають однаковий степінь.
 - г. він містить цикл, який проходить через кожен його вершину рівно один раз.
100. Неорієнтований граф $G = \{V, E\}$ називається повним, якщо
- а. він не містить циклів.
 - б. в ньому присутні всі можливі ребра.
 - в. всі його вершини мають однаковий степінь.
 - г. для довільних двох його вершин існує маршрут, який їх з'єднує.
101. Граф $G = \{V, E\}$ називається ейлеровим, якщо
- а. він зв'язний і не містить циклів.
 - б. він містить цикл, який включає кожне ребро графа лише по одному разу.
 - в. всі його вершини мають однаковий степінь.
 - г. він містить цикл, який проходить через кожен його вершину рівно один раз.
102. Граф $G = \{V, E\}$ називається плоским, якщо
- а. він зв'язний і не містить циклів.
 - б. його можна зобразити на площині так, щоб не перетинались його ребра.
 - в. всі його вершини мають однаковий степінь.
 - г. він має цикл, який проходить через кожен його вершину рівно один раз.
103. Граф $G = \{V, E\}$ називається регулярним, якщо
- а. він зв'язний і не містить циклів.
 - б. він містить цикли.
 - в. всі його вершини мають однаковий степінь.
 - г. він має парну кількість попарно різних циклів.
104. Ребро графа, що інцидентне тільки одній вершині, називаємо
- а. петлею.
 - б. мостом.
 - в. роз'єднувальним ребром.
 - г. інша відповідь
105. Скільки ребер має дерево з n вершинами?
- а. n^2

- б. n
- в. $n - 1$
- г. $2n$

106. Який степінь мають вершини повного графа K_8 ?

- а. 28
- б. 8
- в. 7
- г. 64

107. Закон ідемпотентності для операції об'єднання множин виражається рівністю

- а. $A \cup \overline{A} = U$
- б. $A \setminus A = \emptyset$
- в. $A \cup \emptyset = A$
- г. $A \cup A = A$

108. Яка з рівностей виражає закон де Моргана?

- а. $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$
- б. $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cap \overline{B}$
- в. $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup B$
- г. інша відповідь

109. Серед наведених тотожностей знайдіть тотожність, яка виражає закон поглинання:

- а. $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$
- б. $A \cup B = B \cup A$
- в. $A \cup (A \cap B) = A$
- г. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

110. Потужність множини $\{1, \{2\}, \{1, 2\}\}$ дорівнює

- а. 1
- б. 2
- в. 3
- г. 4

111. Потужність множини $\{\{\{3\}\}\}$ дорівнює

- а. 0
- б. 1
- в. 2
- г. 3

112. Потужність множини $\{1, \{1\}, \{1, \{1\}\}\}$ дорівнює

- а. 1
- б. 2
- в. 3
- г. 4

113. Потужність множини $\{1, \{2, \{3\}\}\}$ дорівнює

- а. 1
- б. 2
- в. 3
- г. 4

114. Серед наведених нижче кривих оберіть криву зі сталою кривиною:

- а. коло
- б. парабола
- в. гіпербола
- г. еліпс

115. Крива в E^3 плоска тоді і тільки тоді, коли

- а. її кривина тотожно дорівнює 0.
- б. її скрут тотожно дорівнює 0.
- в. скрут і кривина пов'язані лінійною залежністю.
- г. інша відповідь

116. Друга похідна по натуральному параметру вектор-функції $\vec{r} = \vec{r}(s)$, якщо вона існує, колінеарна вектору

- а. головної нормалі.
- б. бінормалі.
- в. дотичної.
- г. інша відповідь

117. Напрямним вектором дотичної до кривої $\vec{r}(t) = (t^2, \cos(t))$ є вектор

- а. $(2t, -\sin(t))$.
- б. $(t^2, \cos(t))$.
- в. $(0, 1)$.
- г. ця крива не має дотичної в жодній точці.

118. Кривина кривої тотожно рівна нулеві, якщо

- а. крива плоска.
- б. крива належить класу C^3 .
- в. ця крива є прямою.
- г. інша відповідь

119. Елементарна крива - це

- а. коло.
- б. гомеоморфний образ прямої.
- в. будь-яка лінійно зв'язна множина.
- г. інша відповідь

120. Крива називається гладкою, якщо

- а. у кожній її точці існує дотична.
- б. вона є гомеоморфним образом прямої.
- в. вона замкнена.
- г. інша відповідь

121. Точка кривої, у якій збігаються дві вітки кривої, кожна з яких має одну і ту ж півдотичну, називається

- а. особливою точкою звороту кривої.
- б. точкою замикання кривої.
- в. точкою самоперетину кривої.
- г. інша відповідь

122. Для плоскої кривої площа її розташування є

- а. стичною площиною.
- б. нормальною площиною.
- в. спрямною площиною.
- г. інша відповідь

123. Головна нормаль кривої в точці - це нормаль, що

- а. лежить у стичній площині.
- б. перпендикулярна до стичної площини.
- в. перетинає криву у двох точках.
- г. інша відповідь

124. Бінормаль кривої в точці - це нормаль, що

- а. лежить у стичній площині.
- б. перпендикулярна до стичної площини.
- в. перетинає криву у двох точках.
- г. інша відповідь

125. Натуральною параметризацією кривої називається

- а. параметризація довжиною дуги кривої.
- б. довільна регулярна параметризація.
- в. параметризація лінійною вектор-функцією по кожному аргументу.
- г. інша відповідь

126. Кривина кривої — це

- а. кількісна міра відхилення кривої від дотичної.
- б. кількісна міра відхилення кривої від стичної площини.
- в. величина кута між векторами дотичної і головної нормалі (в радіанах).
- г. інша відповідь

127. Скрут кривої — це

- а. кількісна міра відхилення кривої від дотичної.
- б. кількісна міра відхилення кривої від стичної площини.
- в. величина кута між векторами дотичної і головної нормалі (в радіанах).
- г. інша відповідь

128. Особлива лінія на регулярній поверхні — це

- а. лінія, кожна точка якої особлива.
- б. лінія особливої форми.
- в. дотична лінія до поверхні.

г. інша відповідь

129. Яке з диференціальних рівнянь не є лінійним:

а. $y' - \frac{2}{x+1}y = (x+1)^3$

б. $y' - \frac{2}{x}y = e^x$

в. $y' - \frac{2}{x}y = \frac{2}{y}$

г. $y' - \frac{2}{x+1}y = (x+1)^3y$

130. Диференціальне рівняння $M(x, y)dy + N(x, y)dx = 0$ є рівнянням у повних диференціалах, якщо:

а. $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$

б. Функції $M(x, y)$ і $N(x, y)$ неперервні

в. $M(x, y) = M_1(x)M_2(y)$, $N(x, y) = N_1(x)N_2(y)$

г. $\frac{\partial M}{\partial x} = \frac{\partial N}{\partial y}$

131. Фундаментальною системою розв'язків рівняння $y'' + 4y' + 20y = 0$ є:

а. $y_1 = \cos 4x$, $y_2 = \sin 4x$

б. $y_1 = e^{-2x}$, $y_2 = e^{2x}$

в. $y_1 = e^{-2x} \cos 4x$, $y_2 = e^{-2x} \sin 4x$

г. $y_1 = e^{2x} \cos 4x$, $y_2 = e^{2x} \sin 4x$

132. Загальним розв'язком рівняння $y'' + 9y = 0$ є:

а. $y = C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x$

б. $y = C_1 e^{3x} + C_2 e^{-3x}$

в. $y = e^x (C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x)$

г. $y = C_1 \cos(3ix) + C_2 \sin(3ix)$

133. Функція $y = C_1 \cos \frac{x}{4} + C_2 \sin \frac{x}{4}$ є загальним розв'язком рівняння:

а. $16y'' + y = e^x$

б. $16y'' + y = 0$

в. $y'' + 16y = 0$

г. $16y'' - y = 0$

134. Диференціальне рівняння $y''' - 4x^3y'' + 6(x+5)y' - y \cos x = e^x$ є:

а. Лінійним неоднорідним третього порядку

б. Нелінійним третього порядку

в. Лінійним однорідним третього порядку зі змінними коефіцієнтами

г. Рівнянням Ейлера

135. Диференціальне рівняння $y''' - (x+2)^2y'' + (x-10)y' - y^2 \ln x = e^{x^2}$ є:

а. Лінійним неоднорідним третього порядку

б. Нелінійним третього порядку

в. Лінійним однорідним третього порядку зі змінними коефіцієнтами

г. Лінійним однорідним третього порядку зі сталими коефіцієнтами

136. Необхідна і достатня умова того, що рівняння $P(x, y)dx = Q(x, y)dy$ є рівнянням у повних диференціалах:

- а. $\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x}$
- б. $\frac{\partial P}{\partial y} = -\frac{\partial Q}{\partial x}$
- в. $\frac{\partial P}{\partial x} = -\frac{\partial Q}{\partial y}$
- г. $\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial Q}{\partial y}$

137. Яку заміну використовують для зменшення порядку диференціального рівняння вигляду $F(x, y', y'') = 0$:

- а. $y' = z(y)$
- б. $y' = yz(x)$
- в. $y' = z(x)$
- г. $y'' = z(x)$

138. Яке з нижченаведених диференціальних рівнянь не є лінійним:

- а. $x^2 y'' + 5xy' + 3y = \sin x$
- б. $y'' + 3y' - 5 = 0$
- в. $yy'' + 3y' + 2 = 0$
- г. $y'' + y' = xe^{\ln y}$

139. Яке з диференціальних рівнянь не є рівнянням з відокремлюваними змінними:

- а. $x^2 e^{x+y} dx + \sqrt{yx} dy = 0$
- б. $x(y+1)dx - (x^2+1)dy = 0$
- в. $y' + x^2 y = \sqrt{xy}$
- г. $z' = 10^{x+z}$

140. Методом варіації довільних сталих розв'язок рівняння $y'' - y' - 6y = xe^x$ потрібно шукати в вигляді:

- а. $y = C_1(x)e^{3x} + C_2(x)e^{-3x}$
- б. $y = C_1(x)e^{3x} + C_2(x)e^{-2x}$
- в. $y = e^{-2x}(C_1(x) + xC_2(x))$
- г. $y = C_1(x)e^{-3x} + C_2(x)e^{2x}$

141. Якщо y_1 і y_2 - два лінійно незалежних розв'язки диференціального рівняння $y'' + a_1(x)y' + a_2(x)y = 0$, то загальним розв'язком цього рівняння є:

- а. $y = C_1 e^{y_1 x} + C_2 e^{y_2 x}$
- б. $y = y_1 + y_2$
- в. $y = C_1 y_1 + C_2 y_2$
- г. $y = C_1(y_1 + y_2) + C_2$

142. Диференціальне рівняння $y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \dots + a_n y = f(x)$ називається:

- а. Нелінійним n -го порядку
- б. Лінійним однорідним n -го порядку
- в. Лінійним неоднорідним n -го порядку

г. Рівнянням Ейлера

143. При якому значенні x добуток $a_{13}a_{21}a_{34}a_{4x}$ входить у визначник четвертого порядку?
- а. 2
 - б. 1
 - в. 3
 - г. 4
144. При якому значенні x добуток $a_{15}a_{21}a_{33}a_{42}a_{5x}$ входить у визначник п'ятого порядку?
- а. 2
 - б. 1
 - в. 3
 - г. 4
145. Який з наведених нижче добутоків входить у визначник четвертого порядку?
- а. $a_{13}a_{22}a_{31}a_{44}$
 - б. $a_{12}a_{23}a_{32}a_{41}$
 - в. $a_{13}a_{23}a_{31}a_{42}$
 - г. $a_{11}a_{22}a_{31}a_{43}$
146. Який з нижченаведених добутоків входить у визначник четвертого порядку?
- а. $a_{13}a_{21}a_{32}a_{44}$
 - б. $a_{12}a_{23}a_{32}a_{41}$
 - в. $a_{13}a_{22}a_{31}a_{42}$
 - г. $a_{11}a_{22}a_{31}a_{43}$
147. Який з добутоків не входить у визначник четвертого порядку?
- а. $a_{13}a_{22}a_{31}a_{44}$
 - б. $a_{12}a_{23}a_{32}a_{41}$
 - в. $a_{13}a_{24}a_{31}a_{42}$
 - г. $a_{11}a_{22}a_{34}a_{43}$
148. Який з нижченаведених добутоків не входить у визначник четвертого порядку?
- а. $a_{13}a_{22}a_{31}a_{44}$
 - б. $a_{12}a_{23}a_{34}a_{41}$
 - в. $a_{13}a_{24}a_{31}a_{42}$
 - г. $a_{11}a_{23}a_{34}a_{43}$
149. Який з наведених добутоків не входить у визначник п'ятого порядку?
- а. $a_{13}a_{22}a_{31}a_{44}a_{55}$
 - б. $a_{15}a_{23}a_{34}a_{41}a_{52}$
 - в. $a_{13}a_{25}a_{31}a_{42}a_{54}$
 - г. $a_{11}a_{22}a_{34}a_{43}a_{52}$
150. Який з добутоків не входить у визначник п'ятого порядку?
- а. $a_{13}a_{22}a_{31}a_{44}a_{55}$

б. $a_{15}a_{23}a_{34}a_{41}a_{52}$

в. $a_{13}a_{25}a_{31}a_{45}a_{54}$

г. $a_{11}a_{25}a_{34}a_{43}a_{52}$

151. Добутки $a_{12}a_{23}a_{31}$ і $a_{11}a_{23}a_{32}$ входять у визначник третього порядку із знаками відповідно

а. $+ \quad + \quad +$

б. $+ \quad + \quad -$

в. $- \quad + \quad +$

г. $- \quad + \quad -$

152. Добутки $a_{12}a_{23}a_{31}$ і $a_{13}a_{21}a_{32}$ входять у визначник третього порядку із знаками відповідно

а. $+ \quad + \quad +$

б. $+ \quad + \quad -$

в. $- \quad + \quad +$

г. $- \quad + \quad -$

153. Добутки $a_{13}a_{22}a_{31}$ і $a_{11}a_{23}a_{32}$ входять у визначник третього порядку із знаками відповідно

а. $+ \quad + \quad +$

б. $+ \quad + \quad -$

в. $- \quad + \quad +$

г. $- \quad + \quad -$

154. Добутки $a_{13}a_{22}a_{31}$ і $a_{13}a_{21}a_{32}$ входять у визначник третього порядку із знаками відповідно

а. $+ \quad + \quad +$

б. $+ \quad + \quad -$

в. $- \quad + \quad +$

г. $- \quad + \quad -$

155. Добуток $a_{13}a_{22}a_{31}a_{44}$ входять у визначник четвертого порядку із знаком

а. $+$

б. $-$

в. даний добуток не входить у визначник четвертого порядку

г. інша відповідь

156. Добуток $a_{14}a_{21}a_{33}a_{42}$ входять у визначник четвертого порядку із знаком

а. $+$

б. $-$

в. даний добуток не входить у визначник четвертого порядку

г. інша відповідь

157. Добуток $a_{13}a_{24}a_{31}a_{42}$ входять у визначник четвертого порядку із знаком

а. $+$

б. $-$

в. даний добуток не входить у визначник четвертого порядку

г. інша відповідь

158. Вкажіть формулу визначника матриці $A(a_{ij})$, $i, j = 1, 2$ другого порядку

- а. $\det A = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$
- б. $\det A = a_{11}a_{22} + a_{12}a_{21}$
- в. $\det A = a_{11}a_{12} - a_{21}a_{22}$
- г. $\det A = a_{11}a_{21} - a_{12}a_{22}$

159. Скільки доданків входить в формулу визначника матриці третього порядку (якщо визначник виражений тільки через елементи матриці):

- а. 3
- б. 4
- в. 6
- г. 9

160. Нехай кількість парних підстановок n -ого порядку дорівнює числу p , а непарних - q . Порівняйте числа p і q :

- а. $p > q$
- б. $p < q$
- в. $p = q$
- г. відповідь залежить від числа n

161. Матриця A має розміри 5×4 . Яку з операцій неможливо виконати?

- а. транспонувати A
- б. перемножити A на A^T
- в. перемножити A^T на A
- г. перемножити A на A

162. Якщо всі елементи визначника третього порядку дорівнюють числу m , то такий визначник дорівнюватиме

- а. m^3
- б. m^9
- в. m
- г. 0

163. Якщо визначник матриці містить два однакові рядки то він

- а. кратний розміру матриці
- б. є парним числом
- в. є додатнім числом
- г. дорівнює 0

164. Якщо визначник матриці містить два однакові стовпці то він

- а. кратний розміру матриці
- б. є парним числом
- в. є додатнім числом
- г. дорівнює 0

165. Якщо визначник матриці містить два пропорційні стовпці то він

- а. кратний розміру матриці

- б. є парним числом
 - в. є додатнім числом
 - г. дорівнює 0
166. Якщо визначник матриці містить два пропорційні рядки то він
- а. кратний розміру матриці
 - б. є парним числом
 - в. є додатнім числом
 - г. дорівнює 0
167. Якщо у визначнику матриці один рядок є сумою всіх інших то він
- а. кратний розміру матриці
 - б. є від'ємним числом
 - в. є додатнім числом
 - г. дорівнює 0
168. Якщо у визначнику матриці один стовпець є лінійною комбінацією інших стовпців то він
- а. кратний розміру матриці
 - б. є від'ємним числом
 - в. є додатнім числом
 - г. дорівнює 0
169. Якщо у визначнику матриці один рядок є різницею двох інших то він
- а. кратний розміру матриці
 - б. є від'ємним числом
 - в. є додатнім числом
 - г. дорівнює 0
170. Методом Гауса можна знайти розв'язок
- а. тільки лінійної системи рівнянь, в якій кількість невідомих дорівнює кількості рівнянь і $\det A \neq 0$
 - б. довільної лінійної системи рівнянь
 - в. тільки лінійної системи рівнянь, в якій кількість невідомих дорівнює кількості рівнянь
 - г. тільки лінійної однорідної системи рівнянь
171. Дві матриці можна додати, якщо вони
- а. невироджені
 - б. квадратні
 - в. однакового розміру
 - г. діагональні
172. Система лінійних рівнянь сумісна, якщо ранг її розширеної матриці
- а. рівний рангу матриці коефіцієнтів
 - б. більший за ранг матриці коефіцієнтів
 - в. менший від рангу матриці коефіцієнтів
 - г. рівний кількості невідомих
173. Сумісна система лінійних рівнянь визначена, якщо ранг її розширеної матриці

- а. рівний кількості невідомих
- б. рівний рангу матриці коефіцієнтів
- в. більший за ранг матриці коефіцієнтів
- г. менший від рангу матриці коефіцієнтів

174. Методом Крамера можна знайти розв'язок

- а. лінійної системи рівнянь, в якій кількість невідомих дорівнює кількості рівнянь і визначник матриці коефіцієнтів відмінний від нуля
- б. довільної лінійної системи рівнянь
- в. лінійної системи рівнянь, в якій кількість невідомих дорівнює кількості рівнянь
- г. лінійної однорідної системи рівнянь

175. Матричним методом можна знайти розв'язок

- а. лінійної системи рівнянь, в якій кількість невідомих дорівнює кількості рівнянь і визначник матриці коефіцієнтів відмінний від нуля
- б. довільної лінійної системи рівнянь
- в. лінійної системи рівнянь, в якій кількість невідомих дорівнює кількості рівнянь
- г. лінійної однорідної системи рівнянь

176. Метод Крамера не можна застосувати до системи лінійних рівнянь, в якій кількість невідомих дорівнює кількості рівнянь і визначник матриці складеної з коефіцієнтів біля невідомих дорівнює

- а. 0
- б. 1
- в. 2
- г. 1000

177. Матричний метод не можна застосувати до системи лінійних рівнянь, в якій кількість невідомих дорівнює кількості рівнянь і визначник матриці складеної з коефіцієнтів біля невідомих дорівнює

- а. 0
- б. -1
- в. 2
- г. 1000

178. Якщо систему лінійних рівнянь можна розв'язати методом Крамера, то її можна розв'язати

- а. методом Гауса та матричним методом
- б. методом Гауса, але не завжди матричним методом
- в. матричним методом, але не завжди методом Гауса
- г. тільки методом Крамера

179. Матрицю можна помножити на число, якщо вона є

- а. тільки квадратною
- б. довільною
- в. тільки матрицею-стовпцем
- г. тільки матрицею-рядком

180. Система лінійних рівнянь називається однорідною, якщо

- а. вона не має жодного розв'язку

- б. вона має єдиний розв'язок
 - в. вона має більше ніж один розв'язок
 - г. всі вільні члени дорівнюють нулю
181. Як зміниться визначник матриці, якщо в ньому поміняти два рядки місцями?
- а. не зміниться
 - б. змінить тільки знак
 - в. дорівнюватиме нулю
 - г. збільшиться в два рази
182. Як зміниться визначник матриці, якщо в ньому поміняти два стовпці місцями?
- а. не зміниться
 - б. змінить тільки знак
 - в. дорівнюватиме нулю
 - г. збільшиться в два рази
183. Як зміниться визначник матриці, якщо її транспонувати?
- а. не зміниться
 - б. змінить тільки знак
 - в. дорівнюватиме нулю
 - г. збільшиться в два рази
184. Визначник будь-якої квадратної матриці дорівнює нулю, якщо
- а. всі елементи деякого рядка рівні нулю
 - б. всі діагональні елементи матриці рівні нулю
 - в. кількість елементів, які рівні нулю більша за порядок матриці
 - г. кількість елементів, які рівні нулю дорівнює порядку матриці
185. Визначник квадратної матриці дорівнює нулю, якщо
- а. всі елементи деякого стовпця рівні нулю
 - б. всі діагональні елементи матриці рівні нулю
 - в. кількість елементів, які рівні нулю більша за порядок матриці
 - г. кількість елементів, які рівні нулю дорівнює порядку матриці
186. Значення формули логіки висловлень $p \rightarrow q \vee \bar{p}$ для $|p| = |q| = 0$ дорівнює
- а. 0
 - б. 1
 - в. 2024
 - г. інша відповідь
187. Формула $p \wedge \bar{p}$ логіки висловлень є
- а. тавтологією
 - б. суперечністю
 - в. виконуваною
 - г. проблемною
188. Формула $p \rightarrow q$ логіки висловлень рівносильна формулі

- а. $\bar{q} \rightarrow \bar{p}$
- б. $\bar{p} \rightarrow \bar{q}$
- в. $\bar{p} \rightarrow q$
- г. $p \rightarrow \bar{q}$

189. Значення формули логіки висловлень $\bar{q} \rightarrow p \wedge q$ для $|p| = |q| = 1$ дорівнює

- а. 0
- б. 1
- в. 2019
- г. інша відповідь

190. Формула $p \vee p$ логіки висловлень є

- а. тавтологією
- б. суперечністю
- в. виконуваною
- г. проблемною

191. Формула $p \wedge 0$ логіки висловлень рівносильна формулі

- а. 0
- б. p
- в. 1
- г. $\bar{p}$

192. Операція "еквіваленція" позначається через

- а. $\vee$
- б. $\wedge$
- в. $\leftrightarrow$
- г. $\rightarrow$

193. Формула $p \wedge 1$ логіки висловлень рівносильна формулі

- а. 0
- б. p
- в. 1
- г. $\bar{p}$

194. Логічним наслідком з формули p є

- а. $\bar{p}$
- б. $p \wedge \bar{p}$
- в. 0
- г. 1

195. Поліномом Жегалкіна формули $p \oplus p$ є

- а. 0
- б. 1
- в. p
- г. $p \oplus q$

196. Формула $p \oplus p$ є

- а. тавтологією
- б. суперечністю
- в. виконуваною
- г. нейтральною

197. Операція "диз'юнкція" позначається через

- а. $\vee$
- б. $\wedge$
- в. $\leftrightarrow$
- г. $\rightarrow$

198. Поліномом Жегалкіна формули $p \vee q$ є

- а. $p \oplus 1$
- б. $p \oplus q \oplus 1$
- в. $pq \oplus p \oplus q$
- г. $p \oplus q$

199. Операція "імплікація" позначається через

- а. $\vee$
- б. $\wedge$
- в. $\leftrightarrow$
- г. $\rightarrow$

200. Формула $p \vee \bar{p}$ логіки висловлень є

- а. тавтологією
- б. суперечністю
- в. нейтральною
- г. проблемною

201. Поліномом Жегалкіна формули $\bar{p} \wedge \bar{p}$ є

- а. p
- б. $p \oplus 1$
- в. 1
- г. $p \oplus q$

202. Яка з формул є ДНФ?

- а. $p \wedge q \vee \bar{p} \wedge q$
- б. $(p \vee q) \wedge (\bar{p} \vee \bar{q})$
- в. $p \rightarrow q$
- г. $p \leftrightarrow q$

203. Операція "кон'юнкція" позначається через

- а. $\vee$
- б. $\wedge$
- в. $\leftrightarrow$

г. $\rightarrow$

204. Формула $p \vee 1$ логіки висловлень рівносильна формулі

а. 0

б. p

в. 1

г. $\bar{p}$

205. Яка з формул є КНФ?

а. $p \wedge q \vee \bar{p} \wedge q$

б. $(p \vee q) \wedge (\bar{p} \vee \bar{q})$

в. $p \rightarrow q$

г. $p \leftrightarrow q$

206. Яка з формул є поліномом Жегалкіна?

а. $p \oplus q \oplus 1$

б. $p \vee q$

в. $p \rightarrow q$

г. $p \leftrightarrow q$

207. Яка операція має вищий пріоритет, ніж $\vee$?

а. $\wedge$

б. $\rightarrow$

в. $\leftrightarrow$

г. $\oplus$

208. Формула $p \vee 0$ логіки висловлень рівносильна формулі

а. 0

б. p

в. 1

г. $\bar{p}$

209. Кон'юнкція $p \wedge q$ набуває значення "істина" тоді і лише тоді, коли

а. p та q набувають значення "істина" одночасно

б. p та q набувають однакові значення

в. p та q набувають значення "хибність" одночасно

г. p набуває значення "істина", а q - "хибність"

210. Диз'юнкція $p \vee q$ набуває значення "хибність" тоді і лише тоді, коли

а. p та q набувають значення "істина" одночасно

б. p та q набувають однакові значення

в. p та q набувають значення "хибність" одночасно

г. p набуває значення "істина", а q - "хибність"

211. Еквіваленція $p \leftrightarrow q$ набуває значення "істина" тоді і лише тоді, коли

а. p та q набувають значення "істина" одночасно

- б. p та q набувають однакові значення
- в. p та q набувають значення "хибність" одночасно
- г. p набуває значення "істина", а q - "хибність"

212. Імплікація $p \rightarrow q$ набуває значення "хибність" тоді і лише тоді, коли

- а. p та q набувають значення "істина" одночасно
- б. p та q набувають однакові значення
- в. p та q набувають значення "хибність" одночасно
- г. p набуває значення "істина", а q - "хибність"

213. Еквіваленція $p \leftrightarrow q$ набуває значення "хибність" тоді і лише тоді, коли

- а. p та q набувають різні значення
- б. p та q набувають однакові значення
- в. p та q набувають значення "хибність" одночасно
- г. p набуває значення "істина", а q - "хибність"

214. Виключне "або" $p \oplus q$ набуває значення "істина" тоді і лише тоді, коли

- а. p та q набувають різні значення
- б. p та q набувають однакові значення
- в. p та q набувають значення "хибність" одночасно
- г. p набуває значення "істина", а q - "хибність"

215. Обчислити $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+a^2}}$:

- а. $\ln|x + \sqrt{x^2 + a^2}| + C$
- б. $\operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$
- в. $\operatorname{arcsin} \frac{x}{a} + C$
- г. $\operatorname{arccos} \frac{x}{a} + C$

216. Обчислити $\int \frac{dx}{\cos^2 x}$:

- а. $\operatorname{tg} x + C$
- б. $-\operatorname{tg} x + C$
- в. $-\operatorname{ctg} x + C$
- г. $\frac{1}{\sin^2 x} + C$

217. Обчислити $\int e^{3x+1} dx$:

- а. $\frac{1}{3}e^{3x+1} + C$
- б. $3e^{3x+1} + C$
- в. $e^{3x+1} + C$
- г. $e^{3x} + C$

218. Обчислити $\int \frac{dx}{x}$:

- а. $\ln|x| + C$
- б. $\frac{x^2}{2} + C$
- в. $-\frac{x^2}{2} + C$
- г. $\frac{1}{x^2} + C + C$

219. Обчислити $\int \frac{dx}{x^2+a^2} dx$:

- а. $\frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$
- б. $\operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$
- в. $-\operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$
- г. $\arcsin \frac{x}{a} + C + C$

220. Обчислити границю $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{2x}$:

- а. $\frac{5}{2}$
- б. $\frac{5}{3}$
- в. $\frac{4}{3}$
- г. $\frac{4}{5}$

221. Обчислити границю $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{x}$:

- а. 3
- б. 4
- в. 2
- г. 2,5

222. Обчислити границю $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x^2-x}$:

- а. 2
- б. 1
- в. 3
- г. 4

223. Обчислити границю $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 5x}$:

- а. 0,4
- б. 0,2
- в. 0,3
- г. 0,7

224. Обчислити границю $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x+2} \right)^{2x+1}$:

- а. e^{-2}
- б. e^{-1}
- в. e
- г. e^2

225. Обчислити границю $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x}-1}{x}$:

- а. $\frac{1}{2}$
- б. $\frac{1}{3}$
- в. $\frac{2}{3}$
- г. $\frac{3}{2}$

226. Обчислити границю $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\operatorname{tg} 7x}$:

- а. $\frac{3}{7}$
- б. $\frac{7}{3}$
- в. $\frac{3}{5}$
- г. $\frac{5}{3}$

227. Обчислити границю $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \operatorname{tg}^2 \sqrt{x})^{\frac{1}{2x}}$:

- а. $e^{\frac{1}{2}}$
- б. $e^{\frac{1}{3}}$
- в. e
- г. $e^{-\frac{1}{2}}$

228. Обчислити границю $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-3x)}{x}$:

- а. -3
- б. -4
- в. -2
- г. -1

229. Обчислити похідну y'_x , якщо $y = \frac{x}{\sin x + \cos x}$:

- а. $\frac{\sin x + \cos x + x(\sin x - \cos x)}{1 + \sin 2x}$
- б. $\frac{\sin x + \cos x}{1 + \sin 2x}$
- в. $\frac{\sin x - \cos x + x(\sin x + \cos x)}{1 + \sin 2x}$
- г. $\frac{\sin x - \cos x}{1 + \sin 2x}$

230. Обчислити похідну y'_x , якщо $y = \sqrt{1 + 2\operatorname{tg} x}$:

- а. $\frac{1}{\sqrt{1+2\operatorname{tg} x} \cos^2 x}$
- б. $-\frac{1}{\sqrt{1+2\operatorname{tg} x} \sin^2 x}$
- в. $\frac{2}{\sqrt{1+2\operatorname{tg} x} \cos^2 x}$
- г. $-\frac{2}{\sqrt{1+2\operatorname{tg} x} \sin^2 x}$

231. Обчислити похідну y'_x , якщо $x = a \cos^3 t$, $y = b \sin^3 t$:

- а. $-\frac{b}{a} \operatorname{tg} t$
- б. $\frac{b}{a} \operatorname{tg} t$
- в. $\frac{a}{b} \operatorname{tg} t$
- г. $-\frac{a}{b} \operatorname{tg} t$

232. Область визначення функції $y = \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt[3]{-x}}$ визначена умовою

- а. $x > 0$
- б. $x \geq 0$
- в. $x = 0$
- г. $x < 0$

233. Знайти похідну $y'(x)$ функції $y(x)$, що задана неявно рівнянням $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 2 = 0$:

- а. $\frac{x+1}{3-y}$
- б. $\frac{x+1}{y-3}$
- в. $\frac{x-1}{y+3}$
- г. $\frac{x+1}{y+3}$

234. Обчислити границю $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^\mu - 1}{x}$:

- а. μ
- б. 2μ
- в. 0
- г. 10μ

235. Обчислити границю: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin mx}{\cos nx} =$

- а. 0
- б. $\frac{m}{n}$
- в. $\frac{n}{m}$
- г. 1

236. $\int \frac{1}{\sin^2 5x} dx =$

- а. $-\frac{1}{5} \operatorname{ctg} 5x + C$
- б. $\frac{1}{5} \operatorname{ctg} 5x + C$
- в. $-5 \operatorname{ctg} 5x + C$
- г. $\frac{1}{5} \operatorname{tg} 5x + C$

237. $\int \frac{dx}{1-x^2} =$

- а. $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{1+x}{1-x} \right| + C$
- б. $\ln \left| \frac{1+x}{1-x} \right| + C$
- в. $\frac{1}{6} \ln \left| \frac{1+x}{1-x} \right| + C$
- г. $\frac{1}{4} \ln \left| \frac{1-x}{1+x} \right| + C$

238. Знайти похідну функції $y(x) = \arcsin(\cos x)$:

- а. $-\frac{\sin x}{\sqrt{1-\cos^2 x}}$
- б. $\frac{\sin x}{\sqrt{1-\cos^2 x}}$
- в. $-\frac{\sin x}{\sqrt{1+\cos^2 x}}$
- г. $\frac{\sin x}{\sqrt{1+\cos^2 x}}$

239. Обчислити площу фігури, обмеженої лініями $y = 2x^2$, $y = 0$, $x = 3$:

- а. 18
- б. 27
- в. $2/3$
- г. 10

240. Нехай $y = f(x)$ — парна функція, а $y = g(x)$ — непарна функція. Вкажіть, яка з функцій є парною:

- а. $y = f(x) - g(|x|)$
- б. $y = f(x)g(x)$
- в. $y = f(x) + g(x)$
- г. $y = f(x) - g(x)$

241. Інтеграл $\int_0^2 \sqrt{4 - x^2} dx$ заміною $x = 2 \sin t$ зводиться до інтеграла

- а. $4 \int_0^{\pi/2} \cos^2 t dt$
- б. $4 \int_0^{\pi} \cos t \sin t dt$
- в. $2 \int_0^{\pi/2} \cos t dt$
- г. $\int_0^{\pi/2} \cos^2 t dt$

242. Функція $y = 3x^3 + 2x^2 - 2$ на інтервалі $(0; 2)$

- а. монотонно зростає
- б. має максимум
- в. має мінімум
- г. монотонно спадає

243. Обчислити границю $\lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt{n^2 + 4} - \sqrt{n^2 - 4})$:

- а. 4
- б. -4
- в. 8
- г. -8

244. Обчислити границю $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^2 + (3+n)^2}{(3-n)^2 - (3+n)^2}$:

- а. $-\infty$
- б. $+\infty$
- в. 0
- г. 3

245. Обчислити границю $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 2^n}{3^{n-1} + 2^n}$:

- а. 3
- б. 2
- в. $\frac{2}{3}$
- г. $\frac{3}{2}$

246. Яка функція є парною?

- а. $f(x) = x^2 + \ln |x|$
- б. $f(x) = x^4 - \sin x$
- в. $f(x) = \operatorname{tg}(2x + 1)$
- г. $f(x) = \cos x - \sin^3 x$

247. Знайти область визначення функції $y = \frac{x+2}{2x-5}$:

- а. $(-\infty; 2, 5) \cup (2, 5; +\infty)$
- б. $(-\infty; +\infty)$

- в. $(-\infty; 5) \cup (5; +\infty)$
- г. $(0; +\infty)$

248. Знайти множину значень функції $y = x^2, x \in [-3, 2]$:

- а. $y \in [0; 9]$
- б. $y \in [4; 9]$
- в. $y \in [0; 9)$
- г. $y \in (4; 9]$

249. Для функції $y = \lg \frac{x}{2}$ знайти обернену:

- а. $x = 2 \cdot 10^y, y \in (-\infty; +\infty)$
- б. $x = 10^y, y \in (-\infty; +\infty)$
- в. $x = 10^{2y}, y \in (-\infty; +\infty)$
- г. $x = 2 \cdot 10^y, y \in (0; +\infty)$

250. Записати у явному вигляді функцію y , задану рівнянням $10^x + 10^y = 10$:

- а. $y = \lg(10 - 10^x), -\infty < x < 1$
- б. $y = \lg(10 - x), -\infty < x < 1$
- в. $y = \lg(10 - 10^x), -\infty < x < -1$
- г. $y = \lg(10 - 10x), -\infty < x < 1$

251. Обчислити інтеграл $\int \frac{(\arcsin x)^2}{\sqrt{1-x^2}} dx$:

- а. $\frac{(\arcsin x)^3}{3} + C$
- б. $\frac{(\arcsin x)^2}{2} + C$
- в. $-\frac{(\arcsin x)^3}{3} + C$
- г. $2\arcsin x + C$

252. Обчислити інтеграл $\int_2^6 \sqrt{x-2} dx$:

- а. $\frac{16}{3}$
- б. $\frac{8}{3}$
- в. $-\frac{16}{3}$
- г. 16

253. Знайти площу, обмежену параболою $y = 4x - x^2$ і віссю абсцис:

- а. $s = \frac{32}{3}$
- б. $s = \frac{32}{5}$
- в. $s = 32$
- г. $s = \frac{31}{3}$

254. Написати рівняння дотичної до параболи $y = \sqrt{x}$ у точці $A(4, 2)$:

- а. $x - 4y + 4 = 0$
- б. $x + 4y + 4 = 0$
- в. $x - 4y - 4 = 0$

г. $-x - 4y + 4 = 0$

255. Сума раціональних чисел не може бути числом

- а. ірраціональним
- б. дійсним
- в. 0
- г. раціональним

256. Неперервна на компактї функція є на цьому компактї

- а. рівномірно неперервною
- б. кусково неперервною
- в. розривною
- г. необмеженою

257. $y - f(x_0) = -\frac{1}{f'(x_0)}(x - x_0)$ — рівняння

- а. нормалі до графіка функції $f(x)$ в точці $(x_0; f(x_0))$
- б. дотичної до графіка функції $f(x)$ в точці $(x_0; f(x_0))$
- в. бісектриси до графіка функції $f(x)$ в точці $(x_0; f(x_0))$
- г. дотичної площини до графіка функції $f(x)$ в точці $(x_0; f(x_0))$

258. Дві нескінченно малі при $x \rightarrow x_0$ функції f і g називають еквівалентними, якщо

- а. $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$
- б. $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$
- в. $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \infty$
- г. $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \pi$

259. Графік функції $y = f(2x)$ можна побудувати, якщо щодо графіка функції $y = f(x)$ здійснити

- а. стиск у 2 рази вздовж осі Ox
- б. стиск у 2 рази вздовж осі Oy
- в. розтяг у 2 рази вздовж осі Ox
- г. розтяг у 2 рази вздовж осі Oy

260. Узагальнений гармонійний ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\alpha}}$ збіжний при

- а. $\alpha > 1$
- б. $\alpha \geq 1$
- в. $\alpha < 1$
- г. $\alpha \leq 1$

261. Числовий ряд $\sum_{n=1}^{\infty} q^n$, де $q > 0$, збіжний при

- а. $q < 1$
- б. $q \leq 1$
- в. $q > 1$
- г. $q \geq 1$

262. Для числового ряду $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ умова $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ є

- а. необхідною умовою збіжності
- б. достатньою умовою збіжності
- в. необхідною і достатньою умовою збіжності
- г. правильної відповіді немає

263. Площу S плоскої фігури D обчислюють за формулою

- а. $S = \int \int_D dx dy$
- б. $S = \int \int_D \sqrt{1 + x^2 + y^2} dx dy$
- в. $S = \int \int_D xy dx dy$
- г. $S = \int \int_D \sqrt{xy} dx dy$

264. Функції $f(x) = \lg x^2$ і $g(x) = 2 \lg x$

- а. тотожні для всіх $x \in (0, +\infty)$
- б. тотожні для всіх $x \in [0, +\infty)$
- в. тотожні для всіх $x \in (-\infty, +\infty)$
- г. не рівні для жодного аргументу

265. Функція $f(x)$ неперервна в точці x_0 , якщо

- а. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$
- б. $\exists \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$
- в. $\lim_{x \rightarrow x_0 - 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0 + 0} f(x)$
- г. функція визначена в точці x_0

266. Похідну функції $y = y(x)$, заданої параметрично як $x = x(t)$, $y = y(t)$, обчислюють за формулою

- а. $y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$
- б. $y'_x = \frac{x'_t}{y'_t}$
- в. $y'_x = x'_t y'_t$
- г. $y'_x = x'_t (y'_t)^2$

267. Якщо функція $y = f(x)$ диференційовна в точці x_0 , і має в точці x_0 екстремум, то

- а. $f'(x_0) = 0$
- б. $f'(x_0) = 1$
- в. $f'(x_0) \neq 0$
- г. $f'(x_0) > 0$

268. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n}$ є

- а. умовно збіжним
- б. абсолютно збіжним
- в. розбіжним
- г. неможливо дослідити на збіжність

269. Графік функції $y = f(\frac{1}{2}x)$ можна побудувати, якщо щодо графіка функції $y = f(x)$ здійснити
- а. розтяг у 2 рази вздовж осі Ox
 - б. стиск у 2 рази вздовж осі Oy
 - в. стиск у 2 рази вздовж осі Ox
 - г. розтяг у 2 рази вздовж осі Oy
270. Графік функції $y = \frac{1}{2}f(x)$ можна побудувати, якщо щодо графіка функції $y = f(x)$ здійснити
- а. стиск у 2 рази вздовж осі Oy
 - б. розтяг у 2 рази вздовж осі Ox
 - в. стиск у 2 рази вздовж осі Ox
 - г. розтяг у 2 рази вздовж осі Oy
271. Графік функції $y = f(x + 1)$ можна побудувати, якщо щодо графіка функції $y = f(x)$ здійснити
- а. перенос на 1 вліво вздовж осі Ox
 - б. перенос на 1 вправо вздовж осі Ox
 - в. перенос на 1 вгору вздовж осі Oy
 - г. перенос на 1 вниз вздовж осі Oy
272. Графік функції $y = f(x) + 1$ можна побудувати, якщо щодо графіка функції $y = f(x)$ здійснити
- а. перенос на 1 вгору вздовж осі Oy
 - б. перенос на 1 вправо вздовж осі Ox
 - в. перенос на 1 вліво вздовж осі Ox
 - г. перенос на 1 вниз вздовж осі Oy
273. Кожна непорожня обмежена зверху множина має
- а. точну верхню грань
 - б. точну нижню грань
 - в. мінімум
 - г. максимум
274. Для множин натуральних, цілих та раціональних чисел виконуються включення
- а. $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$
 - б. $\mathbb{N} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{Z}$
 - в. $\mathbb{Q} \subset \mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$
 - г. $\mathbb{Z} \subset \mathbb{N} \subset \mathbb{Q}$
275. Множина дійсних чисел
- а. містить єдиний нуль
 - б. не містить одиничного елемента
 - в. містить обернений елемент до будь-якого дійсного числа
 - г. не містить нульового елемента
276. Обмежену зміну на заданому відрізку має кожна:

- а. обмежена функція
- б. неперервна функція
- в. монотонна функція
- г. вимірна функція

277. З наступних чотирьох тверджень про канторову множину виберіть правильне:

- а. всі точки канторової множини - ізольовані
- б. канторова множина - відкрита
- в. канторова множина - незліченна
- г. лінійна міра Лебега канторової множини дорівнює 1

278. Множина точок на площині обмежена лініями: $y = 0$, $y = 2$, $y = x - 1$, $x = 0$. Знайдіть плоску міру Лебега цієї множини:

- а. 1
- б. 2
- в. 3
- г. 4

279. Властивість міри μ , яка полягає у тому, що із включення $A \subset \bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$ випливає нерівність $\mu(A) \leq \sum_{n=1}^{\infty} \mu(A_n)$, називається

- а. адитивністю міри
- б. зліченною адитивністю міри
- в. півадитивністю міри
- г. неперервністю міри

280. Рівняння відноситься до еліптичного типу, якщо

- а. $D < 0$
- б. $D > 0$
- в. $D = 0$
- г. $D = 1$

281. Рівняння не відноситься до параболічного типу, якщо

- а. $D \neq 0$
- б. $D > 0$
- в. $D < 0$
- г. $D = 1$

282. Для інтеграла Рімана нехарактерним є аналог такої властивості інтеграла Лебега:

- а. інтеграл суми двох функцій дорівнює сумі інтегралів цих функцій
- б. сталий множник можна виносити за знак інтеграла
- в. інтеграл невід'ємної функції теж невід'ємний
- г. якщо $f(x)$ вимірна і $|f(x)|$ - інтегрована функція, то $f(x)$ - також інтегрована функція

283. Добутком двох випадкових подій є подія, яка полягає в тому, що:

- а. відбулися обидві події
- б. відбулася тільки одна з двох подій
- в. відбулася хоча б одна з двох подій

г. не відбулася одна з подій

284. Протилежною до суми двох подій є подія, яка полягає в тому, що:

- а. не відбулася хоча б одна із подій
- б. не відбулися обидві події
- в. одна подія відбулася, а інша ні
- г. відбулася хоча б одна із подій

285. Протилежною до добутку двох подій є подія, яка полягає в тому, що:

- а. відбулася хоча б одна із подій
- б. не відбулися обидві події
- в. одна подія відбулася, а інша ні
- г. не відбулася хоча б одна із подій

286. Ймовірність суми двох подій A і B обчислюється за формулою:

- а. $P(A + B) = P(A) + P(B)$
- б. $P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B)$
- в. $P(A + B) = P(A) + P(B) + P(A \cdot B)$
- г. $P(A + B) = P(A) + P(B) + P(\overline{A \cdot B})$

287. Ймовірність добутку несумісних подій дорівнює:

- а. добутку ймовірностей цих подій
- б. сумі ймовірностей цих подій
- в. нулю
- г. одиниці

288. За формулою повної ймовірності ймовірність події A дорівнює (де $\{H_k : 1 \leq k \leq n\}$ - повна група подій):

- а. $\sum_{k=1}^n P(A / H_k)$
- б. $\sum_{k=1}^n P(H_k / A)$
- в. $\sum_{k=1}^n P(H_k) \cdot P(A / H_k)$
- г. $\sum_{k=1}^n P(H_k) \cdot P(H_k / A)$

289. Серед N екзаменаційних білетів є n "щасливих". Студенти підходять за білетами один за одним. У кого більша ймовірність взяти "щасливий" білет - у того, хто підійшов першим, чи в того, хто підійшов другим?

- а. У того, хто підійшов першим
- б. У того, хто підійшов другим
- в. Однакові для обох студентів
- г. Неможливо визначити

290. Випадкова величина ξ має нормальний розподіл з параметрами a і σ^2 . Які із тверджень є правильними? 1) щільність розподілу ξ має вигляд $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp \left\{ -\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2} \right\}$; 2) щільність розподілу ξ має вигляд $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp \left\{ \frac{(x-a)^2}{2\sigma} \right\}$; 3) $M(\xi) = a + \sigma$, $D(\xi) = \sigma^2 - a^2$; 4) $M(\xi) = a$, $D(\xi) = \sigma^2$.

- а. тільки 1
- б. тільки 2 і 4
- в. тільки 2 і 3
- г. тільки 1 і 4

291. Коефіцієнтом кореляції двох випадкових величин ξ і η є число, рівне:

- а. $\frac{M(\xi\eta)}{\sqrt{D\xi \cdot D\eta}}$
- б. $\frac{M(\xi + M\xi)(\eta + M\eta)}{\sqrt{D\xi \cdot D\eta}}$
- в. $\frac{M(\xi - M\xi)(\eta - M\eta)}{D\xi \cdot D\eta}$
- г. $\frac{M(\xi - M\xi)(\eta - M\eta)}{\sqrt{D\xi \cdot D\eta}}$

292. Встановити відповідність: 1) e^z ; 2) $\sin z$; 3) $\operatorname{sh} z$. а) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n!}$; б) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^{2n+1}}{(2n+1)!}$; в) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{z^{2n+1}}{(2n+1)!}$

- а. 1-а, 2-в, 3-б
- б. 1-а, 2-б, 3-а
- в. 1-в, 2-а, 3-б
- г. 1-б, 2-в, 3-а

293. Функція $w = f(z)$ буде аналітичною в деякій області, якщо в цій області вона:

- а. має неперервну похідну
- б. неперервна
- в. обмежена
- г. гармонічна

294. $z = |z|e^{i\varphi}$ є

- а. показникова форма комплексного числа
- б. алгебраїчна форма комплексного числа
- в. тригонометрична форма комплексного числа
- г. форма, що вимагає додаткових перетворень

295. Лишок функції $f(z)$ відносно усувної особливості точки дорівнює:

- а. 0
- б. $2\pi i$
- в. $\lim_{z \rightarrow z_0} f(z)$
- г. $\frac{1}{2\pi i} \lim_{z \rightarrow z_0} f(z)$

296. z_0 є полюсом функції $f(z)$, якщо ряд Лорана функції в околі цієї точки:

- а. містить скінченну кількість членів з від'ємними показниками $z - z_0$
- б. містить скінченну кількість членів з додатними показниками $z - z_0$
- в. не містить правильної частини
- г. містить нескінченну кількість членів з від'ємними показниками $z - z_0$

297. Фактор-простір простору c по підпростору c_0 ізоморфний до простору

- а. $\mathbb{R}$

- б. c
- в. c_0
- г. ℓ_1

298. Кожна норма на лінійному просторі породжує

- а. метрику
- б. міру
- в. інволюцію
- г. ізометрію

299. Норма елемента $x(t) = \sin(t)$ у просторі $L_\infty[0, \pi]$ дорівнює

- а. 1
- б. 2
- в. 3
- г. $\sqrt{\pi/2}$

300. Простір $L_1[a, b]$ не є

- а. гільбертовим
- б. банаховим
- в. нормованим
- г. лінійним

Основний рівень

1. Остача від ділення 137 на 13 дорівнює

- а. 0
- б. 13
- в. 7
- г. 4

2. Взаємно простими є числа

- а. 21, 35 і 200
- б. 21, 111021 і 2019
- в. 33, 121 і 2222
- г. 24, 2024 і 98

3. Ціла частина $[a]$ дійсного числа $a = \cos\left(\frac{6\pi}{5}\right)$ дорівнює

- а. 0
- б. -1
- в. 1
- г. 3

4. Найбільший спільний дільник та найменше спільне кратне двох цілих чисел a і b пов'язані рівністю

- а. $[a, b] = ab(a, b)$
- б. $(a, b) = ab[a, b]$
- в. $ab = (a, b)[a, b]$

г. інша відповідь

5. Комплексне число i^{2024} дорівнює

- а. i
- б. $-i$
- в. 1
- г. -1

6. Якщо комплексне число z задане в тригонометричній формі $z = |z|(\cos(\varphi) + i \sin(\varphi))$, то для кожного натурального числа n має місце рівність

- а. $z^n = |z|^n(\cos(\varphi) + i \sin(\varphi))$
- б. $z^n = |z|^n(\cos(n\varphi) + i \sin(n\varphi))$
- в. $z^n = |z|^n(\cos(\varphi^n) + i \sin(\varphi^n))$
- г. $z^n = |z|(\cos(n\varphi) + i \sin(n\varphi))$

7. Остача від ділення -20 на 6 дорівнює

- а. 2
- б. 1
- в. 4
- г. -2

8. Спряженим до комплексного числа $2 + i$ є

- а. $-2 + i$
- б. $-2 - i$
- в. 2
- г. $2 - i$

9. Модуль комплексного числа $5 - 12i$ дорівнює

- а. 5
- б. 12
- в. 17
- г. 13

10. Відображення $f : X \rightarrow Y$ називається сюр'єкцією, якщо

- а. f є неперервним
- б. f є сталим
- в. $f(X) = Y$
- г. інша відповідь

11. Множина $\mathbb{N}$ натуральних чисел

- а. є зліченною
- б. є скінченною
- в. має потужність континууму
- г. є порожньою

12. Елемент s напівгрупи S з одиницею e називається оборотним, якщо для деякого $x \in S$

- а. $se = x$
- б. $s^{-1}s = x$
- в. $sx = xs = e$
- г. інша відповідь

13. Модулем комплексного числа $z = x + iy$, де $x, y \in \mathbb{R}$, називається число

- а. $\sqrt{x^2 + y^2}$
- б. $x^2 + y^2$
- в. $\sqrt{(x + y)^2}$
- г. $|x| + |y|$

14. Скільки елементів містить симетрична група S_n ?

- а. $n!$
- б. n
- в. $\frac{n!}{2}$
- г. інша відповідь

15. Записом комплексного числа $z = -\cos \varphi - i \sin \varphi$ в тригонометричній формі є

- а. $z = \cos(\pi + \varphi) + i \sin(\pi + \varphi)$
- б. $z = \cos(-\varphi) + i \sin(-\varphi)$
- в. $z = \cos(\pi - \varphi) + i \sin(\pi - \varphi)$
- г. $z = \cos(\frac{\pi}{2} + \varphi) + i \sin(\frac{\pi}{2} + \varphi)$

16. Число α є k -кратним коренем многочлена $f(x)$, якщо

- а. $f(\alpha) = f'(\alpha) = \dots = f^{(k-1)}(\alpha) = 0, f^{(k)}(\alpha) \neq 0$
- б. $f(\alpha) = f'(\alpha) = \dots = f^{(k)}(\alpha) = 0$
- в. $f(\alpha) = f'(\alpha) = \dots = f^{(k-1)}(\alpha) = 0$
- г. $f(\alpha) = f'(\alpha) = \dots = f^{(k)}(\alpha) = 0, f^{(k+1)}(\alpha) \neq 0$

17. Для того, щоб два многочлени мали спільний корінь, необхідно і достатньо, щоб

- а. їхній результат дорівнював нулю
- б. один з них був дільником іншого
- в. вони мали рівні дискримінанти
- г. вони ділились один на одного

18. Скільки існує абелевих груп, які містять неабелеву підгрупу?

- а. 0
- б. 1
- в. 5
- г. безліч

19. Порядок циклу (1432) симетричної групи S_4 дорівнює

- а. 1
- б. 2
- в. 3
- г. 4

20. Яка з наступних груп є нескінченною абелевою?

- а. A_3
- б. $\mathbb{R}$
- в. V_4
- г. D_3

21. Яка з наступних структур є групою?

- а. $(\mathbb{R}, +)$
- б. $(\mathbb{R}, \cdot)$
- в. $(\mathbb{R}, -)$
- г. $(\mathbb{R}, /)$

22. Скільки є цілих чисел, конгруентних з 1 за модулем 2024?

- а. безліч
- б. 1
- в. 2024
- г. 0

23. Конгруенція $6x \equiv 18 \pmod{12}$ має за модулем 12

- а. 6 класів-розв'язків
- б. 0 класів-розв'язків
- в. 12 класів-розв'язків
- г. 1 клас-розв'язок

24. Підгрупи якого порядку містить циклічна група порядку 37?

- а. 1 і 37
- б. 1, 3, 7, 37
- в. 3, 7
- г. інша відповідь

25. Теорема Вільсона стверджує, що для простого числа p

- а. $(p-1)! + 1 \equiv 0 \pmod{p}$
- б. $(p-1)! - 1 \equiv 0 \pmod{p}$
- в. $(p-1)! \equiv 0 \pmod{p}$
- г. інша відповідь

26. Яка з конгруенцій правильна?

- а. $-12 \equiv 13 \pmod{5}$
- б. $-13 \equiv 8 \pmod{4}$
- в. $-6 \equiv 2 \pmod{3}$
- г. $-8 \equiv 3 \pmod{2024}$

27. Скільки елементів містить знакозмінна група A_n ?

- а. $n!$
- б. n
- в. $\frac{n!}{2}$

г. інша відповідь

28. Яка з наступних груп є циклічною?

а. $(\mathbb{Z}, +)$

б. S_3

в. $(\mathbb{R}, +)$

г. Q_8

29. Порядок групи S_5 дорівнює

а. 24

б. 12

в. 4

г. інша відповідь

30. Скільки існує циклічних груп, які містять нециклічну підгрупу?

а. 0

б. 1

в. 2024

г. безліч

31. Для того, щоб напівгрупа була групою, необхідно і достатньо, щоб вона була

а. квазігрупою

б. групоїдом

в. моноїдом

г. біноїдом

32. Теорему про нескінченність множини простих чисел називають теоремою

а. Евкліда

б. Діріхле

в. Ейлера

г. Вільсона

33. Числа a і b є конгруентними за модулем m , якщо

а. $m|(a + b)$

б. $m|(a - b)$

в. $m|a, m|b$

г. інша відповідь

34. Остача від ділення 118 на 11 в кільці цілих чисел дорівнює

а. 0

б. 7

в. 8

г. 11

35. Кількість чисел в зведеній системі лишків за модулем m дорівнює

а. m

б. $\varphi(m)$

- в. $\tau(m)$
- г. інша відповідь

36. Яка з множин утворює повну систему лишків за модулем 4?

- а. $\{3, 16, -2, -3\}$
- б. $\{5, 4, -2, -3\}$
- в. $\{-1, -4, 2, 7\}$
- г. $\{1, 8, 2, -3\}$

37. Розв'язати конгруенцію $3x \equiv 13 \pmod{7}$:

- а. $x \equiv 3 \pmod{7}$
- б. $x \equiv 2 \pmod{7}$
- в. $x \equiv 4 \pmod{7}$
- г. $\emptyset$

38. Канонічний розклад числа $7!$ має вигляд

- а. $2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$
- б. $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$
- в. $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$
- г. інша відповідь

39. Елемент e напівгрупи S називається правою одиницею, якщо для будь-якого $s \in S$

- а. $se = s$
- б. $s^{-1}s = e$
- в. $es = s$
- г. інша відповідь

40. Для груп $(G, \circ)$ і $(H, *)$ гомоморфізм $\varphi : G \rightarrow H$ називається ізоморфізмом, якщо він є

- а. ін'єктивним
- б. сюр'єктивним
- в. бієктивним
- г. інша відповідь

41. Кільце $\mathbb{Z}/(m)$ містить дільники нуля, якщо

- а. $m = 47$
- б. $m = 2$
- в. $m = 13$
- г. $m = 2024$

42. Група називається абелевою, якщо задана на ній бінарна операція є

- а. комутативною
- б. асоціативною
- в. дистрибутивною
- г. неперервною

43. Порядок циклу (23) симетричної групи S_3 дорівнює

- а. 1
- б. 2
- в. 3
- г. 6

44. Яка з наступних груп є неабелевою?

- а. $\mathbb{Z}$
- б. $\mathbb{R}$
- в. V_4
- г. D_3

45. Одиницею групи $(\mathbb{Z}, +)$ є число

- а. -1
- б. 0
- в. 1
- г. інша відповідь

46. Яка з підгруп не є нормальною в симетричній групі $S_3 = \{(1), (12), (13), (23), (123), (132)\}$?

- а. S_3
- б. $\{(1)\}$
- в. $\{(1), (13)\}$
- г. $\{(1), (123), (132)\}$

47. Яка з підмножин не є ідеалом кільця $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$

- а. $\mathbb{Z}$
- б. $\{0\}$
- в. $3\mathbb{Z}$
- г. $\mathbb{N}$

48. Елемент e напівгрупи S називається одиницею, якщо для будь-якого $s \in S$

- а. $se = s$
- б. $s^{-1}s = e$
- в. $es = s$
- г. $es = se = s$

49. Для груп $(G, \circ)$ і $(H, *)$ гомоморфізм $\varphi : G \rightarrow H$ називається вкладенням (мономорфізмом), якщо він є

- а. ін'єктивним
- б. сюр'єктивним
- в. бієктивним
- г. інша відповідь

50. Комутатор $[a, b]$ елементів a, b групи G дорівнює

- а. $b^{-1}ab$
- б. $a^{-1}b^{-1}ab$

- в. ab
- г. інша відповідь

51. Скільки існує попарно неізоморфних груп порядку 23?

- а. 1
- б. 23
- в. 3
- г. 5

52. Оберненим до елемента 2024 групи $(\mathbb{Z}, +)$ є елемент

- а. $\frac{1}{3}$
- б. 0
- в. -2024
- г. інша відповідь

53. Порядок групи Q_8 дорівнює

- а. 4
- б. 16
- в. 8
- г. інша відповідь

54. Порядок групи S_4 дорівнює

- а. 24
- б. 12
- в. 4
- г. інша відповідь

55. Порядок циклу (1342) симетричної групи S_4 дорівнює

- а. 1
- б. 2
- в. 3
- г. 4

56. Яка з наступних груп є абелевою?

- а. $\mathbb{R}$
- б. Q_8
- в. A_5
- г. D_6

57. Яка з наступних структур не є напівгрупою?

- а. $(\mathbb{Z}, +)$
- б. $(\mathbb{Z}, \cdot)$
- в. $(\mathbb{Z}, -)$
- г. $(\mathbb{R}, +)$

58. Яка з підмножин є ідеалом кільця $(\mathbb{R}, +, \cdot)$?

- а. Q
- б. $\mathbb{R}$
- в. $\mathbb{Z}$
- г. $\mathbb{N}$

59. Порядок знакозмінної групи A_4 дорівнює

- а. 4
- б. 6
- в. 24
- г. 12

60. Серед підстановок, заданих циклами, парною є

- а. (12)
- б. (13)
- в. (23)
- г. (132)

61. Група симетрій ромба є

- а. циклічною
- б. простою
- в. нескінченною
- г. абелевою

62. Кількість підгруп циклічної групи C_6 дорівнює

- а. 2
- б. 3
- в. 6
- г. 4

63. Порядок циклу (132) дорівнює

- а. 1
- б. 2
- в. 3
- г. 123

64. Скільки елементів порядку 5 містить кожна група порядку 2024?

- а. 2024
- б. 7
- в. 1
- г. 0

65. Кількість різних нормальних підгруп в симетричній групі S_3 дорівнює

- а. 1
- б. 2
- в. 6
- г. 3

66. Простою групою є група

- а. C_{2024}
- б. C_7
- в. C_6
- г. S_3

67. Яка група містить підгрупу, яка не є нормальною в ній?

- а. C_6
- б. C_8
- в. Q_8
- г. S_3

68. Нульовим елементом кільця $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ є число

- а. 1
- б. 2
- в. 2024
- г. 0

69. Характеристика кільця $(\mathbb{Z}_9, +, \cdot)$ дорівнює

- а. 0
- б. 2
- в. 2019
- г. 9

70. Ідемпотентами кільця $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ є

- а. 1, 2 і 3
- б. всі елементи кільця
- в. -2024 і 2024
- г. 0 і 1

71. Цілісним є кільце

- а. $\mathbb{Z}_8$
- б. $\mathbb{Z}_{13}$
- в. $\mathbb{Z}_{2024}$
- г. $\mathbb{Z}_{2019}$

72. Характеристика кільця $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ дорівнює

- а. 1
- б. 5
- в. 2024
- г. 0

73. Оборотними елементами кільця $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ є

- а. 13, 5 і 3
- б. всі елементи кільця
- в. 0 і 1

г. -1 і 1

74. Простим елементом кільця $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ є

а. -13

б. 8

в. -6

г. 2024

75. Асоційованими елементами в кільці $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ є

а. 1, 2 і 3

б. всі елементи кільця

в. 0 і 1

г. -2024 і 2024

76. Площина, рівняння якої $ax + cz + d = 0$ ($acd \neq 0$), паралельна

а. тільки до осі OX

б. тільки до осі OY

в. тільки до осі OZ

г. до площини XOY

77. Встановити вид чотирикутника $ABCD$ з вершинами у точках $A(0; 0)$, $B(1; 3)$, $C(4; 4)$, $D(3; 1)$:

а. ромб

б. прямокутник

в. квадрат

г. трапеція

78. Рівняння $9x^2 - 4y^2 - 4z^2 = 0$ задає в просторі

а. еліпсоїд

б. конічну поверхню

в. циліндричну поверхню

г. однопорожнинний гіперболоїд

79. Рівняння $9x^2 + 4y^2 + 4z^2 = 36$ задає в просторі

а. еліпсоїд

б. конічну поверхню

в. циліндричну поверхню

г. однопорожнинний гіперболоїд

80. Рівняння $9x^2 - 4z^2 = 36$ задає в просторі

а. еліпсоїд

б. конічну поверхню

в. циліндричну поверхню

г. однопорожнинний гіперболоїд

81. Рівняння $9x^2 + 4y^2 - 4z = 0$ задає в просторі

- а. еліпсоїд
- б. конічну поверхню
- в. циліндричну поверхню
- г. еліптичний параболоїд

82. Прямолінійні твірні поверхні другого порядку - це прямі, які

- а. перетинають поверхню в одній точці
- б. перетинають поверхню в двох точках
- в. дотикаються до поверхні
- г. інша відповідь

83. Лінія першого порядку на площині — це

- а. довільна замкнена лінія без самоперетинів
- б. довільна замкнена лінія
- в. пряма
- г. коло

84. Нерівність $ax + by + c \leq 0$ визначає на площині

- а. пряму
- б. відрізок
- в. круг
- г. півплощину

85. Вектори $\vec{a} = x_1\vec{i} + y_1\vec{j} + z_1\vec{k}$, $\vec{b} = x_2\vec{i} + y_2\vec{j} + z_2\vec{k}$ ортогональні, якщо

- а. $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2}$
- б. $x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2 = 0$
- в. $\frac{x_1}{x_2} + \frac{y_1}{y_2} + \frac{z_1}{z_2} = 0$
- г. $(x_1 + y_1 + z_1)(x_2 + y_2 + z_2) = 0$

86. Вектори $\vec{a} = x_1\vec{i} + y_1\vec{j} + z_1\vec{k}$, $\vec{b} = x_2\vec{i} + y_2\vec{j} + z_2\vec{k}$ колінеарні, якщо

- а. $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2}$
- б. $x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2 = 0$
- в. $\frac{x_1}{x_2} + \frac{y_1}{y_2} + \frac{z_1}{z_2} = 0$
- г. $(x_1 + y_1 + z_1)(x_2 + y_2 + z_2) = 0$

87. Рівняння асимптот гіперболи $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ має вигляд

- а. $x = \pm \frac{a}{\varepsilon}$
- б. $y = \pm \varepsilon x$
- в. $y = \pm \frac{a}{b}x$
- г. $y = \pm \frac{b}{a}x$

88. Рівняння прямої у відрізках на осях — це рівняння вигляду

- а. $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 0$
- б. $Ax + By = C$
- в. $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

г. $ax + by = 1$

89. Рівняння площини, яка проходить через три точки $M_1(x_1, y_1, z_1)$, $M_2(x_2, y_2, z_2)$, $M_3(x_3, y_3, z_3)$, записується у вигляді

а.
$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 1$$

б.
$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 0$$

в.
$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 1$$

г. $xx_1 + yy_2 + zz_3 = 0$

90. Відстань від точки $A(x_0, y_0)$ до прямої $ax + by + c = 0$ можна обчислити за допомогою формули

а. $\frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

б. $|ax_0 + by_0 + c|$

в. $\frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{|a| + |b|}}$

г. $\frac{|ax_0 + by_0|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$

91. Конічна поверхня — це поверхня, утворена прямими, які

- а. проходять через задану точку і перетинають задану лінію
- б. проходять через задану точку
- в. паралельні заданій прямій і перетинають задану лінію
- г. паралельні заданій прямій

92. Нехай $\vec{a}$ — довільний вектор. Які з наведених нижче рівностей 1) $\vec{a} \cdot \vec{a} = 0$, 2) $|\vec{a} \times \vec{a}| = |\vec{a}|^2$, 3) $\vec{a} \times \vec{a} = \vec{0}$, 4) $|\vec{a} \cdot \vec{a}| = |\vec{a}|^2$ істинні?

- а. 1 і 3
- б. 2 і 4
- в. 3 і 4
- г. 1 і 2

93. Прямі $A_1x + B_1y + C_1 = 0$ та $A_2x + B_2y + C_2 = 0$ паралельні, якщо

а. $A_1A_2 + B_1B_2 = 0$

б. $A_1B_1 + A_2B_2 = 0$

в. $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2}$

г. $\frac{A_1}{A_2} = \frac{C_1}{C_2}$

94. Еліпсом називається геометричне місце точок площини, для яких

- а. відстань до заданої точки дорівнює відстані до заданої прямої
- б. сума відстаней до двох фіксованих точок є величина стала
- в. добуток відстаней до двох фіксованих точок є величина стала

- г. модуль різниці відстаней до двох фіксованих точок є величина стала
95. Гіперболою називається геометричне місце точок площини, для яких
- відстань до заданої точки дорівнює відстані до заданої прямої
 - сума відстаней до двох фіксованих точок є величина стала
 - добуток відстаней до двох фіксованих точок є величина стала
 - модуль різниці відстаней до двох фіксованих точок є величина стала
96. Параболою називається геометричне місце точок площини, для яких
- відстань до заданої точки дорівнює відстані до заданої прямої
 - сума відстаней до двох фіксованих точок є величина стала
 - добуток відстаней до двох фіксованих точок є величина стала
 - модуль різниці відстаней до двох фіксованих точок є величина стала
97. Які з наведених нижче рівностей є правильними ($\vec{a}$ та $\vec{b}$ — вектори, λ — число)? 1) $\text{pr}_{\vec{b}} \vec{a} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|}$, 2) $\text{pr}_{\vec{b}} \vec{a} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}|}$, 3) $|\lambda \vec{a}| = \lambda |\vec{a}|$, 4) $|\lambda \vec{a}| = |\lambda| \cdot |\vec{a}|$
- 1 і 4
 - 2 і 3
 - 1 і 3
 - 2 і 4
98. Площина, задана рівнянням $by + cz + d = 0$ ($bcd \neq 0$), паралельна
- тільки до осі Ox
 - тільки до осі Oy
 - тільки до осі Oz
 - до площини xOy
99. Площина, задана рівнянням $ax + cz + d = 0$ ($acd \neq 0$), паралельна
- тільки до осі Ox
 - тільки до осі Oy
 - тільки до осі Oz
 - до площини xOy
100. Для прямої з рівнянням $Ax + By + C = 0$ пара чисел (A, B) — це
- координати напрямного вектора прямої
 - координати точки, через яку проходить пряма
 - величини відрізків, які відтинає пряма на осях координат
 - координати перпендикулярного (нормального) вектора
101. Для прямої з рівнянням $Ax + By + C = 0$ пара чисел $(-B, A)$ — це
- координати напрямного вектора прямої
 - координати точки, через яку проходить пряма
 - величини відрізків, які відтинає пряма на осях координат
 - координати перпендикулярного (нормального) вектора
102. Яка з наступних ліній не має центра симетрії?

- а. гіпербола
- б. парабола
- в. коло
- г. еліпс

103. Канонічне рівняння прямої в просторі має вигляд

- а. $m(x - x_0) = n(y - y_0) = p(z - z_0)$
- б. $\frac{x-x_0}{m} - \frac{y-y_0}{n} - \frac{z-z_0}{p} = 0$
- в. $\frac{x-x_0}{m} + \frac{y-y_0}{n} + \frac{z-z_0}{p} = 0$
- г. $\frac{x-x_0}{m} = \frac{y-y_0}{n} = \frac{z-z_0}{p}$

104. Рівняння площини в просторі, яка проходить через дану точку, має вигляд

- а. $m(x - x_0) + n(y - y_0) + p(z - z_0) = 0$
- б. $\frac{x-x_0}{m} - \frac{y-y_0}{n} - \frac{z-z_0}{p} = 0$
- в. $\frac{x-x_0}{m} + \frac{y-y_0}{n} + \frac{z-z_0}{p} = 0$
- г. $\frac{x-x_0}{m} = \frac{y-y_0}{n} = \frac{z-z_0}{p}$

105. Відстань від точки $A(x_0, y_0, z_0)$ до площини $ax + by + cz + d = 0$ можна обчислити за допомогою формули

- а. $\frac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$
- б. $|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|$
- в. $\frac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{\sqrt{|a|+|b|+|c|}}$
- г. $\frac{|ax_0+by_0+cz_0|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2+d^2}}$

106. Еліпсоїд — це поверхня, канонічне рівняння якої в прямокутній декартовій системі координат має наступний вигляд:

- а. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$
- б. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -10$
- в. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$
- г. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$

107. Однорозжнинний гіперболоїд — це поверхня, канонічне рівняння якої в прямокутній декартовій системі координат має наступний вигляд:

- а. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$
- б. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -10$
- в. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$
- г. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$

108. Дворозжнинний гіперболоїд — це поверхня, канонічне рівняння якої в прямокутній декартовій системі координат має наступний вигляд:

- а. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$
- б. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$
- в. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$

г. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$

109. Ексцентриситетом еліпса $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ (позначено $c^2 = a^2 - b^2$) називається число:

- а. $\frac{b}{a}$
- б. $\frac{a}{c}$
- в. $\frac{b}{c}$
- г. $\frac{c}{a}$

110. Ексцентриситетом гіперболи $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ (позначено $c^2 = a^2 + b^2$) називається число:

- а. $\frac{b}{a}$
- б. $\frac{a}{c}$
- в. $\frac{b}{c}$
- г. $\frac{c}{a}$

111. Нехай ε — ексцентриситет лінії другого порядку. Які з наведених нижче тверджень є правильними: 1) для еліпса $\varepsilon > 1$, 2) для гіперболи $\varepsilon > 1$, 3) для параболи $\varepsilon > 1$, 4) для еліпса $\varepsilon < 1$?

- а. 2 і 3
- б. 1 і 4
- в. 2 і 4
- г. 1 і 2

112. Знайти довжину проекції вектора $\vec{a} = (2; -1; -2)$ на вектор $\vec{b}$, якщо кут між цими векторами рівний $\frac{\pi}{6}$:

- а. 4,5
- б. 1,5
- в. $1,5\sqrt{3}$
- г. $-0,5\sqrt{3}$

113. Центром еліпса $\frac{(x-5)^2}{16} + \frac{(y+2)^2}{9} = 1$ є точка

- а. $(\frac{5}{4}; -\frac{2}{3})$
- б. $(5; -2)$
- в. $(-5; 2)$
- г. $(0; 0)$

114. Центром гіперболи $\frac{(x+2)^2}{4} - \frac{(y-1)^2}{25} = 1$ є точка

- а. $(4; 3)$
- б. $(2; -1)$
- в. $(-2; 1)$
- г. $(0; 0)$

115. Задано вектори $\vec{a} = (1; 2)$ та $\vec{b} = (-2; 3)$. Знайти вектор $\vec{c}$, який є розв'язком рівняння $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c} = 0$:

- а. $\vec{c} = (3; -1)$
- б. $\vec{c} = (-3; 1)$

- в. $\vec{c} = (-1; 5)$
- г. $\vec{c} = (-1; -5)$

116. Пряма $4x - y - 7 = 0$ утворює з додатним напрямком осі Ox кут, тангенс якого дорівнює

- а. 4
- б. -7
- в. $-\frac{7}{2}$
- г. $\frac{1}{2}$

117. Серед прямих $y = 2x - 5$, $y = \frac{1}{2}x - 7$, $y = -\frac{1}{2}x + 8$ та $y = 2x + 7$ перпендикулярними є ті, що задані рівняннями

- а. першим і другим
- б. першим і третім
- в. другим і третім
- г. першим та четвертим

118. Знайти площу квадрата $ABCD$, якщо $A(3; 5)$, $B(0; 1)$:

- а. 5
- б. 10
- в. 15
- г. 25

119. В базисі $B = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ вектор $\vec{e}_2$ має координати

- а. $(0; 0; 0)$
- б. $(1; 0; 0)$
- в. $(0; 1; 0)$
- г. $(0; 1; 1)$

120. Знайти відстань від точки $A(2; 3)$ до прямої $3x + 4y - 8 = 0$:

- а. 2
- б. 1
- в. 5
- г. 0

121. В базисі $B = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2\}$ вектор $\vec{e}_2$ має координати

- а. $(0; 0)$
- б. $(1; 0)$
- в. $(0; 1)$
- г. $(1; 1)$

122. Радіус кола, заданого рівнянням $x^2 + y^2 - 2y = 8$, дорівнює

- а. 2
- б. 1
- в. 9
- г. 3

123. Прямі $x + y - 2 = 0$ та $2x + 3y - 5 = 0$ перетинаються в точці

- а. $(4; 3)$
- б. $(2; -1)$
- в. $(-2; 1)$
- г. $(1; 1)$

124. Серед прямих $y = 2x - 5$, $y = \frac{1}{2}x - 7$, $y = 2x + 17$ та $y = -\frac{1}{2}x + 8$ паралельними є ті, що задані рівняннями

- а. першим і другим
- б. першим і третім
- в. другим і третім
- г. першим та четвертим

125. Сума дійсної та уявної півосей гіперболи $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ дорівнює

- а. 25
- б. 7
- в. 14
- г. 1

126. Сума великої та малої півосей еліпса $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{9} = 1$ дорівнює

- а. 13
- б. 7
- в. 10
- г. 1

127. Для заданих множин $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5\}$, $C = \{2, 4\}$ визначити $(B \setminus A) \cup (C \setminus A)$:

- а. $\{1, 2, 4\}$
- б. $\{5\}$
- в. $\{2, 4\}$
- г. $\{1, 2, 3\}$

128. Для заданих множин $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5\}$, $C = \{2, 4\}$ визначити $(A \triangle B) \cap C$:

- а. $\{2\}$
- б. $\{1, 2, 5\}$
- в. $\{1, 2, 4\}$
- г. $\{4\}$

129. Для заданих множин $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5\}$, $C = \{2, 4\}$ визначити $(A \setminus C) \triangle B$:

- а. $\{2\}$
- б. $\{1, 4, 5\}$
- в. $\{1, 2, 4\}$
- г. $\{4\}$

130. Для заданих множин $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5\}$, $C = \{2, 4\}$ визначити $(A \setminus B) \triangle C$:

- а. $\{1, 2\}$
- б. $\{2, 4, 5\}$

в. $\{1, 2, 4\}$

г. $\{1, 4\}$

131. Вираз $\overline{A \cap B \cup C}$ рівносильний

а. $(\overline{A \cup B}) \cap \overline{C}$

б. $\overline{A \cap B} \cup \overline{C}$

в. $\overline{A \cup B} \cap \overline{C}$

г. $\overline{A \cup (B \cup C)}$

132. Вираз $\overline{A \cup \overline{B} \cup C}$ рівносильний

а. $(\overline{A \cap B}) \cap \overline{C}$

б. $\overline{A \cup B} \cup \overline{C}$

в. $\overline{A \cap B} \cap \overline{C}$

г. $\overline{A \cup B} \cap \overline{C}$

133. Вираз $(A \cup B) \setminus C$ рівносильний

а. $A \setminus C \cup B \setminus C$

б. U

в. $A \setminus C \cap B \setminus C$

г. $(A \cap C) \setminus B$

134. Для заданих множин $A = \{0, 1, 2\}$ і $B = \{1, 5\}$ визначити: $(A \cap B) \times B$:

а. $(1, 0), (1, 1), (1, 2)$

б. $(1, 1), (1, 5)$

в. $(1, 1), (5, 1)$

г. $(0, 1), (0, 5), (1, 1), (1, 5), (2, 1), (2, 5)$

135. Для заданих множин $A = \{0, 1, 2\}$ і $B = \{1, 5\}$ визначити: $B \times (B \setminus A)$:

а. $(1, 5), (5, 5)$

б. $(1, 1), (5, 1)$

в. $(0, 5), (1, 5), (2, 5)$

г. $(1, 1), (5, 5)$

136. Для заданих множин $A = \{0, 1, 2\}$ і $B = \{1, 5\}$ декартовий добуток $(B \setminus A) \times A$ складається з елементів:

а. $(1, 0), (1, 1), (1, 2), (5, 0), (5, 1), (5, 2)$

б. $(0, 0), (1, 1), (2, 2), (5, 5)$

в. $(1, 0), (1, 0), (1, 2)$

г. $(5, 0), (5, 1), (5, 2)$

137. Для заданих множин $A = \{0, 1, 2\}$ і $B = \{1, 5\}$ декартовий добуток $A \times (A \setminus B)$ складається з елементів:

а. $(0, 0), (2, 2)$

б. $(0, 1), (1, 1), (2, 1)$

в. $(0, 0), (0, 1), (0, 2), (2, 0), (2, 1), (2, 2)$

г. $(0, 0), (1, 0), (2, 0), (0, 2), (1, 2), (2, 2)$

138. На множині $M = \{1, 2, 3\}$ задано відношення $R = \{(1, 2), (2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\}$.

Йому відповідає матриця

- а. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$
- б. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
- в. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
- г. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

139. На множині $M = \{1, 2, 3\}$ задано відношення $R = \{(1, 1), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 3)\}$.

Йому відповідає матриця

- а. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
- б. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
- в. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
- г. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

140. На множині $M = \{1, 2, 3\}$ задано відношення $R = \{(1, 1), (1, 3), (2, 3), (3, 1), (3, 3)\}$.

Йому відповідає матриця

- а. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
- б. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
- в. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
- г. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

141. На множині $M = \{1, 2, 3\}$ задано відношення $R = \{(1, 1), (1, 2), (2, 2), (3, 1), (3, 3)\}$.

Йому відповідає матриця

- а. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
- б. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
- в. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
- г. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

142. Указати, які з властивостей має відношення $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (1, 2), (2, 3), (2, 1), (3, 2), (1, 3), (3, 1)\}$ визначене на множині $A = \{1, 2, 3, 4\}$:

- а. рефлексивності, симетричності, транзитивності
- б. рефлексивності, антисиметричності, транзитивності
- в. антирефлексивності, антисиметричності, транзитивності
- г. інша відповідь

143. Указати, які з властивостей має відношення $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (1, 2), (1, 3), (1, 4)\}$ визначене на множині $A = \{1, 2, 3, 4\}$:

- а. рефлексивності, симетричності, транзитивності
- б. рефлексивності, антисиметричності, транзитивності
- в. антирефлексивності, антисиметричності, транзитивності
- г. інша відповідь

144. Указати, які з властивостей має відношення $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (2, 3), (2, 4), (3, 2), (4, 2), (3, 4)\}$ визначене на множині $A = \{1, 2, 3, 4\}$:

- а. рефлексивності, транзитивності
- б. рефлексивності, антисиметричності, транзитивності
- в. рефлексивності
- г. інша відповідь

145. Указати, які з властивостей має відношення $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (1, 2), (2, 1), (3, 4), (4, 3)\}$ визначене на множині $A = \{1, 2, 3, 4\}$:

- а. рефлексивності, симетричності, транзитивності
- б. антирефлексивності, симетричності, транзитивності
- в. симетричності
- г. інша відповідь

146. Скільки п'ятизначних чисел, які закінчуються цифрою 0, можна утворити з цифр $\{0, 1, 2, 3, 4\}$, якщо кожен цифру використовувати лише 1 раз?

- а. 5!
- б. 4!

- в. $5! - 5$
- г. $5! - 4!$

147. Скільки є чотиризначних чисел, які діляться на 5?

- а. $4!$
- б. 2000
- в. 1800
- г. 900

148. Скільки різних слів можна утворити, переставляючи літери слова "ЛОНДОН"

- а. $\frac{4!}{2!2!}$
- б. $\frac{6!}{2!2!}$
- в. $6!$
- г. інша відповідь

149. Кількість всіх підмножин, які містять більше одного елемента, множини, що складається із 10 елементів, дорівнює

- а. 2^{10}
- б. $2^{10} - 1$
- в. $2^{10} - 11$
- г. $2^{10} - 10$

150. Скільки п'ятизначних чисел, можна утворити з цифр $\{1, 2, 3, 4, 5\}$, якщо кожную цифру використовувати лише 1 раз?

- а. $5!$
- б. $4!$
- в. $5! - 5$
- г. $5! - 4!$

151. Скільки п'ятизначних чисел можна утворити з цифр $\{0, 1, 2, 3, 4\}$, якщо цифри можуть повторюватись?

- а. 5^4
- б. $4!$
- в. $4 \cdot 5^4$
- г. $5! - 4!$

152. Кожну клітинку таблиці 3×4 потрібно зафарбувати у білий або чорний колір. Скількома способами можна це зробити?

- а. 12^2
- б. $2 \cdot 12$
- в. 2^{12}
- г. 12

153. Скільки різних слів можна утворити, переставляючи літери слова "ОСЛО"

- а. $4!$
- б. $\frac{4!}{2!}$
- в. $\frac{4!}{2!2!}$

г. інша відповідь

154. Нехай $\vec{r}: U \rightarrow E^3$ - вектор-функція скалярного аргументу ($U \subseteq \mathbb{R}$). Множиною визначення вектор-функції $\vec{r}$ називають множину

а. $R(\vec{r}) = \{\vec{a} \in E^3 \mid \exists t \in U: \vec{r}(t) = \vec{a}\}$

б. $D(\vec{r}) = U$

в. що є деякою підмножиною множини U

г. інша відповідь

155. Нехай $\vec{r}: U \rightarrow E^3$ - вектор-функція скалярного аргументу ($U \subseteq \mathbb{R}$). Множиною значень вектор-функції $\vec{r}$ називають множину

а. $R(\vec{r}) = \{\vec{a} \in E^3 \mid \exists t \in U: \vec{r}(t) = \vec{a}\}$

б. $D(\vec{r}) = U$

в. що є деякою підмножиною множини U

г. інша відповідь

156. Вектор-функція називається гладкою класу C^k , $k \geq 1$, якщо

а. множина її значень є підмножиною в E^k

б. вона має неперервну похідну k -го порядку

в. вона розкладається в ряд Тейлора

г. інша відповідь

157. Нехай $\vec{f}$ та $\vec{g}$ - вектор-функції класу C^1 . Тоді $[\vec{f}, \vec{g}]' =$

а. $[\vec{f}', \vec{g}']$

б. $[\vec{f}', \vec{g}] + [\vec{f}, \vec{g}']$

в. $(\vec{f}, \vec{g})'$

г. інша відповідь

158. Яка точка належить кривій $\vec{r} = (4 - 2t, t^2, \frac{1}{2}t^3)$?

а. $(4, 0, 8)$

б. $(0, 4, 4)$

в. $(8, -4, 4)$

г. інша відповідь

159. Точка $A(0, \pi/2, 0)$ лежить на кривій $\vec{r} = (1 - \sin(t), t - \cos(t), \cos(t))$. Яке значення параметра t відповідає цій точці?

а. π

б. $\pi/2$

в. 0

г. інша відповідь

160. Дотична до лінії $\vec{r} = (2 \cos t, 2 \sin t, -5t)$ в точці $t = \pi$ проходить у напрямі вектора

а. $(-2, 0, -5\pi)$

б. $(0, -2, -5)$

в. $(2, 2, -5)$

г. інша відповідь

161. Яка точка належить кривій $\vec{r} = (\frac{1}{t}, t^2, \frac{5}{2}t)$?

а. $(-5, \frac{1}{25}, -\frac{1}{2})$

б. $(-\frac{1}{5}, 5, 25)$

в. $(0, 0, 0)$

г. інша відповідь

162. Дотична до лінії $\vec{r} = (t, e^t, t^2)$ в точці $t = 1$ проходить у напрямі вектора

а. $(1, e, 2)$

б. $(1, 1, 2)$

в. $(1, e, 1)$

г. інша відповідь

163. Модуль вектора першої похідної по натуральному параметру $\vec{r} = \vec{r}(s)$ — величина

а. стала

б. змінна

в. від'ємна

г. інша відповідь

164. Точка $A(1, 0, \pi + 1)$ лежить на кривій $\vec{r} = (\sin t, \cos t, 2t + 1)$. Яке значення параметра t відповідає цій точці?

а. 0

б. $\pi/2$

в. π

г. інша відповідь

165. Дотична до лінії $\vec{r} = (3t - t^3, 3t^2, 3t + t^3)$ в точці $t = 0$ проходить у напрямі вектора

а. $(0, 6, 6)$

б. $(0, 1, 1)$

в. $(0, 0, 0)$

г. інша відповідь

166. На поверхні з другою квадратичною формою $II = du^2 + u dv^2$ точка $P(u = 1, v = 1)$ є точкою

а. сплюснення

б. гіперболічного типу

в. еліптичного типу

г. інша відповідь

167. Напрямним вектором дотичної до регулярної кривої $\vec{r} = \vec{r}(t)$ є

а. векторний добуток $[\vec{r}(t), \vec{r}'(t)]$

б. одиничний вектор $\vec{r}(t)/|\vec{r}(t)|$

в. вектор першої похідної $\vec{r}'(t)$

г. інша відповідь

168. Нехай $\vec{r} = \vec{r}(u, v)$ деяка гладка параметризація поверхні Φ в околі точки X . Дотична площина до поверхні у цій точці проходить у напрямі векторів

- а. $\vec{r}'_u$ та $\vec{r}''_{uu}$
- б. $\vec{r}'_v$ та $\vec{r}''_{vv}$
- в. $\vec{r}'_u$ та $\vec{r}'_v$
- г. інша відповідь

169. Лінійно зв'язний простір — це топологічний простір, у якому

- а. між кожними двома різними точками можна провести відрізок прямої лінії
- б. кожні дві точки можна сполучити неперервною кривою
- в. крім топології, визначено операції додавання і множення
- г. інша відповідь

170. Об'єднання двох лінійно зв'язних множин

- а. завжди є лінійно зв'язним
- б. ніколи не є лінійно зв'язним
- в. є лінійно зв'язним, якщо дві множини мають спільну точку
- г. інша відповідь

171. Декартів добуток множин X та Y складається з

- а. усіх добутків xy , де $x \in X$, $y \in Y$
- б. усіх пар (F, G) , де $F \subset X$, $G \subset Y$
- в. усіх пар (x, y) , де $x \in X$, $y \in Y$
- г. інша відповідь

172. Топологічний простір, у якому виконано аксіоми T_1 та T_4 , називається

- а. гаусдорфовим
- б. регулярним
- в. нормальним
- г. інша відповідь

173. З наступних топологій на множині $\mathbb{R}$ гаусдорфовою НЕ є

- а. стандартна топологія
- б. дискретна топологія
- в. антидискретна топологія
- г. топологія стрілки Зоргенфрея

174. Топологія на множині X складається з

- а. підмножин множини X
- б. точок множини X
- в. метрик на множині X
- г. інша відповідь

175. Сукупність всіх підмножин нескінченної множини X , доповнення яких скінченні,

- а. є топологією на X
- б. стане топологією на X , якщо вилучити з неї її саму множину X

- в. стане топологією на X , якщо доповнити її порожньою множиною
- г. не буде топологією у жодному з інших зазначених випадків

176. Топологічний простір називається сепарабельним, якщо

- а. у ньому існує не більш, ніж зліченна база
- б. у ньому існує не більш, ніж зліченна скрізь щільна множина
- в. у ньому кожна фундаментальна послідовність є збіжною
- г. інша відповідь

177. Простір, з кожного покриття якого відкритими множинами можна обрати скінченне підпокриття, називається

- а. компактним
- б. повним
- в. сепарабельним
- г. інша відповідь

178. Сукупність всіх точок дотику множини A називається

- а. замиканням A
- б. межею A
- в. внутрішністю A
- г. інша відповідь

179. Якщо у множині A метричного простору міститься деяка куля з центром a , то точка a називається

- а. граничною точкою A
- б. внутрішньою точкою A
- в. точкою дотику A
- г. інша відповідь

180. Точка x , кожен окіл якої перетинається і з множиною A , і з її доповненням у просторі X , належить до

- а. різниці $A \setminus X$
- б. внутрішності множини A
- в. межі множини A
- г. інша відповідь

181. Якщо деякий окіл точки x не перетинається з множиною A , то точка x

- а. є точкою дотику A
- б. є точкою межі A
- в. не є точкою дотику A
- г. інша відповідь

182. Якщо один окіл точки x лежить у множині A топологічного простору X , а інший окіл точки x не лежить у множині A , то x

- а. є точкою межі A
- б. є внутрішньою точкою A

- в. не є внутрішньою точкою A
г. інша відповідь
183. Якщо відображення $f : X \rightarrow Y$ між топологічними просторами є неперервним, то для кожної відкритої множини $U \subset Y$ її повний прообраз $f^{-1}(U) \subset X$
- а. теж є відкритим
б. завжди є замкненим
в. є непорожнім
г. інша відповідь
184. Межа довільної множини A у топологічному просторі
- а. міститься у замиканні множини A , але не перетинає внутрішність A
б. міститься у внутрішності множини A , але не перетинає замикання A
в. є перетином замикання і внутрішності множини A
г. інша відповідь
185. Для множин A, B виконано $A \subset B$. Тоді
- а. межа множини A міститься у межі множини B
б. межа множини A міститься у замиканні множини B
в. межа множини A міститься у внутрішності множини B
г. інша відповідь
186. Метричний простір називається повним, якщо
- а. у ньому кожна фундаментальна послідовність є збіжною
б. у ньому кожна збіжна послідовність є фундаментальною
в. у ньому кожна збіжна послідовність є обмеженою
г. інша відповідь
187. Дискретна метрика на довільній неодноточковій множині набуває значення
- а. всі, які є натуральними числами
б. всі, які є невід'ємними цілими числами
в. 0 та 1
г. інша відповідь
188. Множина у $\mathbb{R}^n$ є компактною, якщо і тільки якщо вона
- а. обмежена і зліченна
б. обмежена і замкнена
в. обмежена і скінченна
г. інша відповідь
189. Дві множини у топологічному просторі називаються відокремленими, якщо
- а. жодна з них не містить точок дотику іншої множини
б. відстань між ними додатна
в. для них існують неперетинні околиці
г. інша відповідь
190. Топологічний простір називається незв'язним, якщо

- а. у ньому існують непорожні відокремлені множини
 - б. деякі дві його точки не можна сполучити неперервною кривою
 - в. він є об'єднанням двох непорожніх відокремлених множин
 - г. інша відповідь
191. Стандартна відстань між точками (x_1, x_2) та (y_1, y_2) у $\mathbb{R}^2$ обчислюється як
- а. $|x_1 - y_1| + |x_2 - y_2|$
 - б. $(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2$
 - в. $\sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2}$
 - г. інша відповідь
192. Якщо функції $\rho_1, \rho_2 : X \times X \rightarrow \mathbb{R}$ є метриками на X , то функція $\rho_1 + \rho_2$
- а. обов'язково є метрикою
 - б. не може бути метрикою
 - в. є метрикою тільки при $\rho_1 = \rho_2$
 - г. інша відповідь
193. З наступних сімей підмножин множини $X = \{a, b, c\}$ топологією на X є
- а. $\tau = \{\emptyset, \{a\}, \{b, c\}\}$
 - б. $\tau = \{\emptyset, \{a\}, \{a, b, c\}\}$
 - в. $\tau = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b, c\}\}$
 - г. жодна з вказаних сімей
194. Куля радіуса $1/2$ у просторі з дискретною метрикою завжди
- а. є порожньою
 - б. є одноточковою
 - в. збігається з усім простором
 - г. інша відповідь
195. Куля радіуса 2 у просторі з дискретною метрикою завжди
- а. є порожньою
 - б. є одноточковою
 - в. збігається з усім простором
 - г. інша відповідь
196. Якщо замінити довільну метрику $d : X \times X \rightarrow \mathbb{R}$ на метрику $d' : X \times X \rightarrow \mathbb{R}$, де $d'(x, y) = 2d(x, y)$, то кожна куля з центром x_0 і радіусом $r > 0$
- а. не зміниться
 - б. не зміниться або стане більшою
 - в. не зміниться або стане меншою
 - г. інша відповідь
197. База β довільної топології τ завжди
- а. є елементом топології τ
 - б. міститься у топології τ
 - в. містить топологію τ

г. інша відповідь

198. Об'єднання двох баз довільної топології τ

- а. завжди є базою топології τ
- б. ніколи не є базою топології τ
- в. є базою топології τ , тільки якщо дві вказані бази мають спільний елемент
- г. є базою, але іншої топології

199. Довільна куля $B_r(x)$ у метричному просторі (X, d)

- а. завжди є відкритою, але не обов'язково замкненою множиною
- б. завжди є відкритою, але ніколи не є замкненою множиною
- в. може і бути, і не бути відкритою множиною
- г. завжди є і відкритою, і замкненою множиною

200. Різниця відкритої і замкненої множини

- а. завжди є відкритою множиною
- б. завжди є замкненою множиною
- в. ніколи не є ні відкритою, ні замкненою множиною
- г. інша відповідь

201. Скінченна множина у топологічному просторі

- а. завжди є компактною множиною
- б. є компактною множиною, якщо і тільки якщо весь простір теж є скінченним
- в. ніколи не є компактною множиною
- г. інша відповідь

202. Відомо, що дві множини у топологічному просторі мають однакову межу. Тоді

- а. ці множини обов'язково однакові
- б. ці множини обов'язково не перетинаються
- в. ці множини або однакові, або не перетинаються
- г. інша відповідь

203. Для якої з вказаних метрик та псевдометрик на $\mathbb{R}$ внутрішність і замикання множини $[1; 2)$ рівні:

- а. для стандартної метрики
- б. для дискретної метрики
- в. для тривіальної (тотожно рівної нулю) псевдометрики
- г. це не виконано для жодної з вказаних (псевдо)метрик

204. Рівняння $(3x^2 + 6xy^2)dx + (6yx^2 + 4y^3)dy = 0$:

- а. З відокремлюваними змінними
- б. Однорідне
- в. Лінійне
- г. У повних диференціалах

205. Рівняння $(2xy + 3y^2)dy + (x^2 + 6xy - 3y^2)dx = 0$:

- а. Однорідне

- б. Лінійне відносно функції $y(x)$
- в. У повних диференціалах
- г. З відокремлюваними змінними

206. Частинний розв'язок рівняння $y'' + 6y' = 5x$ методом невизначених коефіцієнтів потрібно шукати у вигляді:

- а. $y = (Ax + B)x$
- б. $y = Ax + B$
- в. $y = Ax$
- г. $y = 5Ax$

207. Частинний розв'язок рівняння $y'' + 36y = 24 \cos 6x$ методом невизначених коефіцієнтів потрібно шукати у вигляді:

- а. $y = A \cos 6x$
- б. $y = A \cos x + B \sin x$
- в. $y = A \cos 6x + B \sin 6x$
- г. $y = Ax \cos 6x + Bx \sin 6x$

208. Методом варіації довільних сталих розв'язок диференціального рівняння $4y'' + 4y' + y = \frac{1}{1+e^x}$ потрібно шукати в вигляді:

- а. $y = C_1(x)e^{\frac{x}{2}} + C_2(x)e^{-\frac{x}{2}}$
- б. $y = e^{\frac{x}{2}}(C_1(x) \cos x + C_2(x) \sin x)$
- в. $y = C_1(x)e^{-\frac{x}{2}} + xC_2(x)e^{-\frac{x}{2}}$
- г. $y = C_1(x)e^{\frac{x}{2}} + xC_2(x)e^{\frac{x}{2}}$

209. Частинний розв'язок диференціального рівняння $y'' - 8y' + 15y = 2e^{3x} + \sin 5x$ методом невизначених коефіцієнтів потрібно шукати у вигляді:

- а. $y = Ax^2e^{3x} + Bx \cos 5x + Cx \sin 5x$
- б. $y = Ae^{3x} + B \sin 5x$
- в. $y = Ae^{3x} + B \sin 5x + C \cos 5x$
- г. $y = Axe^{3x} + B \sin 5x + C \cos 5x$

210. Фундаментальною системою розв'язків рівняння $y^{(n)} + a_1y^{(n-1)} + \dots + a_ny = 0$ називаються:

- а. n розв'язків цього рівняння, які не дорівнюють тотожно нулю
- б. Лінійно незалежні розв'язки цього рівняння
- в. Особливі розв'язки цього рівняння
- г. Серед наведених варіантів немає правильної відповіді

211. Загальний розв'язок лінійного неоднорідного диференціального рівняння дорівнює:

- а. Лінійній комбінації розв'язків з фундаментальної системи розв'язків цього рівняння
- б. Сумі частинних розв'язків цього і відповідного однорідного рівнянь
- в. Сумі довільного розв'язку цього рівняння і лінійної комбінації розв'язків з фундаментальної системи розв'язків відповідного однорідного рівняння
- г. Серед наведених варіантів немає правильної відповіді

212. Загальним розв'язком рівняння Клеро $y = xy' + \varphi(y')$ є:

- а. $y = Cx + C$
- б. $y = Cx + \varphi(C)$
- в. $y = x + \varphi(C)$
- г. $y = Cx + C\varphi(C)$

213. Функція $y = x^{100}$ є розв'язком диференціального рівняння:

- а. $y^{(100)} = 99!$
- б. $y^{(100)} = 100!$
- в. $y^{(100)} = 101!$
- г. $y^{(101)} = 100!$

214. Визначте рівняння з відокремлюваними змінними:

- а. $ydx + (x^2 + x^2y^2)dy = 0$
- б. $y^2dx + (x^2 - y^2)dy = 0$
- в. $ydx + (x^2 + y^2)dy = 0$
- г. $y^2dx + \sqrt{x^2 - y^2}dy = 0$

215. Визначте однорідне диференціальне рівняння першого порядку:

- а. $y' = \frac{x+y+2}{x+y}$
- б. $(x + y + 1)dx + (x + y)dy = 0$
- в. $(x + y)dx - 2xydy = 0$
- г. $y' = \ln y - \ln x$

216. $f(x, y)$ - однорідна функція виміру m , якщо:

- а. $f(tx, ty) = f^m(x, y)$
- б. $f(x, y) = t^m f(tx, ty)$
- в. $f(tx, ty) = m f(x, y)$
- г. $f(tx, ty) = t^m f(x, y)$

217. Вкажіть однорідну функцію виміру $3/2$:

- а. $\sqrt[3]{y^2 + x^2}$
- б. $\sqrt{y^2 + x^2}$
- в. $\sqrt{y^3 + x^3}$
- г. $\sqrt[3]{y + x}$

218. Визначте рівняння Бернуллі:

- а. $y' + x^2y = xy$
- б. $y' + xy^3 = xy^2$
- в. $y' + x^2y = xy^2$
- г. $y = y' + x^2y'^2$

219. Формула для знаходження інтегрувального множника лінійного рівняння $y' + p(x)y = q(x)$:

- а. $\mu(x) = e^{\int p(x)dx}$

- б. $\mu(x) = e^{\int q(x)dx}$
- в. $\mu(x) = e^{-\int q(x)dx}$
- г. $\mu(x) = e^{-\int p(x)dx}$

220. Характеристичними числами рівняння $y''' - 3y'' + 3y' - y = 0$ є :

- а. $k_1 = 1, k_{2,3} = -1$
- б. $k_{1,2,3} = 1$
- в. $k_{1,2,3} = -1$
- г. $k_{1,2} = 1, k_3 = 0$

221. Характеристичними числами рівняння $y^{(4)} + 6y'' + 9y = 0$ є :

- а. $k_{1,2} = \sqrt{3}, k_{3,4} = -\sqrt{3}$
- б. $k_{1,2} = \sqrt{3}i, k_{3,4} = -\sqrt{3}i$
- в. $k_{1,2} = 3i, k_{3,4} = -3i$
- г. $k_{1,2} = \pm 3i, k_{3,4} = \pm \sqrt{3}i$

222. Порядок рівняння $y'' = 2yy'$ можна зменшити за допомогою заміни:

- а. $y' = z(x)$
- б. $y' = yz(x)$
- в. $y'' = z(x)$
- г. $y' = z(y)$

223. Інтегруючи рівняння $x^n y^{(n)} + a_1 x^{n-1} y^{(n-1)} + \dots + a_{n-1} x y' + a_n y = 0$, виконують заміну:

- а. $y = e^t$
- б. $x = e^t, y = z(t)e^t$
- в. $x = e^{-t}$
- г. $x = e^t$

224. Частинний розв'язок $Y = Y(x)$ рівняння $y^{(4)} - y''' + y'' - y' = x^2 + x$ методом невизначених коефіцієнтів потрібно шукати у вигляді:

- а. $Y = x(Ax + Bx)$
- б. $Y = x^2(Ax^2 + Bx + C)$
- в. $Y = Ax^2 + Bx + C$
- г. $Y = x(Ax^2 + Bx + C)$

225. Матрицю можна додати до транспонованої до неї, якщо вона є

- а. довільною
- б. тільки матрицею-стовпцем
- в. тільки матрицею-рядком
- г. тільки квадратною

226. Матрицю можна перемножити на транспоновану до неї, якщо вона є

- а. тільки діагональною
- б. тільки квадратною
- в. довільною

г. тільки матрицею стовпцем

227. Якщо всі елементи деякого рядка квадратної матриці помножити на їх алгебраїчні доповнення і додати, то ми отримаємо

- а. визначник даної матриці
- б. число нуль
- в. подвійний визначник даної матриці
- г. визначник даної матриці з протилежним знаком

228. Якщо всі елементи деякого рядка квадратної матриці помножити на алгебраїчні доповнення до відповідних елементів іншого рядка і додати, то ми отримаємо

- а. визначник даної матриці
- б. число нуль
- в. подвійний визначник даної матриці
- г. визначник даної матриці з протилежним знаком

229. Матрицю A можна помножити на матрицю B , якщо

- а. A і B довільні матриці
- б. кількість рядків матриці A дорівнює кількості стовпців матриці B
- в. кількість стовпців матриці A дорівнює кількості рядків матриці B
- г. A і B однакового розміру

230. Якщо всі елементи визначника третього порядку Δ помножити на число m , то одержаний визначник дорівнюватиме

- а. $m^9 \Delta$
- б. $m \Delta$
- в. $m^3 \Delta$
- г. $m^2 \Delta$

231. Якщо всі елементи деякого рядка визначника третього порядку Δ помножити на число m , то одержаний визначник дорівнюватиме

- а. $m^3 \Delta$
- б. $m^9 \Delta$
- в. $m \Delta$
- г. $m^2 \Delta$

232. Матриці A і B мають однакові розміри 4×2 . Над ними можна виконати таку операцію:

- а. перемножити A на B
- б. додати
- в. перемножити B на A
- г. поділити A на B

233. Матриці A і B мають розміри 4×2 і 2×3 відповідно. Над ними можна виконати таку операцію:

- а. перемножити A на B
- б. додати

- в. перемножити B на A
- г. поділити A на B

234. Матриці A і B мають розміри 3×2 і 4×3 відповідно. Над ними можна виконати таку операцію:

- а. перемножити A на B
- б. додати
- в. перемножити B на A
- г. поділити A на B

235. Матриці A і B мають розміри 4×5 і 2×4 відповідно. Над ними можна виконати таку операцію:

- а. перемножити A на B
- б. додати
- в. перемножити B на A
- г. поділити A на B

236. Матриці A і B мають розміри 4×5 і 5×3 відповідно. Які розміри матиме добуток AB

- а. 4×3
- б. 5×5
- в. 4×5
- г. 5×3

237. Матриці A і B мають розміри 4×3 і 3×4 відповідно. Які розміри матиме добуток AB

- а. 4×3
- б. 3×3
- в. 4×4
- г. 5×3

238. Матриці A і B мають розміри 4×2 і 5×4 відповідно. Які розміри матиме добуток BA

- а. 4×4
- б. 2×4
- в. 5×2
- г. 5×3

239. Однорідна система лінійних рівнянь завжди

- а. сумісна і визначена
- б. сумісна і невизначена
- в. не сумісна
- г. сумісна

240. Визначник матриці не зміниться, якщо

- а. до елементів одного рядка додати відповідні елементи іншого рядка
- б. елементи двох рядків поміняти місцями
- в. до елементів деякого рядка додати число відмінне від нуля
- г. елементи деякого рядка помножити на довільне дійсне число

241. Визначник заданої матриці не зміниться, якщо

- а. до елементів одного стовпця додати відповідні елементи іншого стовпця
- б. елементи двох стовпців поміняти місцями
- в. до елементів деякого стовпця додати число відмінне від нуля
- г. елементи деякого стовпця помножити на довільне дійсне число

242. Визначник добутку двох матриць

- а. дорівнює добутку визначників цих матриць
- б. менший від добутку визначників цих матриць
- в. більший від добутку визначників цих матриць
- г. дорівнює сумі визначників цих матриць

243. До квадратної матриці існує обернена матриця лише тоді, коли

- а. її визначник не дорівнює нулю
- б. її визначник дорівнює одиниці
- в. всі її елементи відмінні від нуля
- г. її визначник дорівнює нулю

244. Матриці A і B називають подібними, якщо

- а. існує невироджена матриця C така, що $A = C^{-1}BC$
- б. існує невироджена матриця C така, що $A = BC$
- в. $A = B^{-1}$
- г. $A = B^2$

245. Вектори $a = (1; 2)$, $b = (-4; -3)$ утворюють базис. Знайти розклад вектора $d = (-2; 1)$ у цьому базисі:

- а. $(-3; -1)$
- б. $(2; 1)$
- в. $(-1; -3)$
- г. $(1; 1)$

246. Обчислити визначник матриці $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & -3 & 2 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$

- а. 3
- б. 2
- в. 4
- г. 0

247. Обчислити ранг матриці $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & -3 & 2 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$

- а. 3
- б. 2
- в. 4
- г. 0

248. При якому значенні x ранг матриці дорівнює 2 $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & x \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$

- а. -3
- б. 2
- в. -1
- г. 0

249. При якому значенні x ранг матриці дорівнює 2 $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & x & -1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

- а. -3
- б. 2
- в. -1
- г. 0

250. При якому значенні x ранг матриці дорівнює 2 $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & x & 1 \end{pmatrix}$

- а. -3
- б. 2
- в. -1
- г. 0

251. Знайти ранг нульової квадратної матриці n -ого порядку:

- а. 0
- б. 1
- в. n
- г. -1

252. Знайти ранг одиничної матриці n -ого порядку:

- а. 0
- б. 1
- в. n
- г. -1

253. Підпростір лінійного простору — це

- а. підмножина замкнена відносно додавання і множення на скаляр
- б. довільна його підмножина
- в. підмножина замкнена відносно додавання
- г. підмножина замкнена відносно множення на скаляр

254. Базис лінійного простору — це множина його елементів, які

- а. лінійно незалежні, і будь-який елемент простору є їх лінійною комбінацією
- б. лінійно незалежні
- в. лінійно залежні
- г. лінійно залежні, і будь-який елемент простору є їх лінійною комбінацією

255. Розмірність лінійного простору дорівнює

- а. кількості елементів в його базі
- б. кількості всіх його елементів
- в. кількості його підпросторів
- г. кількості елементів деякого його підпростору

256. Вкажіть правильну рівність для розмірності суми підпросторів L_1 та L_2 деякого лінійного простору L :

- а. $\dim(L_1 + L_2) = \dim(L_1) + \dim(L_2) - \dim(L_1 \cap L_2)$
- б. $\dim(L_1 + L_2) = \dim(L_1) + \dim(L_2) + \dim(L_1 \cap L_2)$
- в. $\dim(L_1 + L_2) = \dim(L_1) + \dim(L_2)$
- г. $\dim(L_1 + L_2) = \dim(L_1 \cap L_2)$

257. Розмірність лінійного простору Розмірність лінійного простору $L = \{(a; 0; b; c; d) \mid a = 2b - c + d; a, b, c, d \in R\}$ рівна:

- а. 3
- б. 4
- в. 5
- г. 2

258. Розмірність лінійного простору поліномів не вище 4 степеня рівна:

- а. 3
- б. 4
- в. 5
- г. 2

259. Знайти розмірність лінійного простору поліномів не вище 4 степеня, у яких коефіцієнт біля x^2 рівний нулю.

- а. 3
- б. 4
- в. 5
- г. 2

260. Знайти розмірність лінійного простору квадратних матриць другого порядку, у яких сума елементів головної діагоналі дорівнює нулю.

- а. 3
- б. 4
- в. 1
- г. 2

261. Знайти матрицю C , виконавши вказані операції над матрицями A і B , якщо $C = (2A + B)B$, $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$:

- а. $\begin{pmatrix} -6 & -15 \\ 14 & 19 \end{pmatrix}$

- б. $\begin{pmatrix} 20 & -15 \\ 17 & 1 \end{pmatrix}$
 в. $\begin{pmatrix} 14 & -1 \\ 25 & -1 \end{pmatrix}$
 г. $\begin{pmatrix} 1 & -13 \\ 2 & 19 \end{pmatrix}$

262. Для матриці $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$ знайти обернену матрицю:

- а. $\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$
 б. $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
 в. $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
 г. $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

263. Матриця переходу від одного базису до іншого деякого лінійного простору завжди є

- а. невиродженою
 б. виродженою
 в. симетричною
 г. діагональною

264. Яке з наступних перетворень лінійного простору R^2 є лінійним оператором?

- а. $A_1(x, y) = (x + y, x - y)$
 б. $A_2(x, y) = (x + y, x \cdot y)$
 в. $A_3(x, y) = (x - y, x + y + 2)$
 г. $A_1(x, y) = (x - y, x^2 + y^2)$

265. Яке з нижченаведених перетворень лінійного простору R^2 є лінійним оператором?

- а. $A_1(x, y) = (3x - 2y, 3x - 2y)$
 б. $A_2(x, y) = (x + y^2, x - y^2)$
 в. $A_3(x, y) = (x - y - 1, x + y - 1)$
 г. $A_1(x, y) = (x - y, x^2 + y)$

266. Яке з наступних перетворень лінійного простору R^2 не є лінійним оператором?

- а. $A_1(x, y) = (x + y, 2x - 3y)$
 б. $A_2(x, y) = (x + y, x - y)$
 в. $A_3(x, y) = (x - y, x + y + 2)$
 г. $A_1(x, y) = (x - y, 3x + 2y)$

267. Яке із заданих перетворень лінійного простору R^2 не є лінійним оператором?

- а. $A_1(x, y) = (x, 2x - 3y)$
 б. $A_2(x, y) = (y, x - 3y)$
 в. $A_3(x, y) = (x^3, x^2)$

г. $A_1(x, y) = (x - y, x + y)$

268. Який з наведених нижче векторів належить ядру оператора $A(x; y; z) = (x + y - z; x - y; 2x - z)$?

- а. $(1; 1; 2)$
- б. $(0; 2; 1)$
- в. $(0; 0; 1)$
- г. $(2; 1; 1)$

269. Який з наведених нижче векторів належить ядру оператора $A(x; y; z) = (x + y; x - y; 2x - 3y)$?

- а. $(1; 1; 2)$
- б. $(0; 2; 1)$
- в. $(0; 0; 1)$
- г. $(2; 1; 1)$

270. Знайти ядро лінійного оператора тривимірного простору, який проектує вектори на площину XOY :

- а. вектори паралельні осі OZ
- б. вектори паралельні площині XOZ
- в. вектори паралельні площині YOZ
- г. тільки нуль-вектор

271. Для лінійного оператора A , заданого на просторі L , виконується рівність

- а. $\dim(L) = \dim(\text{Im}(A)) + \dim(\text{Ker}(A))$
- б. $\dim(L) = \dim(\text{Im}(A)) - \dim(\text{Ker}(A))$
- в. $\dim(L) = \dim(\text{Im}(A))$
- г. $\dim(L) = \dim(\text{Ker}(A))$

272. Ненульовий вектор x є власним вектором лінійного оператора A , якщо

- а. існує число α таке, що $A(x) = \alpha x$
- б. існує ненульове число α таке, що $A(x) = \alpha + x$
- в. $A(x)$ - нуль-вектор
- г. для всіх дійсних α виконується рівність $A(x) = \alpha x$

273. Власні значення лінійного оператора (A - його матриця в деякому базисі) знаходимо з рівняння

- а. $\det(A - \lambda E) = 0$
- б. $(A - \lambda E) = 0$
- в. $\det(\lambda A) = 0$
- г. $\det(A^2 - \lambda E) = 0$

274. Який з наведених нижче векторів є власним вектором лінійного оператора $A(x; y; z) = (x + y - 2z; x + 2z; 2x + z)$?

- а. $(1; 1; 2)$

- б. $(0; 2; 1)$
- в. $(0; 0; 1)$
- г. $(2; 1; 1)$

275. Знайти власне значення оператора диференціювання в просторі поліномів не вище степеня n :

- а. 1
- б. 0
- в. -1
- г. n

276. Метод Лагранжа зведення квадратичної форми до канонічного виду базується на

- а. виділенні повних квадратів
- б. обчисленні кутових мінорів матриці квадратичної форми
- в. знаходженні власних значень і власних векторів матриці квадратичної форми
- г. обчисленні значень квадратичної форми для базисних елементів

277. Метод Якобі зведення квадратичної форми до канонічного виду базується на

- а. обчисленні кутових мінорів матриці квадратичної форми
- б. виділенні повних квадратів
- в. знаходженні власних значень і власних векторів матриці квадратичної форми
- г. обчисленні значень квадратичної форми для базисних елементів

278. Визначити тип квадратичної форми $A(x, y) = x^2 + 2xy + 3y^2$:

- а. додатньовизначена
- б. від'ємновизначена
- в. знакозмінна
- г. тип даної квадратичної форми визначити неможливо

279. Квадратична форма називається додатньовизначеною, якщо

- а. для всіх ненульових векторів її значення є додатним числом
- б. для всіх ненульових векторів її значення є недодатним числом
- в. для деяких ненульових векторів її значення є додатним числом
- г. для деяких ненульових векторів її значення є недодатним числом

280. Квадратична форма називається від'ємновизначеною, якщо

- а. для всіх ненульових векторів її значення є від'ємним числом
- б. для всіх ненульових векторів її значення є невід'ємним числом
- в. для деяких ненульових векторів її значення є від'ємним числом
- г. для деяких ненульових векторів її значення є невід'ємним числом

281. Закон інерції квадратичних форм стверджує, що

- а. додатній індекс інерції та від'ємний індекс інерції не змінюються при зведенні до канонічного виду
- б. додатній індекс інерції дорівнює від'ємному індексу інерції
- в. додатній індекс інерції більший ніж від'ємний індекс інерції
- г. додатній індекс інерції менший ніж від'ємний індекс інерції

282. За критерієм Сільвестра, квадратична форма є додатньовизначеною тоді і тільки тоді, коли

- а. визначник матриці квадратичної форми більший нуля
- б. всі кутові мінори матриці квадратичної форми - додатні
- в. всі кутові мінори матриці квадратичної форми - від'ємні
- г. кутові мінори матриці квадратичної форми почергово змінюють знак

283. Вкажіть формулу для дійснозначної матриця спряженого оператора в ортонормованому базисі:

- а. $A^* = A^{-1}$
- б. $A^* = A^T$
- в. $A^* = -A$
- г. $A^* = A$

284. Для ортогонального (унітарного) оператора A виконується рівність

- а. $A^* = A^{-1}$
- б. $A^* = A^2$
- в. $A^* = -A$
- г. $A^* = A$

285. В якій нерівності використовується скалярний добуток?

- а. трикутника
- б. Паскаля
- в. Галуа-Вієта
- г. Коші-Буняковського

286. Правило логічного виведення Modus Ponens має вигляд

- а. $p \rightarrow q, p \vdash q$
- б. $p \rightarrow q, q \vdash p$
- в. $p \rightarrow q, \neg q \vdash p$
- г. $p \rightarrow q, \neg p \vdash q$

287. Правило логічного виведення виключення кон'юнкції має вигляд

- а. $p \vdash p \vee q$
- б. $p \wedge q \vdash p$
- в. $p, p \Rightarrow q \vdash q$
- г. $\bar{q}, p \Rightarrow q \vdash \bar{p}$

288. Формула логіки висловлень називається тавтологією,

- а. якщо на кожному наборі значень змінних вона приймає значення "істина"
- б. якщо на кожному наборі значень змінних вона приймає значення "хибність"
- в. якщо на деякому наборі значень змінних вона приймає значення "істина"
- г. якщо на деякому наборі значень змінних вона приймає значення "хибність"

289. Формула логіки висловлень називається суперечністю,

- а. якщо на кожному наборі значень змінних вона приймає значення "істина"
- б. якщо на кожному наборі значень змінних вона приймає значення "хибність"

- в. якщо на деякому наборі значень змінних вона приймає значення "істина"
- г. якщо на деякому наборі значень змінних вона приймає значення "хибність"
290. Формула логіки висловлень називається виконуваною,
- а. якщо на кожному наборі значень змінних вона приймає значення "істина"
- б. якщо на кожному наборі значень змінних вона приймає значення "хибність"
- в. якщо на деякому наборі значень змінних вона приймає значення "істина"
- г. якщо на деякому наборі значень змінних вона приймає значення "хибність"
291. Формула логіки висловлень записана у вигляді кон'юнктивної нормальної форми, якщо вона є
- а. диз'юнкцією елементарних кон'юнкцій
- б. кон'юнкцією елементарних диз'юнкцій
- в. сумою елементарних кон'юнкцій за модулем 2
- г. інша відповідь
292. Формула логіки висловлень записана у вигляді диз'юнктивної нормальної форми, якщо вона є
- а. диз'юнкцією елементарних кон'юнкцій
- б. кон'юнкцією елементарних диз'юнкцій
- в. сумою елементарних кон'юнкцій за модулем 2
- г. інша відповідь
293. Формула логіки висловлень називається нейтральною, якщо вона є
- а. диз'юнкцією елементарних кон'юнкцій
- б. кон'юнкцією елементарних диз'юнкцій
- в. сумою елементарних кон'юнкцій за модулем 2
- г. інша відповідь
294. Скільки існує суперечностей, які є виконуваними формулами логіки висловлень?
- а. 0
- б. 1
- в. 2
- г. безліч
295. Серед наведених формул 1) $r \wedge \bar{r}$, 2) $p \vee \bar{p}$, 3) $p \leftrightarrow p$, 4) $p \vee p$ тавтологіями є формули під номерами
- а. 1,3
- б. 1,4
- в. 2,3
- г. 2,4
296. Які закони логіки висловлень називаються законами де Морґана?
- а. $(p \vee q) \vee r = p \vee (q \vee r)$, $(p \wedge q) \wedge r = p \wedge (q \wedge r)$
- б. $p \vee q = q \vee p$, $p \wedge q = q \wedge p$
- в. $\overline{p \vee q} = \bar{p} \wedge \bar{q}$, $\overline{p \wedge q} = \bar{p} \vee \bar{q}$
- г. $p \vee (q \wedge r) = (p \vee q) \wedge (p \vee r)$, $p \wedge (q \vee r) = (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
297. Які закони логіки висловлень називаються комутативними законами?

- а. $(p \vee q) \vee r = p \vee (q \vee r), (p \wedge q) \wedge r = p \wedge (q \wedge r)$
- б. $p \vee q = q \vee p, p \wedge q = q \wedge p$
- в. $\overline{p \vee q} = \overline{p} \wedge \overline{q}, \overline{p \wedge q} = \overline{p} \vee \overline{q}$
- г. $p \vee (q \wedge r) = (p \vee q) \wedge (p \vee r), p \wedge (q \vee r) = (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

298. Які закони логіки висловлень називаються законами асоціативності?

- а. $(p \vee q) \vee r = p \vee (q \vee r), (p \wedge q) \wedge r = p \wedge (q \wedge r)$
- б. $p \vee q = q \vee p, p \wedge q = q \wedge p$
- в. $\overline{p \vee q} = \overline{p} \wedge \overline{q}, \overline{p \wedge q} = \overline{p} \vee \overline{q}$
- г. $p \vee (q \wedge r) = (p \vee q) \wedge (p \vee r), p \wedge (q \vee r) = (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

299. Які закони логіки висловлень називаються законами дистрибутивності?

- а. $(p \vee q) \vee r = p \vee (q \vee r), (p \wedge q) \wedge r = p \wedge (q \wedge r)$
- б. $p \vee q = q \vee p, p \wedge q = q \wedge p$
- в. $\overline{p \vee q} = \overline{p} \wedge \overline{q}, \overline{p \wedge q} = \overline{p} \vee \overline{q}$
- г. $p \vee (q \wedge r) = (p \vee q) \wedge (p \vee r), p \wedge (q \vee r) = (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

300. Яка серед нижченаведених формул рівносильна формулі $p \Rightarrow \overline{p} \vee q$?

- а. $\overline{p} \vee q$
- б. $p \vee q$
- в. $\overline{p} \Rightarrow q$
- г. $\overline{p}$

301. Кон'юнктивною нормальною формою є

- а. $\overline{p} \vee q \wedge p$
- б. $p \wedge q$
- в. $\overline{q} \rightarrow \overline{p}$
- г. $p \wedge q \vee \overline{p} \wedge \overline{q}$

302. Серед наведених формул 1) $r \wedge \overline{r}$, 2) $p \vee \overline{p}$, 3) $p \leftrightarrow p$, 4) $p \vee p$ виконуваними є формули під номерами

- а. 1,2,4
- б. 1,2,3
- в. 2,3,4
- г. 1,3,4

303. Скільки різних значень істинності набуває формула $\overline{p} \vee p$ логіки висловлень?

- а. 2
- б. 1
- в. безліч
- г. інша відповідь

304. Скільки є різних двійкових наборів з трьома компонентами?

- а. 2
- б. 3
- в. 8

г. безліч

305. Кількість різних розв'язків (x, y) рівняння $x \vee y = 1$ дорівнює

- а. 0
- б. 1
- в. 2
- г. 3

306. Кон'юнкція $p \wedge q$ набуває значення "істина" тоді і лише тоді, коли

- а. p та q набувають значення "істина" одночасно
- б. p та q набувають однакові значення
- в. p та q набувають значення "хибність" одночасно
- г. p набуває значення "істина", а q - "хибність"

307. Диз'юнкція $p \vee q$ набуває значення "хибність" тоді і лише тоді, коли

- а. p та q набувають значення "істина" одночасно
- б. p та q набувають однакові значення
- в. p та q набувають значення "хибність" одночасно
- г. p набуває значення "істина", а q - "хибність"

308. Еквіваленція $p \leftrightarrow q$ набуває значення "істина" тоді і лише тоді, коли

- а. p та q набувають значення "істина" одночасно
- б. p та q набувають однакові значення
- в. p та q набувають значення "хибність" одночасно
- г. p набуває значення "істина", а q - "хибність"

309. Імплікація $p \rightarrow q$ набуває значення "хибність" тоді і лише тоді, коли

- а. p та q набувають значення "істина" одночасно
- б. p та q набувають однакові значення
- в. p та q набувають значення "хибність" одночасно
- г. p набуває значення "істина", а q - "хибність"

310. Еквіваленція $p \leftrightarrow q$ набуває значення "хибність" тоді і лише тоді, коли

- а. p та q набувають різні значення
- б. p та q набувають однакові значення
- в. p та q набувають значення "хибність" одночасно
- г. p набуває значення "істина", а q - "хибність"

311. Правило логічного виведення $p \vee q, \neg p \vdash q$ має назву:

- а. диз'юнктивний силогізм
- б. гіпотетичний силогізм
- в. Modus ponens
- г. Modus tollens

312. Правило логічного виведення $p \rightarrow q, q \rightarrow r \vdash p \rightarrow r$ має назву:

- а. диз'юнктивний силогізм
- б. гіпотетичний силогізм

- в. Modus ponens
- г. Modus tollens

313. Правило логічного виведення $p, p \rightarrow q \vdash q$ має назву:

- а. диз'юнктивний силогізм
- б. гіпотетичний силогізм
- в. Modus ponens
- г. Modus tollens

314. Правило логічного виведення $\neg q, p \rightarrow q \vdash \neg p$ має назву:

- а. диз'юнктивний силогізм
- б. гіпотетичний силогізм
- в. Modus ponens
- г. Modus tollens

315. Виключне "або" $p \oplus q$ набуває значення "істина" тоді і лише тоді, коли

- а. p та q набувають різні значення
- б. p та q набувають однакові значення
- в. p та q набувають значення "хибність" одночасно
- г. p набуває значення "істина", а q - "хибність"

316. Яка з наступних формул рівносильна формулі $p \rightarrow q$?

- а. $\neg q \rightarrow \neg p$
- б. $\neg p \rightarrow \neg q$
- в. $\neg q \vee p$
- г. $\neg q \rightarrow p$

317. Яка з наступних формул рівносильна формулі $p \oplus 1$?

- а. $\neg p$
- б. $\neg p \rightarrow 0$
- в. $\neg(\neg p)$
- г. серед перелічених формул такої формули немає

318. Яка з наступних формул рівносильна формулі $\alpha \oplus \alpha$?

- а. $\neg \alpha$
- б. 0
- в. 1
- г. $\alpha \oplus 1$

319. Яка з наступних формул рівносильна формулі $\neg q \rightarrow p$?

- а. $q \vee \neg p$
- б. $\neg p \rightarrow \neg q$
- в. $\neg q \vee p$
- г. $p \vee q$

320. Серед наведених формул логіки висловлень: 1) $(p \mid p) \vee p$, 2) $r \wedge \bar{r}$, 3) $p \vee \bar{p}$, 4) $q \rightarrow \bar{p}$, 5)

$p \leftrightarrow p$, 6) $p \vee p$, 7) $(p \rightarrow \bar{p}) \vee p$, тавтологіями є формули під номерами

- а. 1,3,5,7
- б. 1,2,4,5
- в. 2,5,6,7
- г. 2,4,5,7

321. Кількість різних розв'язків (x, y) рівняння $x \rightarrow y = 1$ дорівнює

- а. 0
- б. 1
- в. 2
- г. 3

322. Обчислити границю $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x-5}{x^2-25}$:

- а. 0,1
- б. 0,3
- в. 0,4
- г. 0,7

323. Обчислити границю $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{1+x} \right)^x$:

- а. e^{-1}
- б. e^{-2}
- в. e
- г. e^2

324. Обчислити границю $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^{\frac{x+1}{x}}$:

- а. 1
- б. 3
- в. 4
- г. 3,7

325. Обчислити границю $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{x}$:

- а. 3
- б. 4
- в. 2
- г. 2,5

326. Обчислити границю $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x^2-x}$:

- а. 2
- б. 1
- в. 3
- г. 4

327. Обчислити границю $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-3x+2}{x^3-8}$:

- а. $\frac{1}{12}$
- б. $\frac{2}{5}$
- в. $\frac{3}{5}$
- г. $\frac{1}{4}$

328. Обчислити границю $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\sin 2x}$:

- а. 1,5
- б. 2
- в. 2,5
- г. $\frac{2}{3}$

329. Обчислити границю $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-4}{3x+5} \right)^{\frac{x+2}{9}}$:

- а. $e^{-\frac{1}{3}}$
- б. $e^{-\frac{2}{3}}$
- в. e
- г. $e^{-\frac{1}{2}}$

330. Обчислити границю $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x-2}-1}{x-3}$:

- а. $\frac{1}{2}$
- б. $\frac{1}{3}$
- в. $\frac{4}{3}$
- г. $\frac{3}{2}$

331. Обчислити границю $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 7x}{5x^2}$:

- а. 4,9
- б. 4,2
- в. 4,3
- г. 4,8

332. Обчислити границю $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+1}{x^2-1} \right)^{x^2}$:

- а. e^2
- б. e
- в. e^3
- г. e^{-3}

333. Обчислити границю $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$:

- а. 3
- б. -2
- в. 4
- г. 5

334. Обчислити границю $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 6x}{3x}$:

- а. 2
- б. 1
- в. 0
- г. -1

335. Обчислити границю $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 4x + 2} \right)^x$:

- а. e^2
- б. e^3
- в. e^{-3}
- г. e^{-1}

336. Обчислити границю $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1}-2}{x-5}$:

- а. $\frac{1}{4}$
- б. $\frac{1}{3}$
- в. $\frac{1}{2}$
- г. $\frac{2}{5}$

337. Обчислити границю $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}$:

- а. 0
- б. 1
- в. 2
- г. 3

338. Обчислити границю $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin(2x-\pi)}{x-\frac{\pi}{2}}$:

- а. 2
- б. 1
- в. 3
- г. 4

339. Обчислити границю $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}$:

- а. 1
- б. 2
- в. 0
- г. 0,5

340. Обчислити границю $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x})$:

- а. 0
- б. 1
- в. 2
- г. 3

341. Обчислити границю $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 5x - \cos 7x}{x^2}$:

- а. 12

- б. 11
- в. 10
- г. 9

342. Обчислити границю $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{\sqrt{x^2+16}-4}$:

- а. 4
- б. 1
- в. 2
- г. 3

343. Обчислити границю $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 4x}{x^2}$:

- а. 8
- б. 5
- в. 7
- г. 9

344. Обчислити границю $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{x}{3}\right)^{\frac{1}{x-3}}$:

- а. $e^{\frac{1}{3}}$
- б. $e^{\frac{1}{2}}$
- в. e
- г. $e^{-\frac{1}{2}}$

345. Обчислити похідну y'_x , якщо $y = \sin \sqrt{1+x^2}$:

- а. $\frac{x \cos \sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1+x^2}}$
- б. $\frac{x \sin \sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1+x^2}}$
- в. $-\frac{x \sin \sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1+x^2}}$
- г. $-\frac{x \cos \sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1+x^2}}$

346. Обчислити похідну y'_x , якщо $y = x^{\ln x}$:

- а. $2x^{\ln x-1} \ln x$
- б. $x^{\ln x-1} \ln x$
- в. $x^{\ln x+1} \ln x$
- г. $2x^{\ln x+1} \ln x$

347. Обчислити похідну y'_x , якщо $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$:

- а. $\frac{\sin t}{1-\cos t}$
- б. $\frac{\sin t}{1+\cos t}$
- в. $\frac{\cos t}{1-\sin t}$
- г. $\frac{\cos t}{1+\sin t}$

348. Область визначення функції $y = \sqrt{\cos x - 1}$ визначена умовою

- а. $x = 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$
- б. $x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$

в. $k\pi \leq x \leq \pi + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

г. $\emptyset$

349. Знайти множину збіжності степеневому ряду $\sum_{n=1}^{\infty} nx^n$:

а. $(-1, 1)$

б. $[-1, 1)$

в. $[-1, 1]$

г. $(-1, 1]$

350. Обчислити границю $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x}{\sin x}$:

а. 1

б. 0

в. 10

г. e

351. $\int e^{x^2} x dx =$

а. $\frac{1}{2}e^{x^2} + C$

б. $e^{x^2} + C$

в. $\frac{1}{2}e^x + C$

г. $\frac{1}{4}e^{x^2} + C$

352. Визначити інтервал збіжності степеневому ряду $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-x)^n}{3^{n-1}\sqrt{n}}$:

а. $(-3; 3]$

б. $[-3; 3]$

в. $(-3; 3)$

г. $[-3; 3)$

353. Знайти значення $s'(-1)$, якщо $s(t) = \left(\frac{t}{2t+1}\right)^{10}$:

а. 10

б. -1

в. 1

г. -10

354. Знайти похідну функції $y(x) = x^3 3^x$:

а. $x^2 3^x (3 + x \ln 3)$

б. $x^2 3^x (3 - x \ln 3)$

в. $3x^2 3^x \ln 3$

г. $x^2 3^x$

355. Знайти похідну функції $y(x) = \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$:

а. $\frac{1}{x^2+1}$

б. $\frac{1}{x^2-1}$

в. $-\frac{1}{x^2+1}$

г. $-\frac{1}{x^2-1}$

356. Знайти похідну функції $y(x) = \sqrt[x]{x}$:

- а. $\frac{\sqrt[x]{x}}{x^2}(1 - \ln x)$
- б. $\frac{\sqrt[x]{x}}{x^2}(1 + \ln x)$
- в. $\frac{\sqrt[x]{x}}{x}(1 - \ln x)$
- г. $\sqrt[x]{x}(1 - \ln x)$

357. Графік функції $y = e^{x+2}$ симетричний відносно прямої $y = x$ до графіка функції

- а. $y = \ln x - 2$
- б. $y = \ln(x + 2)$
- в. $y = e^{x-2}$
- г. $y = \ln(x - 2)$

358. Інтеграл $\int_{\ln 2}^{\ln 3} \frac{dx}{e^x - e^{-x}}$ заміною $x = \ln t$ зводиться до інтеграла

- а. $\int_2^3 \frac{dt}{t^2 - 1}$
- б. $\int_0^1 \frac{dt}{\ln t - 1}$
- в. $\int_2^3 \frac{dt}{t - 1}$
- г. $\int_0^1 \frac{dt}{t^2 + 1}$

359. Функція $y = x^4 - 2x^2 + 5$ на інтервалі $(0; 2)$

- а. має мінімум
- б. має максимум
- в. монотонно зростає
- г. монотонно спадає

360. Обчислити границю $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 - (n-1)^3}{(n+1)^2 + (n-1)^2}$:

- а. 3
- б. 2
- в. $\frac{3}{2}$
- г. $\frac{2}{3}$

361. Обчислити границю $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 5^n}{3^n - 5^{n-1}}$:

- а. -5
- б. 3
- в. 5
- г. $-\frac{5}{3}$

362. Обчислити границю $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+3}{n+5}\right)^{n+4}$:

- а. $\frac{1}{e^2}$
- б. e^2
- в. $\frac{1}{e}$
- г. e

363. Обчислити границю $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+10)^2 + (3n+1)^2}{(n+6)^3 - (n+1)^3}$:

- а. $\frac{2}{3}$
- б. $\frac{1}{3}$
- в. $\frac{2}{3}$
- г. $\frac{5}{6}$

364. Обчислити границю $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2(\sqrt{n^4 + 3} - \sqrt{n^4 - 2})$:

- а. $\frac{5}{2}$
- б. $-\frac{5}{2}$
- в. 2
- г. $\frac{2}{5}$

365. Обчислити границю $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 7^n}{2^n - 7^{n-1}}$:

- а. -7
- б. 2
- в. 7
- г. $-\frac{7}{2}$

366. Обчислити границю $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{(n+3)(n+1)} - \sqrt{n(n+1)})$:

- а. $\frac{3}{2}$
- б. $\frac{2}{3}$
- в. $\frac{1}{3}$
- г. $\frac{1}{2}$

367. Обчислити границю $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+5}{2n-3}\right)^n$:

- а. e^4
- б. $\frac{1}{e^4}$
- в. e^2
- г. e

368. Обчислити границю $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+3} + 3^{n+2}}{2^n + 7 \cdot 3^n}$:

- а. $\frac{9}{7}$
- б. 7
- в. 9
- г. $\frac{7}{9}$

369. Обчислити границю $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+2}{n-3}\right)^{\frac{n}{5}+1}$:

- а. e
- б. $\frac{1}{e}$
- в. $\frac{1}{e^2}$
- г. e^2

370. Обчислити границю $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)^3 - (n-3)^3}{(n+3)^2 + (n-3)^2}$:

- а. $\frac{15}{2}$

б. $-\frac{15}{2}$

в. $\frac{5}{3}$

г. $-\frac{5}{3}$

371. Обчислити границю $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n + 8^{n-1}}{4^n - 8^n}$:

а. $-\frac{1}{8}$

б. -8

в. 8

г. $\frac{1}{8}$

372. Обчислити границю $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1)! + (n+1)!}{n!(2n-3)}$:

а. $\frac{1}{2}$

б. $\frac{1}{3}$

в. $\frac{2}{3}$

г. $\frac{3}{2}$

373. Обчислити границю $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n! + (n+2)!}{(n-1)! + (n+2)!}$:

а. 1

б. 2

в. -1

г. 0

374. Обчислити границю $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-10}{n+1} \right)^{3n+1}$:

а. e^{-33}

б. e^3

в. 0

г. e^{-1}

375. Обчислити границю $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^{n^2}$:

а. 0

б. $+\infty$

в. e

г. 1

376. Обчислити границю $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+3}{n+1} \right)^{-n^2}$:

а. 0

б. $+\infty$

в. e

г. e^{-1}

377. Обчислити границю $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1+2n)^3 - 8n^3}{(1+2n)^2 + 4n^2}$:

а. $\frac{3}{2}$

- б. $\frac{1}{2}$
- в. 2
- г. -2

378. Обчислити границю $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)^3 + (n-2)^3}{n^4 + 2n^2 - 1}$:

- а. 0
- б. 1
- в. -1
- г. $-\infty$

379. Обчислити границю $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n - 5^{n+1}}{2^{n+1} + 5^{n+2}}$:

- а. $-\frac{1}{5}$
- б. $\frac{1}{5}$
- в. $\frac{2}{5}$
- г. $\frac{1}{2}$

380. Обчислити границю $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 - 3n + 2} - n)$:

- а. $-\frac{3}{2}$
- б. $\frac{2}{3}$
- в. $-\frac{2}{3}$
- г. $\frac{3}{2}$

381. Знайти область визначення функції $y = \frac{1}{x+|x|}$:

- а. $(0; \infty)$
- б. $(-\infty; 0)$
- в. $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$
- г. $[0; \infty)$

382. Знайти область визначення функції $y = \sin \sqrt{x^2 - 1}$:

- а. $(-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$
- б. $(-1; 1)$
- в. $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$
- г. $[-1; 1]$

383. Яка з функцій є непарною?

- а. $y = \ln \frac{1+x}{1-x}$
- б. $y = \sqrt{9 - x^2}$
- в. $y = \frac{x^3 + x^2}{x+1}$
- г. $y = 2^{\cos x}$

384. Складену функцію, задану рівностями $y = \operatorname{arctg} u$, $u = \sqrt{v}$, $v = \lg x$, записати у вигляді однієї рівності:

- а. $y = \operatorname{arctg} \sqrt{\lg x}$
- б. $y = \operatorname{arctg} \sqrt{x}$

в. $y = \sqrt{\operatorname{arctg}(\lg x)}$

г. $y = \lg(\operatorname{arctg}\sqrt{x})$

385. Обчислити інтеграл $\int \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx$:

а. $-e^{\frac{1}{x}} + C$

б. $e^{\frac{1}{x}} + C$

в. $-\frac{1}{2}e^{\frac{1}{x}} + C$

г. $\frac{1}{2}e^{\frac{1}{x}} + C$

386. Обчислити невластний інтеграл $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2}$:

а. 1

б. -1

в. $+\infty$

г. $-\infty$

387. Обчислити невластний інтеграл $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}}$:

а. 2

б. -2

в. $+\infty$

г. 1

388. Обчислити невластний інтеграл $\int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2+1} dx$:

а. $\frac{\pi^2}{8}$

б. $\frac{\pi}{4}$

в. π^2

г. π

389. Обчислити інтеграл $\int_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{x}}$:

а. $4 - 2 \ln 3$

б. $4 - \ln 3$

в. $2 \ln 3$

г. 4

390. Обчислити інтеграл $\int_0^{+\infty} x e^{-x} dx$:

а. 1

б. -1

в. $+\infty$

г. 0

391. Обчислити інтеграл $\int_0^1 \frac{e^x}{1+e^{2x}} dx$:

- а. $\operatorname{arctg} e - \frac{\pi}{4}$
- б. $\operatorname{arctg} e - \frac{\pi}{2}$
- в. $\operatorname{arctg} e + \frac{\pi}{4}$
- г. $\operatorname{arctg} e + \frac{\pi}{2}$

392. Обчислити інтеграл $\int \cos^3 x \, dx$:

- а. $\sin x - \frac{1}{3} \sin^3 x + C$
- б. $\sin x + \frac{1}{3} \sin^3 x + C$
- в. $\sin x - \sin^3 x + C$
- г. $\sin x - \frac{1}{2} \sin^3 x + C$

393. Знайти похідну функції $F(x) = \int_x^{x^2} e^{-t^2} dt$:

- а. $2xe^{-x^4} - e^{-x^2}$
- б. $2xe^{-x^4} + e^{-x^2}$
- в. $e^{-x^4} - e^{-x^2}$
- г. $e^{-x^4} + e^{-x^2}$

394. Обчислити інтеграл $\int \frac{dx}{x^2+2x}$:

- а. $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{x}{x+2} \right| + C$
- б. $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{x+2}{x} \right| + C$
- в. $\ln \left| \frac{x}{x+2} \right| + C$
- г. $\frac{1}{4} \ln \left| \frac{x}{x+2} \right| + C$

395. Знайти похідну $y'(x)$ функції $y(x)$, що задана неявно рівнянням $\operatorname{arctg}(x+y) = x$:

- а. $y' = (x+y)^2$
- б. $y' = x+y$
- в. $y' = \frac{1}{1+(x+y)^2}$
- г. $y' = \frac{1}{x^2+y^2}$

396. Знайти похідну x'_y , якщо $y = 3(x + \frac{1}{3}x^3)$:

- а. $x'_y = \frac{1}{3(1+x^2)}$
- б. $x'_y = \frac{1}{1+x^2}$
- в. $x'_y = \frac{3}{1+x^2}$
- г. $x'_y = -\frac{1}{3(1+x^2)}$

397. Знайти похідну $y'(x)$ функції $y(x)$, що задана неявно рівнянням $e^y = x + y$:

- а. $y' = \frac{1}{e^y - 1}$
- б. $y' = \frac{1}{e^y + 1}$
- в. $y' = e^y - 1$
- г. $y' = -\frac{1}{e^y - 1}$

398. Написати рівняння нормалі до кривої $y = \operatorname{tg} 2x$ у початку координат:

- а. $y = -\frac{1}{2}x$
- б. $y = \frac{1}{2}x$
- в. $y = -2x$
- г. $y = 2x$

399. Обчислити криволінійний інтеграл $\int_{AB} y^2 dx + x^2 dy$, якщо AB — це відрізок прямої $y = 2x$ від $A(-1, -2)$ до $B(2, 4)$:

- а. 18
- б. 0
- в. 4
- г. -2

400. Обчислити криволінійний інтеграл $\int_{AB} y^2 dx + x^2 dy$, якщо AB — це відрізок прямої $y = x^2$ від $A(0, 0)$ до $B(1, 1)$:

- а. 0,7
- б. -3
- в. 1,7
- г. 5

401. Обчислити криволінійний інтеграл $\int_{AB} y^2 dx + x^2 dy$, якщо AB — це частина кривої $y = x^3$ від $A(0, 0)$ до $B(1, 1)$:

- а. $\frac{26}{35}$
- б. $\frac{23}{35}$
- в. $\frac{1}{35}$
- г. $\frac{26}{33}$

402. Знайти суму ряду $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{10^{2n}}{(2n)!}$:

- а. $\cos 10$
- б. $\operatorname{arctg} 10$
- в. $\ln 10$
- г. e^{10}

403. Загальний член u_n ряду $\frac{1}{3} + \frac{4}{15} + \frac{7}{75} + \dots$ має вигляд

- а. $u_n = \frac{3n-2}{3 \cdot 5^{n-1}}$
- б. $u_n = \frac{3n-2}{5^{n-1}}$
- в. $u_n = \frac{5n-2}{3 \cdot 5^{n-1}}$
- г. $u_n = \frac{3n-1}{3 \cdot 5^{n-1}}$

404. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$

- а. збіжний

- б. знакозмінний
- в. розбіжний
- г. не є абсолютно збіжним

405. Функція $f(x) = \begin{cases} (1 + \sin x)^{\frac{2}{x}}, & x \in (-\frac{\pi}{2}; 0) \cup (0; \frac{\pi}{2}) \\ A, & x = 0 \end{cases}$ є неперервною в точці $x = 0$ при A

, рівному

- а. e^2
- б. e
- в. 1
- г. 10

406. Якщо хоча б одна з односторонніх границь $\lim_{x \rightarrow x_0-0} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow x_0+0} f(x)$ дорівнює $+\infty$ або $-\infty$, то пряму $x = x_0$ називають

- а. вертикальною асимптотою графіка функції $y = f(x)$
- б. горизонтальною асимптотою графіка функції $y = f(x)$
- в. похилою асимптотою графіка функції $y = f(x)$
- г. дотичною до графіка функції $y = f(x)$

407. Послідовність $\{\alpha_n\}$ називається нескінченно малою, якщо

- а. $\lim_{n \rightarrow \infty} \alpha_n = 0$
- б. $\lim_{n \rightarrow \infty} \alpha_n = 1$
- в. $\alpha_n = 0$
- г. $\alpha_n = \frac{1}{n}$

408. Якщо функція неперервна за сукупністю змінних, то вона

- а. неперервна за кожною змінною
- б. розривна за сукупністю змінних
- в. диференційовна за сукупністю змінних
- г. рівномірно неперервна за сукупністю змінних

409. З існування і рівності повторних границь функції $f(x, y)$ у точці

- а. не впливає існування подвійної границі
- б. впливає існування подвійної границі
- в. впливає неперервність в точці
- г. впливає диференційовність в точці

410. $f''_{xy}(x, y) = f''_{yx}(x, y)$, якщо

- а. $f''_{xy}(x, y)$ і $f''_{yx}(x, y)$ неперервні
- б. існують $f''_{xy}(x, y)$ і $f''_{yx}(x, y)$
- в. $f''_{xy}(x, y)$ і $f''_{yx}(x, y)$ обмежені
- г. $f''_{xy}(x, y)$ і $f''_{yx}(x, y)$ необмежені

411. Неперервність функції у точці для диференційовності функції у даній точці є

- а. необхідною умовою

- б. достатньою умовою
- в. необхідною і достатньою умовою
- г. ні необхідною, ні достатньою умовою

412. $(\cos x)^{(n)} =$

- а. $\cos(x + n\frac{\pi}{2})$
- б. $\sin(x + n\frac{\pi}{2})$
- в. $\cos(x + n\frac{\pi}{4})$
- г. $-\sin(x + n\pi)$

413. $(u(x)v(x))^{(n)} =$

- а. $\sum_{k=0}^n C_n^k v^{(n-k)}(x) u^{(k)}(x)$
- б. $u^{(n)}(x)v(x) + u(x)v^{(n)}(x)$
- в. $\sum_{k=0}^n v^{(n-k)}(x) u^{(k)}(x)$
- г. $u^{(n)}(x)v^{(n)}(x)$

414. Якщо $u = f(x, y)$, то $d^2u =$

- а. $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} dx^2 + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} dy^2 + 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} dx dy$
- б. $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} dx + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} dy + 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} dx dy$
- в. $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} dx^2 + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} dy^2 + \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} dx dy$
- г. $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} dx^2 + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} dy^2$

415. Вкажіть правильний вислів:

- а. якщо числовий ряд абсолютно збіжний, то він — збіжний
- б. якщо числовий ряд збіжний, то він — абсолютно збіжний
- в. якщо числовий ряд умовно збіжний, то він — абсолютно збіжний
- г. якщо числовий ряд абсолютно збіжний, то він — умовно збіжний

416. Вкажіть правильне твердження:

- а. рівномірно збіжний функціональний ряд є поточною збіжним
- б. поточною збіжний функціональний ряд є рівномірно збіжним
- в. рівномірна і поточкова збіжність функціонального ряду еквівалентні
- г. правильного вислову немає

417. Нехай функціональний ряд $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$ складається з неперервних на $[a, b]$ функцій. Сума ряду є неперервною на $[a, b]$ функцією, якщо

- а. цей ряд рівномірно збіжний на $[a, b]$
- б. цей ряд збіжний у кожній точці $[a, b]$
- в. проміжок $[a, b]$ скінченний
- г. правильної відповіді немає

418. Рядом Тейлора для функції $f(x)$ в околі точки x_0 називають степеневий ряд

а. $f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!}(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x - x_0)^n + \dots$

- б. $f(x_0) - \frac{f'(x_0)}{1!}(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + \dots + (-1)^n \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x - x_0)^n + \dots$
 в. $f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!}(x + x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x + x_0)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x + x_0)^n + \dots$
 г. $f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1}(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2}(x - x_0)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n}(x - x_0)^n + \dots$

419. Об'єм V вертикального циліндричного тіла, що має своєю основою плоску область D на площині xOy , обмеженого зверху поверхнею $z = f(x, y)$ обчислюють за формулою

- а. $V = \int \int_D f(x, y) , dx , dy$
 б. $V = \int \int_D , dx , dy$
 в. $V = \int \int_D \sqrt{f_x'^2(x, y) + f_y'^2(x, y)} , dx , dy$
 г. $V = \int \int_D f^2(x, y) , dx , dy$

420. Функція $\frac{1}{x} \cos \frac{1}{x}$, якщо $x \rightarrow 0$, є

- а. необмежена
 б. неперервна
 в. нескінченно мала
 г. обмежена

421. Нехай для довільного $a \leq x < +\infty$ виконується $0 \leq f(x) \leq g(x)$. Якщо $\int_a^{+\infty} g(x) dx$

збіжний, то інтеграл $\int_a^{+\infty} f(x) dx$

- а. збіжний
 б. розбіжний
 в. не існує
 г. нічого не можна сказати про збіжність

422. Функція $f(x)$ рівномірно неперервна на множині X , якщо

- а. $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta(\varepsilon) > 0 \forall x', x'' \in X, |x' - x''| < \delta \Rightarrow |f(x') - f(x'')| < \varepsilon$
 б. $f(x)$ обмежена на множині X і неперервна в кожній точці x
 в. $f(x)$ неперервна на множині X
 г. $\forall x \in X \forall \varepsilon > 0 \exists \delta(\varepsilon, x) > 0 \forall x_0 \in X, |x - x_0| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$

423. Нехай R — радіус збіжності степеневого ряду $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(x - x_0)^n$. Цей ряд завжди збіжний на множині

- а. $(x_0 - R, x_0 + R)$
 б. $[x_0 - R, x_0 + R]$
 в. $(-R, R)$
 г. $[-R, R]$

424. Із будь-якої обмеженої послідовності дійсних чисел можна обрати

- а. збіжну підпослідовність
 б. строго спадну підпослідовність
 в. строго зростаючу підпослідовність
 г. правильної відповіді немає

425. Функціональна послідовність $\{f_n(x)\}$ є рівномірно збіжною на множині E до функції $f(x)$ тоді й лише тоді, коли

- а. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sup_{x \in E} |f_n(x) - f(x)| = 0$
- б. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sup_{x \in E} |f_n(x) - f(x)| = 1$
- в. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sup_{x \in E} |f_n(x) - f(x)| < 0$
- г. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sup_{x \in E} |f_n(x) - f(x)| < 1$

426. Нехай функція $y = f(x)$, $f(x) \neq C$ неперервна на відрізку $[a, b]$, диференційовна на інтервалі (a, b) і $f(a) = f(b)$. Тоді

- а. існує точка $\xi \in (a, b)$ така, що $f'(\xi) = 0$
- б. не існує точки $\xi \in (a, b)$ такої, що $f'(\xi) = 0$
- в. для будь-якої точки $\xi \in (a, b)$ $f'(\xi) = 0$
- г. для будь-якої точки $\xi \in (a, b)$ $f'(\xi) \neq 0$

427. Нехай функція $y = f(x)$, $f(x) \neq C$ неперервна на відрізку $[a, b]$, диференційовна на інтервалі (a, b) . Тоді

- а. існує точка $\xi \in (a, b)$ така, що $f(b) - f(a) = f'(\xi)(b - a)$
- б. не існує точки $\xi \in (a, b)$ такої, що $f(b) - f(a) = f'(\xi)(b - a)$
- в. для будь-якої точки $\xi \in (a, b)$ $f(b) - f(a) = f'(\xi)(b - a)$
- г. для будь-якої точки $\xi \in (a, b)$ $f(b) - f(a) \neq f'(\xi)(b - a)$

428. Якщо функція $y = f(x)$ диференційовна в точці x_0 , то вона

- а. неперервна в точці x_0
- б. розривна в точці x_0
- в. зростаюча в точці x_0
- г. спадна в точці x_0

429. $(\sin x)^{(n)} =$

- а. $\sin\left(x + n\frac{\pi}{2}\right)$
- б. $\cos\left(x + n\frac{\pi}{2}\right)$
- в. $\sin\left(x + n\frac{\pi}{3}\right)$
- г. $\cos\left(x + n\frac{\pi}{3}\right)$

430. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ називається абсолютно збіжним, якщо збігається ряд

- а. $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$
- б. $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n)^2$
- в. $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[3]{a_n}$
- г. $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{a_n}$

431. Серед наведених тверджень виберіть правильне:

- а. криволінійний інтеграл першого роду не залежить від напрямленості кривої
- б. криволінійний інтеграл першого роду залежить від напрямленості кривої
- в. криволінійний інтеграл першого роду залежить тільки від початкової та кінцевої точки кривої
- г. правильного вислову немає

432. Серед нижченаведених тверджень виберіть вірне:

- а. криволінійний інтеграл другого роду залежить від напрямленості кривої
- б. криволінійний інтеграл другого роду не залежить від напрямленості кривої
- в. криволінійний інтеграл другого роду завжди залежить тільки від початкової та кінцевої точки кривої
- г. правильного вислову немає

433. Невласний інтеграл $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{x \ln x}$

- а. розбіжний
- б. збіжний, його значення дорівнює $\ln \ln \frac{1}{2}$
- в. збіжний, його значення дорівнює $\ln \ln 2$
- г. збіжний, його значення дорівнює $\ln \frac{1}{2}$

434. Графік функції $y = 2f(x)$ можна побудувати, якщо щодо графіка функції $y = f(x)$ здійснити

- а. розтяг у 2 рази вздовж осі Oy
- б. розтяг у 2 рази вздовж осі Ox
- в. стиск у 2 рази вздовж осі Ox
- г. стиск у 2 рази вздовж осі Oy

435. Графік функції $y = f(x - 1)$ можна побудувати, якщо щодо графіка функції $y = f(x)$ здійснити

- а. перенос на 1 вправо вздовж осі Ox
- б. перенос на 1 вліво вздовж осі Ox
- в. перенос на 1 вгору вздовж осі Oy
- г. перенос на 1 вниз вздовж осі Oy

436. Графік функції $y = f(x) - 1$ можна побудувати, якщо щодо графіка функції $y = f(x)$ здійснити

- а. перенос на 1 вниз вздовж осі Oy
- б. перенос на 1 вправо вздовж осі Ox
- в. перенос на 1 вліво вздовж осі Ox
- г. перенос на 1 вгору вздовж осі Oy

437. Графік функції $y = \ln(x - 2)$ симетричний відносно прямої $y = x$ до графіка функції

- а. $y = e^x + 2$
- б. $y = e^x - 2$
- в. $y = e^{x+2}$
- г. $y = e^{x-2}$

438. Знайти точні межі множини $E = \{(-1)^n (1 - \frac{1}{n}) : n \in \mathbb{N}\}$

- а. $\sup E = 1, \inf E = -1$
- б. $\sup E = -1, \inf E = 1$
- в. $\sup E = 0, \inf E = -1$
- г. $\sup E = 1, \inf E = 0$

439. Знайти мінімум та максимум множини $E = (0, 1)$:

- а. мінімуму та максимуму немає
- б. $\min E = 0, \max E = 1$
- в. мінімуму немає, $\max E = 1$
- г. $\min E = 0$, максимуму немає

440. Непорожня множина E на дійсній осі $\mathbb{R}$ називається обмеженою зверху, якщо

- а. $\exists M \in \mathbb{R}$ таке, що $\forall x \in E$ виконується нерівність $x \leq M$
- б. $\exists M \in \mathbb{R}$ таке, що $\exists x \in E$ виконується нерівність $x \leq M$
- в. $\exists M \in \mathbb{R}$ таке, що $\forall x \in E$ виконується нерівність $x \geq M$
- г. $\forall M \in \mathbb{R} \exists x \in E$ виконується нерівність $x \leq M$

441. Яке з тверджень є правильним для множини дійсних чисел $\mathbb{R}$

- а. $\exists a \in \mathbb{R} : -a = a$
- б. $\forall a \in \mathbb{R} : -a = a$
- в. $\forall a \in \mathbb{R}$ не існує оберненого до a
- г. $\forall a \in \mathbb{R}$ існує обернений до a

442. Множина дійсних чисел є

- а. щільною
- б. не щільною
- в. скінченною
- г. щільною та скінченною

443. Відображення $f : A \rightarrow B$ називається ін'єктивним, якщо

- а. різним елементам множини A ставиться у відповідність різні елементи множини B
- б. прообраз будь-якого елемента множини B є непорожньою множиною
- в. однаковим елементам множини A ставиться у відповідність різні елементи множини B
- г. різним елементам множини A ставиться у відповідність однакові елементи множини B

444. Нехай точка x_0 є точкою розриву функції $f(x)$. Ця точка є точкою усувного розриву, якщо

- а. $f(x_0 - 0) = f(x_0 + 0) \neq f(x_0)$
- б. $f(x_0 - 0) = f(x_0) \neq f(x_0 + 0)$
- в. $f(x_0 + 0) \neq f(x_0 - 0)$
- г. $f(x_0)$ не визначено

445. Функція $f(x) = \frac{x^3 - 27}{x^2 - 9}$

- а. має розрив другого роду в точці $x = -3$

- б. має усувний розрив в точці $x = -3$
- в. неперервна для всіх $x \in (-\infty; +\infty)$
- г. має розрив першого роду в точці $x = -3$

446. Якщо функція $f(x)$ неперервна і невід'ємна в інтервалі (a, b) , то функція $F(x) = \sqrt{f(x)}$

- а. неперервна в цьому інтервалі
- б. має розрив першого роду в цьому інтервалі
- в. має розрив другого роду в цьому інтервалі
- г. має усувний розрив в цьому інтервалі

447. Функція $f(x) = \frac{\sin x}{|x|}$

- а. має розрив першого роду в точці $x = 0$
- б. має розрив другого роду в точці $x = 0$
- в. має усувний розрив в точці $x = 0$
- г. неперервна $\forall x \in (-\infty; +\infty)$

448. Якщо $f(x) \leq g(x)$ при $a \leq x \leq b$, то

- а. $\int_a^b f(x)dx \leq \int_a^b g(x)dx$
- б. $\int_a^b f(x)dx < \int_a^b g(x)dx$
- в. нічого про відношення інтегралів не можемо сказати
- г. $\int_a^b f(x)dx \geq \int_a^b g(x)dx$

449. Довжина s дуги гладкої кривої $y = f(x)$, яка міститься між двома точками $A(a, b)$, $B(c, d)$, рівна

- а. $s = \int_a^c \sqrt{1 + (y')^2} dx$
- б. $s = \int_a^b \sqrt{1 + (y')^2} dx$
- в. $s = \int_a^c \sqrt{1 + y'} dx$
- г. $s = \int_a^c (1 + (y')^2) dx$

450. Скільки однозначних функцій визначає рівняння $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ в околі точки $(-a, 0)$?

- а. жодної
- б. одну
- в. безліч
- г. дві

451. Необхідна і достатня умова збіжності ряду $\sum_{j=1}^{\infty} a_j$:

- а. $\sum_{n=m}^{\infty} a_n \rightarrow 0$ при $m \rightarrow \infty$
- б. $a_n \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$
- в. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|a_n|} < 1$
- г. $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\frac{|a_n|}{|a_{n+1}|} - 1 \right) > 1$

452. Залишок $\sum_{k=n}^{\infty} (-1)^{k-1} c_k$ знакочергувального ряду $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} c_k$, $c_k > 0$ має знак

- а. той же, що і елемент $(-1)^{n-1} c_n$
- б. завжди від'ємний
- в. завжди додатний
- г. неможливо сказати

453. Якщо $f(M)$ в точці M_0 має умовний екстремум, то

- а. виконуються умови зв'язку у точці M_0 та деякому її околі і $f(M) \geq f(M_0)$ в деякому околі точки M_0 (або $f(M) \leq f(M_0)$) для M
- б. виконуються умови зв'язку у точці M_0
- в. виконуються умови зв'язку в деякому околі точки M_0
- г. $f(M) \geq f(M_0)$ в деякому околі точки M_0 (або $f(M) \leq f(M_0)$)

454. z_0 є істотно особливою точкою функції $f(z)$, якщо ряд Лорана функції в околі цієї точки:

- а. містить нескінченну кількість членів з від'ємними показниками $z - z_0$
- б. не містить головної частини
- в. не містить правильної частини
- г. містить скінченну кількість членів з додатними показниками $z - z_0$

455. z_0 є усувною особливою точкою функції $f(z)$, якщо ряд Лорана функції в околі цієї точки:

- а. не містить головної частини
- б. містить нескінченну кількість членів з від'ємними показниками $z - z_0$
- в. не містить правильної частини
- г. містить скінченну кількість членів з додатними показниками $z - z_0$

456. Для диференційовності функції $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ в точці $z_0 = x_0 + iy_0$ диференційовність $u(x, y)$ та $v(x, y)$ в точці (x_0, y_0) та виконання рівностей $\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}$, $\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}$ є

- а. необхідною і достатньою умовою
- б. лише необхідною умовою
- в. лише достатньою умовою
- г. інша відповідь

457. Яка з наведених нижче формул для похідної аналітичної функції $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ є хибною:

- 1) $f'(z) = \frac{\partial u}{\partial x} + i \frac{\partial v}{\partial x}$;
- 2) $f'(z) = \frac{\partial v}{\partial y} - i \frac{\partial v}{\partial x}$;
- 3) $f'(z) = \frac{\partial v}{\partial y} - i \frac{\partial u}{\partial y}$;

4) $f'(z) = \frac{\partial u}{\partial x} - i \frac{\partial u}{\partial y};$

- а. тільки 2
- б. 2 і 3
- в. 3 і 4
- г. тільки 4

458. Число a є границею послідовності $\{z_n\}$, якщо:

- а. $\lim_{n \rightarrow \infty} |z_n - a| = 0$
- б. $\lim_{n \rightarrow \infty} |z_n| = |a|$
- в. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{|z_n|}{|a|} = 1$
- г. $\lim_{n \rightarrow \infty} ||z_n| - |a|| = 0$

459. Встановити відповідність між періодичними функціями комплексної змінної і їх періодами: 1) $\cos z$; 2) $\operatorname{sh} z$; 3) $\operatorname{th} z$; а) 2π ; б) $2\pi i$; в) πi .

- а. 1-а, 2-б, 3-в
- б. 1-б, 2-в, 3-а
- в. 1-в, 2-а, 3-б
- г. 1-а, 2-в, 3-б

460. Які з наведених нижче рівностей вірні ($z = x + iy$):

- 1) $\sin z = \sin x \cdot \operatorname{ch} y + i \cos x \cdot \operatorname{sh} y$;
- 2) $\sin z = \sin x \cdot \operatorname{ch} y - i \cos x \cdot \operatorname{sh} y$;
- 3) $\cos z = \cos x \cdot \operatorname{ch} y - i \sin x \cdot \operatorname{sh} y$;
- 4) $\cos z = \cos x \cdot \operatorname{ch} y + i \sin x \cdot \operatorname{sh} y$;

- а. 1 і 3
- б. 1 і 4
- в. 2 і 3
- г. 2 і 4

461. Яке з наведених нижче співвідношень невірне:

- а. $\operatorname{ch}(z_1 + z_2) = \operatorname{ch} z_1 \cdot \operatorname{ch} z_2 - \operatorname{sh} z_1 \cdot \operatorname{sh} z_2$
- б. $\sin(z_1 + z_2) = \sin z_1 \cdot \cos z_2 + \cos z_1 \cdot \sin z_2$
- в. $\cos(z_1 + z_2) = \cos z_1 \cdot \cos z_2 - \sin z_1 \cdot \sin z_2$
- г. $\operatorname{sh}(z_1 + z_2) = \operatorname{sh} z_1 \cdot \operatorname{ch} z_2 + \operatorname{ch} z_1 \cdot \operatorname{sh} z_2$

462. Формула Стірлінга має вигляд

- а. $n! = \sqrt{2\pi n} n^n e^{-n}$
- б. $n! = \sqrt{2\pi n} n^{-n} e^{-n}$
- в. $n! = \sqrt{2\pi n} n^n e^n$
- г. $n! = \sqrt{2\pi n} n^{-n} e^{2n}$

463. Обчислити інтеграл $\int_{|z|=\frac{1}{2}} \frac{dz}{z(z^2+1)}$

- а. $2\pi i$

- б. πi
- в. 0
- г. $-2\pi i$

464. Обчислити інтеграл $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{3 - \sqrt{5} \sin t}$ за допомогою лишків

- а. π
- б. $\frac{3\pi}{2}$
- в. $i\frac{\pi}{2}$
- г. $\frac{3\pi}{2}i$

465. Встановити відповідність: 1) $\operatorname{sh} z$; 2) $\ln z$; 3) $\operatorname{ch} z$. а) $\frac{e^z + e^{-z}}{2}$; б) $\ln |z| + i \arg z$; в) $\frac{e^z - e^{-z}}{2}$

- а. 1-с, 2-б, 3-а
- б. 1-а, 2-б, 3-с
- в. 1-б, 2-с, 3-а
- г. 1-б, 2-а, 3-с

466. Яка з наведених рівностей невірна:

- а. $\operatorname{sh} iz = \sin z$
- б. $\sin iz = i \operatorname{sh} z$
- в. $\operatorname{ch} iz = \cos z$
- г. $\cos iz = \operatorname{ch} z$

467. Заряд $\Phi(A) = \int_A \cos x \, d\mu$ визначений на всіх вимірних підмножинах відрізка $X = [0; 5]$, A^+ та A^- - додатна та від'ємна множини відносно цього заряду. Тоді різниця їх мір $\mu(A^+) - \mu(A^-)$ дорівнює

- а. $5 - \pi$
- б. $5 - 2\pi$
- в. $2\pi - 5$
- г. $\pi - 5$

468. Нехай $f_n(x) = \begin{cases} n, & x < \frac{1}{n} \\ 3\sqrt{x}, & x \geq \frac{1}{n} \end{cases}$, $a = \lim_{n \rightarrow \infty} \int_{[0;1]} f_n(x) \, d\mu(x)$, $b = \int_{[0;1]} \lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) \, d\mu(x)$. Тоді

- а. $a = 2, b = 3$
- б. $a = 3, b = 2$
- в. $a = 2, b = 2$
- г. $a = 3, b = 3$

469. Послідовність функцій $f_n(x) = x^{n+1} - x^n$ на відрізку $[-1; 1]$ збігається до функції $f(x) = 0$

- а. лише за мірою
- б. лише майже скрізь
- в. за мірою і майже скрізь
- г. скрізь

470. Міра Лебега-Стільтьєса μ_F відрізка $[0; 1]$ відносно функції $F(x) = \begin{cases} x^2, & x < 0,5 \\ 2x, & x \geq 0,5 \end{cases}$

дорівнює

- а. $\frac{3}{4}$
- б. 1
- в. $1\frac{1}{4}$
- г. 2

471. Плоска міра Лебега множини $A = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1, (x - 1)^2 + (y - 1)^2 \leq 1\}$

дорівнює

- а. $\frac{\pi}{4} - 1$
- б. $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}$
- в. $\frac{\pi}{2} - 1$
- г. $\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}$

472. Серед функцій $f_1(x) = x^2$, $f_2(x) = \begin{cases} x, & x \neq 0, \\ 1, & x = 0, \end{cases}$ $f_3(x) = \begin{cases} 1, & x \in \mathbb{Q}, \\ 0, & x \notin \mathbb{Q}, \end{cases}$ визначте кількість

вимірних за Лебегом на відрізку $[-1; 1]$ функцій:

- а. 3
- б. 2
- в. 1
- г. 0

473. Для інтеграла Лебега $I = \int_{[a,b]} f'(t) d\mu$ похідної довільної монотонно неспадної на відрізку

$[a, b]$ функції $f(x)$ правильним є таке твердження:

- а. $I \leq f(b) - f(a)$
- б. $I = f(b) - f(a)$
- в. $I \geq f(b) - f(a)$
- г. $I < f'(b) - f'(a)$

474. Знайдіть плоску міру Лебега множини, обмеженої лініями $y = x^2 - x$ та $y = 1 - x$:

- а. $\frac{4}{3}$
- б. 1
- в. $\frac{2}{3}$
- г. $\frac{1}{3}$

475. Точкова оцінка $\bar{\theta}_n$ параметра θ розподілу генеральної сукупності називається незміщеною, якщо:

- а. $M\bar{\theta}_n = \theta$
- б. $M\bar{\theta}_n \rightarrow \theta$, при $n \rightarrow +\infty$
- в. $P\left(\lim_{n \rightarrow +\infty} \bar{\theta}_n = \theta\right) = 1$
- г. $D\bar{\theta}_n$ є мінімальною серед дисперсій інших оцінок параметра θ

476. Виробництво певної продукції може проводитись в двох температурних режимах з ймовірностями 0,45 і 0,55 відповідно. Залежно від температурного режиму ймовірність отримання продукції вищої якості становить 0,8 і 0,9. Яка ймовірність того, що навання вибрана продукція вищої якості?

- а. 0,850
- б. 0,855
- в. 0,860
- г. 0,865

477. Скільки існує точок у трьохвимірному координатному просторі, координати яких є цілими одноцифровими додатними числами?

- а. 9^3
- б. 3^9
- в. A_9^3
- г. 10^3

478. Власник банкоматної картки забув останні дві цифри свого PIN-коду, але пам'ятає, що вони різні. Знайти ймовірність того, що, набравши ці цифри навання, він отримає доступ до системи з першого разу.

- а. $\frac{1}{99}$
- б. $\frac{1}{50}$
- в. $\frac{1}{90}$
- г. $\frac{1}{2}$

479. Подати у алгебраїчній формі $\sin\left(\frac{\pi}{4} + 2i\right)$

- а. $\frac{\sqrt{2}}{2}\text{ch}2 + i\frac{\sqrt{2}}{2}\text{sh}2$
- б. $\frac{\sqrt{2}}{2}\text{sh}2 + i\frac{\sqrt{2}}{2}\text{ch}2$
- в. $\frac{\sqrt{2}}{2}\text{ch}2 - i\frac{\sqrt{2}}{2}\text{sh}2$
- г. 1

480. Функція $\varphi(x, y)$, яка має в деякій області неперервні частинні похідні до другого порядку включно і задовольняє рівняння Лапласа $\frac{d^2\varphi}{dx^2} + \frac{d^2\varphi}{dy^2} = 0$ називається

- а. гармонічною
- б. субгармонічною
- в. функцією експоненціального типу
- г. функцією Гріна

481. При діленні комплексних чисел у показниковій формі: 1) модулі віднімаються; 2) модулі діляться; 3) аргументи діляться; 4) аргументи віднімаються. Із наведених тверджень вірними є:

- а. 2 і 4
- б. 1 і 3
- в. 1 і 4
- г. 2 і 3

482. Якщо функція $f(z)$ аналітична у верхній півплощині, включаючи дійсну вісь, за винятком скінченного числа особливих точок $z_1, z_2, \dots, z_n$ і $\lim_{z \rightarrow \infty} f(z) = 0$ рівномірно відносно $\arg z$, то:

$$\begin{aligned} \text{а. } \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)e^{ix} dx &= 2\pi i \sum_{k=1}^n \text{Res}[f(z)e^{iz}; z_k] \\ \text{б. } \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)e^{ix} dx &= \sum_{k=1}^n \text{Res}[f(z)e^{iz}; z_k] \\ \text{в. } \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)e^{ix} dx &= 2\pi i \sum_{k=1}^n \text{Res}[f(z)e^{-iz}; z_k] \\ \text{г. } \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)e^{ix} dx &= 2\pi i \sum_{k=1}^n \text{Res}[f(z); z_k] \end{aligned}$$

483. Лишок функції $f(z)$ відносно простого полюса z_0 обчислюється за формулою:

$$\begin{aligned} \text{а. } \text{Res}[f(z); z_0] &= \lim_{z \rightarrow z_0} (z - z_0) f(z) \\ \text{б. } \text{Res}[f(z); z_0] &= \lim_{z \rightarrow z_0} f(z) \\ \text{в. } \text{Res}[f(z); z_0] &= \lim_{z \rightarrow z_0} \frac{f(z)}{z - z_0} \\ \text{г. } \text{Res}[f(z); z_0] &= \lim_{z \rightarrow z_0} \frac{z - z_0}{f(z)} \end{aligned}$$

484. Якщо функція $f(z)$ аналітична на дійсній осі, а також у всій комплексній площині за винятком скінченного числа ізольованих особливих точок і при деякому $R > 0$ для z таких, що $|z| > R$

$$|f(z)| \leq \frac{M}{|z|^m}, \text{ де } M \text{ і } m - \text{додатні константи, причому } m \geq 2 \text{ то } \int_{-\infty}^{+\infty} f(z) dz =$$

$$2\pi i \sum_{k=1}^n \text{Res}[f(z); z_k], \text{ де } z_1, z_2, \dots, z_n - \text{особливі точки функції } f(z) \text{ розташовані:}$$

- а. у верхній півплощині
- б. у нижній півплощині
- в. у всій площині
- г. у правій півплощині

485. Нехай $x, y \in E$, де E - дійсний евклідов простір. Обчислити $\|x + y\|^2 + \|x - y\|^2$, якщо $\|x\| = 1$ і $\|y\| = 2$.

- а. 1
- б. 3
- в. 5
- г. 10

486. Ціну акції можна приблизно моделювати за допомогою нормального розподілу з математичним сподіванням 25.7 грн і середнім квадратичним відхиленням 1.1 грн. Знайти ймовірність того, що ціна акції буде між 25.2 і 29.3 грн.

- а. 0.2357
- б. 0.6735
- в. 0.0579
- г. 0.1645

487. Скільки існує шестицифрових чисел, усі цифри яких непарні?

- а. 5^6
- б. 6^5

в. $5!$

г. A_6^5

488. Для того, щоб ізольована особлива точка z_0 аналітичної функції $f(z)$ була усувною, обмеженість функції $f(z)$ в деякому проколотому околі точки z_0 є

- а. інший варіант
- б. лише необхідною умовою
- в. необхідною і достатньою умовою
- г. лише достатньою умовою

489. Котрий із просторів не є сепарабельним?

- а. $L_\infty[a, b]$
- б. $L_1[a, b]$
- в. $L_2[a, b]$
- г. $C[a, b]$

490. Спряжений простір до нормованого простору обов'язково є

- а. повним
- б. гільбертовим
- в. сепарабельним
- г. рефлексивним

491. Послідовність $x_n(t) = e^{-t/n}$ у просторі $C[0, 1]$

- а. збігається до $x(t) = 1$
- б. збігається до $x(t) = e^{-t}$
- в. розбігається
- г. збігається до $x(t) = e^t$

492. Повний метричний простір завжди

- а. не можна подати у вигляді зліченного об'єднання ніде не щільних множин
- б. можна подати у вигляді зліченного об'єднання ніде не щільних множин
- в. можна подати у вигляді зліченного перетину ніде не щільних множин
- г. є множиною першої категорії Бера

493. Нескінченна послідовність елементів компакта завжди

- а. має граничну точку
- б. необмежена
- в. збіжна
- г. розбіжна

494. Замкнений підпростір компакта є завжди

- а. компакт
- б. відкритий підпростір
- в. множиною другої категорії Бера
- г. множиною першої категорії Бера

495. Образ компакту при неперервному відображенні завжди

- а. компакт
- б. відкрита підмножина
- в. множина другої категорії Бера
- г. зліченна множина

496. Неперервна функція на компактi завжди

- а. рівномірно неперервна
- б. слабо неперервна
- в. одностайно неперервна
- г. розривна

497. Лінійний оператор A на банаховому просторі буде мати неперервний обернений тоді і тільки тоді, коли A

- а. бієктивний і обмежений
- б. бієктивний
- в. обмежений
- г. має замкнений графік

498. Простір ℓ_p є гільбертовим

- а. тільки при $p = 2$
- б. тільки при $p = 1$
- в. при довільному $1 \leq p < \infty$
- г. тільки при $p = \infty$

499. Лінійний неперервний функціонал у підпросторі нормованого простору можна продовжити на весь простір зі збереженням норми

- а. завжди
- б. тільки для евклідових просторів
- в. тільки для скінченновимірних просторів
- г. ніколи

500. Вкажіть підпростір простору ℓ_∞ , який не є замкненим

- а. c_{00}
- б. c_0
- в. c
- г. $\mathbb{R}^n$